

4-RRR 冗余并联机器人驱动力优化*

高名旺¹ 张宪民²

(1. 山东理工大学精密制造与特种加工省级重点实验室, 淄博 255049;

2. 华南理工大学广东省精密装备与制造技术重点实验室, 广州 510641)

摘要: 为了在机构中实施内力控制, 提出了一种基于功率优化的驱动力分配策略。首先, 提出一种冗余平面并联机器人运动学和动力学分析的方法。用螺旋理论推导了机构雅可比矩阵, 基于牛顿-欧拉公式计算主元点的惯性力螺旋, 用虚功原理构建动力学公式。然后, 基于力优化, 分别分析了 4-RRR 机构和 3-RRR 机构的驱动力, 比较结果表明 4-RRR 的驱动力峰值有所下降。最后, 基于功率优化, 对 4-RRR 的内力和驱动力进行优化, 得到了机构内力和驱动力的变化规律。

关键词: 冗余驱动 并联机器人 螺旋理论 逆动力学 驱动力优化

中图分类号: TP242 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-1298(2014)01-0301-05

引言

并联机构具有刚度高、惯性低、负载能力强等特点, 然而并联机构存在奇异位形^[1]。奇异使机构动态性能恶化, 产生振动, 甚至出现不确定、不可控的运动。驱动冗余是一种解决办法, 驱动冗余是在机构中增加驱动器, 使驱动器数目大于机构自由度^[2]。冗余可以改善机构的可操作性, 消除奇异; 也可以改善机构驱动器的负载状况, 避免出现单个驱动器过载; 还可以提高机构的刚度或者提高柔顺性^[3-5]。

驱动冗余使得机构支链之间容易产生内载荷, 影响到机构的精度。因此要发挥驱动冗余的优点, 需要对机构的驱动力进行优化。根据不同目的, 驱动冗余有不同的驱动力优化策略。文献[6~9]基于驱动力或能量最小作为优化目标对不同冗余机构分配驱动力。文献[10]基于可靠度对过驱动并联机构的力矩进行分配优化。然而上述文献都没有考虑冗余机构的内力问题。

本文拟通过力优化, 控制机构内力, 提高机构刚度和精度。首先根据螺旋理论分析机构的运动学, 用虚功原理建立 4-RRR 机构的动力学公式, 在此基础上, 以机构实施内力控制, 对 4-RRR 机构进行驱动力优化。

1 基于螺旋理论的速度分析

1.1 4-RRR 机构描述

如图 1 所示, 4-RRR 机构由 3 部分组成, 即动平台 $C_1C_2C_3C_4$ 、静平台 $O_1O_2O_3O_4$ 和 4 个运动支链。运动支链把动平台和静平台连接构成整体, 每条支链由 2 个连杆和 3 个转动铰组成, 其中有一个是连接电动机的主动铰, 用符号 O_i (本文中 $i=1, 2, 3, 4$) 表示, 其余两个是被动铰, 分别用符号 B_i 和 C_i 表示。连杆即驱动杆 O_iB_i 和被动杆 B_iC_i , 分别用符号 i_1 和 i_2 表示。

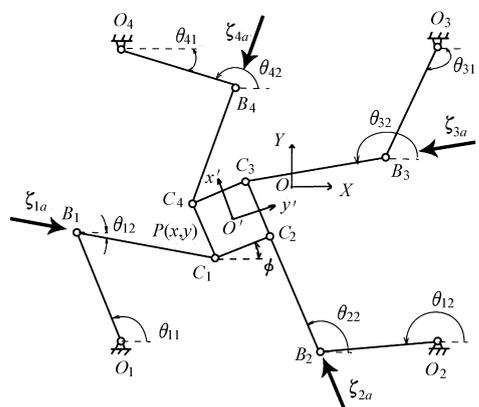


图 1 4-RRR 机构

Fig. 1 4-RRR mechanism

1.2 平面速度旋量与力螺旋

对于平面并联机构, 平面速度旋量可表示为三

收稿日期: 2013-01-02 修回日期: 2013-03-03

* 国家自然科学基金资助项目(91223201)和中央高校基本科研业务费专项资金资助项目(2012ZP0004)

作者简介: 高名旺, 讲师, 博士, 主要从事并联机器人动力学与控制研究, E-mail: gmw_2001@163.com

通讯作者: 张宪民, 教授, 博士生导师, 主要从事精密装备制造与控制研究, E-mail: zhangxm@scut.edu.cn

维向量^[11],即

$$\xi = [v_x \quad v_y \quad \omega_z]^T \quad (1)$$

式中 v_x, v_y ——平面运动中的平动速度

ω_z ——绕 z 轴的转动角速度

而平面力螺旋可表示为三维向量

$$\zeta = [f_x \quad f_y \quad m_z]^T \quad (2)$$

式中 f_x, f_y ——平面中刚体受到的力

m_z ——绕 z 轴的转动力矩

则平面力螺旋和速度旋量的互易积定义为

$$\zeta^T \xi = f_x v_x + f_y v_y + m_z \omega_z \quad (3)$$

如果平面力螺旋和速度旋量的互易积为零,则称两者互易^[12]。

1.3 速度等式

动平台的速度旋量可表示为串联支链各个转动铰螺旋的线性组合^[11,13],即

$$\xi_p = [v_{px} \quad v_{py} \quad \omega_{pz}]^T = \sum_{j=1}^3 \dot{\theta}_{ij} \xi_{ij} \quad (4)$$

式中 ξ_p ——动平台的速度旋量,即系统输出速度

v_{px}, v_{py} ——动平台在平面中的运动速度

ω_{pz} ——动平台绕 z 轴的转动角速度

$\dot{\theta}_{ij}$ ——第 i 条支链第 j 铰的转动角速度

ξ_{ij} ——第 i 条支链第 j 铰螺旋

要得到机构的输入输出速度的关系,需要从式(4)中消除包含被动铰 B_i 和 C_i 的速度项。因此,只要选取适当的力螺旋和式(4)中的被动铰螺旋互易即可。如图1所示,选取 ζ_{ia} 为驱动力螺旋,该螺旋和第 i 支链的所有被动铰互易。在式(4)两边点乘驱动力螺旋 ζ_{ia} ,得到

$$\zeta_{ia}^T \xi_p = \dot{\theta}_{i1} \zeta_{ia}^T \xi_{i1} \quad (5)$$

式(5)又可表示成矩阵形式

$$\begin{bmatrix} \zeta_{1a}^T \\ \zeta_{2a}^T \\ \zeta_{3a}^T \\ \zeta_{4a}^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{px} \\ v_{py} \\ \omega_{pz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \zeta_{1a}^T \xi_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \zeta_{2a}^T \xi_{21} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \zeta_{3a}^T \xi_{31} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \zeta_{4a}^T \xi_{41} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_{11} \\ \dot{\theta}_{21} \\ \dot{\theta}_{31} \\ \dot{\theta}_{41} \end{bmatrix} \quad (6)$$

同时,式(6)可简记为

$$J_x \xi_p = J_\theta \dot{\theta} \quad (7)$$

其中 $\dot{\theta} = [\dot{\theta}_{11} \quad \dot{\theta}_{21} \quad \dot{\theta}_{31} \quad \dot{\theta}_{41}]^T$

式中 $\dot{\theta}$ ——输入角速度向量

则雅可比矩阵为

$$J = J_\theta^{-1} J_x \quad (8)$$

2 基于螺旋理论的动力学公式

首先选取各支链的铰 O_i 和 B_i 分别作为主动杆

和被动杆的主元点;然后,计算各主元点的速度旋量;再将连杆质心的力螺旋变换到主元点;最后,用虚功原理得到4-RRR机构的动力学公式。

2.1 主元点的速度旋量

如图1所示,选择铰 O_i 为连杆 i_1 的主元点,铰 B_i 为连杆 i_2 的主元点。

主元点 O_i 的速度为

$$\dot{\theta}_{i1} = G_{i1} \xi_p \quad (i=1,2,3,4) \quad (9)$$

式中 $G_{i1} = \frac{\zeta_{ia}^T}{\zeta_{ia}^T \xi_{i1}}$

则主元点 O_i 的速度旋量可表示为

$$\xi_{i1} = \begin{pmatrix} v_{i1} \\ \dot{\theta}_{i1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ G_{i1} \xi_p \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} K_{i1} \\ G_{i1} \end{pmatrix} \xi_p \quad (10)$$

式中 $K_{i1} = 0$ 。

与此类似,主元点 B_i 的速度旋量表示为

$$\xi_{i2} = \begin{pmatrix} v_{Bi} \\ \dot{\beta}_{i1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} K_{i2} \\ G_{i2} \end{pmatrix} \xi_p \quad (11)$$

其中

$$K_{i2} = l_{i1} \begin{bmatrix} -\sin\theta_{i1} G_{i1} \\ \cos\theta_{i1} G_{i1} \end{bmatrix}$$

$$G_{i2} = \begin{bmatrix} -\frac{\sin\theta_{i2}}{l_{i2}} & \frac{\cos\theta_{i2}}{l_{i2}} \end{bmatrix}$$

$$\left([e_1 \quad e_2]^T - \begin{bmatrix} -l_{i1} \sin\theta_{i1} \\ l_{i1} \cos\theta_{i1} \end{bmatrix} G_{i1} - E s_i e_3^T \right)$$

$$e_1 = [1 \quad 0 \quad 0]^T \quad e_2 = [0 \quad 1 \quad 0]^T \quad e_3 = [0 \quad 0 \quad 1]^T$$

$$E = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$$

式中 s_i ——点 C_i 到动平台形心 O' 的向量

2.2 惯性力螺旋及其变换

根据达朗贝尔原理,作用在机构的第 i 支链 j 连杆质心上的惯性力螺旋^[11]为

$${}^b F_{ij,c} = \begin{bmatrix} -m_{ij,c} {}^b a_{ij,c} \\ -{}^b I_{ij,c} {}^b \dot{\omega}_{ij,c} - {}^b \omega_{ij,c} \times {}^b I_{ij,c} {}^b \omega_{ij,c} \end{bmatrix} \quad (12)$$

式中 $m_{ij,c}$ ——连杆质量

${}^b a_{ij,c}$ ——连杆质心加速度

${}^b I_{ij,c}$ ——连杆关于质心的惯性矩阵

${}^b \omega_{ij,c}$ ——连杆的角速度

${}^b \dot{\omega}_{ij,c}$ ——连杆的角加速度

式中各参数左上标 b 表示参数在连杆体坐标系中计算,本文中,变量如果没有左上标意味着在惯性坐标系中表示。

在体坐标系 R_b 中表示的连杆上某点的惯性力螺旋,可以通过变换矩阵转移到连杆中其它的点。例如,连杆 i_2 质心的惯性力螺旋可以变换到主元点

B_i , 其变换矩阵为

$$T_r = \begin{bmatrix} {}^i_b R & 0 \\ {}^i_b R^b r_{BC_m} & {}^i_b R \end{bmatrix} \quad (13)$$

式中 ${}^i_b R$ ——体坐标系 R_b 到惯性坐标系 R_i 的姿态变换矩阵

${}^b r_{BC_m}$ ——在体坐标系 R_b 上表示的从 B_i 点到连杆质心 C_m 点的向量

则, 由连杆质心转移到转动铰 B_i 的惯性力螺旋为

$$F_{i2} = \begin{bmatrix} f_{i2} \\ n_{i2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -m_{i2,c} a_{i2,c} \\ -(m_{i2,c} r_{BC_m} \times a_B + \omega_B \times I_B \omega_B + I_B \dot{\omega}_B) \end{bmatrix} \quad (14)$$

其中 $I_B = I_C + m_{C_m} (r_{BC_m}^T r_{BC_m} I_{3 \times 3} - r_{BC_m} r_{BC_m}^T)$

$$I_C = {}^i_b R I_C {}^i_b R^T$$

式中 I_B ——连杆关于铰 B_i 的惯性矩阵

I_C ——连杆关于其质心的惯性矩阵

a_B, ω_B ——连杆转动铰 B_i 的加速度和角速度

m_{C_m} ——连杆 i_2 的质量

2.3 动力学公式

考虑作用在机构的外力、惯性力和驱动力, 利用虚功原理即可计算系统刚体动力学。如前所述, 惯性力的计算主要是连杆 i_1 的转动铰 O_i 的惯性力螺旋和连杆 i_2 的转动铰 B_i 惯性力螺旋, 此外, 还有动平台的惯性力螺旋。则系统动力学可表示为

$$\sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^2 (\delta \xi_{ij})^T F_{ij} + (\delta \xi_p)^T (F_p + F_{p,c}) + \sum_{i=1}^4 (\delta \xi_{i1})^T \tau_i = 0 \quad (15)$$

式中 $\delta \xi_{ij}$ ——主元点 O_i 和 B_i 的速度旋量的变分

$\delta \xi_p$ ——动平台的质心速度旋量变分

F_{ij} ——第 i 支链第 j 连杆的主元点惯性力螺旋

F_p ——作用在动平台上的外力螺旋

$F_{p,c}$ ——动平台上的惯性力螺旋

τ_i —— i 支链电动机施加的驱动力矩

将式(10)和式(11)代入式(15)得

$$\sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^2 [K_{ij}^T \quad G_{ij}^T] \begin{bmatrix} f_{ij} \\ n_{ij} \end{bmatrix} + [K_{C_1}^T \quad G_{C_1}^T] \begin{bmatrix} f_{p,c} \\ n_{p,c} \end{bmatrix} + F_p + J^T \tau = 0 \quad (16)$$

其中 $\tau = [\tau_1 \quad \tau_2 \quad \tau_3 \quad \tau_4]^T$

式中 τ ——驱动力向量

3 驱动力优化

3.1 基于输入力矩优化

输入力优化是输入力矩的二范数最小化。其优化目标函数为^[6]

$$f_1 = \tau^T W_1 \tau \quad (17)$$

式中 W_1 ——系数矩阵

如果使用同样的电动机, W_1 可取为单位矩阵, 则式(17)变为

$$f_1 = \tau^T \tau \quad (18)$$

式(18)的二范数最小解为

$$\tau_{\min} = (J^T)^+ b \quad (19)$$

式中

$$\begin{cases} (J^T)^+ = J(J^T J)^{-1} \\ b = -(J^T)^+ \left(\sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^2 [K_{ij}^T \quad G_{ij}^T] \begin{bmatrix} f_{ij} \\ n_{ij} \end{bmatrix} + [K_{C_1}^T \quad G_{C_1}^T] \begin{bmatrix} f_{p,c} \\ n_{p,c} \end{bmatrix} + F_p \right) \end{cases}$$

根据上述公式, 机构驱动力的仿真过程如下: 机构在 0.04 s 内从点(0,0)移动到(80 mm,0), 加速度为 98 000 mm/s²。通过力优化得到的驱动力如图 2 所示, 图 3 是 3-RRR 机构^[14]以同样轨迹速度运动时的驱动力矩, 两图比较可以看出, 优化后的 4-RRR 机构的单个电动机驱动力矩的峰值有所下降。

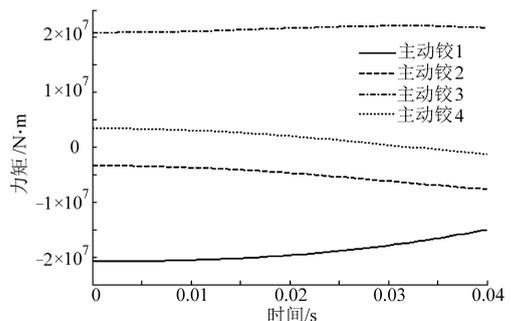


图 2 4-RRR 机构驱动力矩曲线

Fig. 2 Driving torques of 4-RRR mechanism

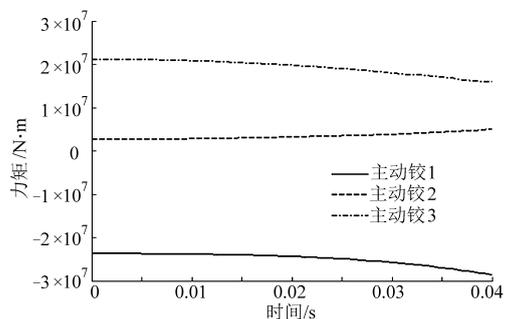


图 3 3-RRR 机构驱动力矩曲线

Fig. 3 Driving torques of 3-RRR mechanism

3.2 基于功率的力矩优化

在带有减速器的并联机器人中, 常常存在间隙和变形, 因而机构运动时, 容易引起碰撞。而冗余驱动可以通过内力控制消除间隙和变形, 避免碰撞, 因而可通过力矩优化获得用于内力控制的驱动力矩。由于在机构中保持一定的内力, 因而可提高机构刚

度,同时又可减少减速器的碰撞。

由公式(16)可得

$$\boldsymbol{\tau} = (\mathbf{J}^T)^+ \mathbf{b} \quad (20)$$

如果要在机构连杆中保持一定内力,则式(20)可表示为

$$\boldsymbol{\tau} = (\mathbf{J}^T)^+ \mathbf{b} + \mu \mathbf{B} \quad (21)$$

式中 \mathbf{B} 是 \mathbf{J}^T 的一个零空间向量,即

$$\mathbf{J}^T \mathbf{B} = \mathbf{0} \quad (22)$$

μ 是一比例系数,则 $\mu \mathbf{B}$ 也是 \mathbf{J}^T 的一个零空间向量,同时也是机构连杆中的内力参数。

基于功率的优化目标函数为

$$f = \mathbf{E}^T \mathbf{W} \mathbf{E} \quad (23)$$

式中

$$\begin{cases} \mathbf{E} = \boldsymbol{\Theta} \boldsymbol{\tau} \\ \boldsymbol{\Theta} = \text{diag}[\dot{\theta}_1 \quad \dot{\theta}_2 \quad \dot{\theta}_3 \quad \dot{\theta}_4] \end{cases}$$

本例中,使用相同的驱动电动机,取 \mathbf{W} 为单位矩阵,则式(23)可表示为

$$f = \boldsymbol{\tau}^T \boldsymbol{\Theta}^2 \boldsymbol{\tau} \quad (24)$$

由于机构有3个自由度,而驱动电动机有4个,因此将驱动力矩分为独立驱动力矩 $\boldsymbol{\tau}_a$ 和相关驱动力矩 $\boldsymbol{\tau}_b$,即

$$\boldsymbol{\tau} = [\boldsymbol{\tau}_a^T \quad \boldsymbol{\tau}_b^T]^T \quad (25)$$

相应地,雅可比矩阵也可表示为

$$\mathbf{J}^T = [\mathbf{J}_a^T \quad \mathbf{J}_b^T] \quad (26)$$

式中, \mathbf{J}_a^T 是 3×3 矩阵, \mathbf{J}_b^T 是 3×1 矩阵。

速度矩阵可取为

$$\boldsymbol{\Theta} = \text{diag}[\boldsymbol{\Theta}_a \quad \boldsymbol{\Theta}_b] \quad (27)$$

把式(25)和式(27)代入式(24)得

$$f = \boldsymbol{\tau}_a^T \boldsymbol{\Theta}_a^2 \boldsymbol{\tau}_a + \boldsymbol{\tau}_b^T \boldsymbol{\Theta}_b^2 \boldsymbol{\tau}_b \quad (28)$$

把式(26)代入式(19)得

$$(\mathbf{J}^T)^+ = \mathbf{J}(\mathbf{J}^T \mathbf{J})^{-1} = \begin{bmatrix} (\mathbf{J}_a^T + \mathbf{J}_b^T \mathbf{J}_b \mathbf{J}_a^{-1})^{-1} \\ \mathbf{J}_b (\mathbf{J}_a^T \mathbf{J}_a + \mathbf{J}_b^T \mathbf{J}_b)^{-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{J}_{a1} \\ \mathbf{J}_{b1} \end{bmatrix} \quad (29)$$

因而式(29)代入式(20)后,得

$$\boldsymbol{\tau} = \begin{bmatrix} \mathbf{J}_{a1} \mathbf{b} + \mu \mathbf{B}_a \\ \mathbf{J}_{b1} \mathbf{b} + \mu \mathbf{B}_b \end{bmatrix} \quad (30)$$

把式(27)和式(31)代入式(28)得

$$f = \mu^2 \mathbf{B}^T \boldsymbol{\Theta}^2 \mathbf{B} + 2\mu (\mathbf{B}^T \boldsymbol{\Theta}^2 (\mathbf{J}^T)^+ \mathbf{b} + \mathbf{b}^T ((\mathbf{J}^T)^+)^T \boldsymbol{\Theta}^2 (\mathbf{J}^T)^+ \mathbf{b}) \quad (31)$$

由式(31)可以看出, f 的第3项仅与目标轨迹 $q(t)$ 有关,而根据参数 μ 确定 f 的最小值只需要前两项,因此,目标函数也可写作

$$L = \mu^2 \mathbf{B}^T \boldsymbol{\Theta}^2 \mathbf{B} + 2\mu (\mathbf{B}^T \boldsymbol{\Theta}^2 (\mathbf{J}^T)^+ \mathbf{b}) \quad (32)$$

约束条件取为

$$\boldsymbol{\tau}_{\min} \leq \boldsymbol{s} \boldsymbol{\tau} \leq \boldsymbol{\tau}_{\max} \quad (33)$$

式中 \boldsymbol{s} 是驱动力矩 $\boldsymbol{\tau}$ 的符号向量,力矩的符号有 2^4 种组合。在计算时需要每一种组合进行验证。

本文按照式(30)、(31)和(32)计算内力参数和驱动力矩,结果如图4、5所示。图4是机构内力的变化规律,计算时,要求内力参数大于 $0.2 \text{ N} \cdot \text{m}$,对上限没有限制。图5是基于优化计算得到的各个驱动力矩,由图中看到,驱动铰1和3的力矩在负值区域变化,驱动铰2和4的驱动力矩在正值区域变化,且和驱动铰1、3相比,其力矩值变化的幅度要大些,表明在驱动铰2、4的电动机要承受更大的负载。此外,机构内力的变化经历2个峰值,第1个峰值随铰2和铰1的驱动力值增加而产生;第2个峰值随铰4和铰3的驱动力值增加而产生。当4个铰的驱动力都减少时,即在3s邻域时,内力参数处于峰谷。

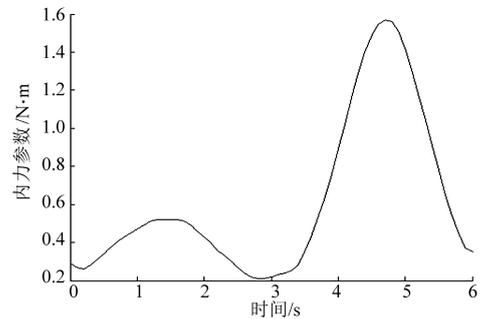


图4 内力参数曲线

Fig. 4 Inner force parameter

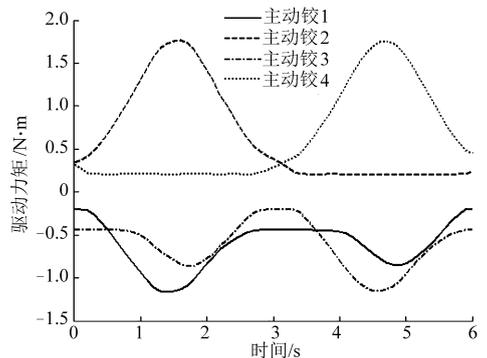


图5 4-RRR 内力生成的驱动力矩曲线

Fig. 5 Driving torques of 4-RRR for resulting inner forces

4 结论

(1) 基于螺旋理论推导了冗余驱动机构的运动学和雅可比矩阵。

(2) 基于虚功原理,构建了冗余驱动机构的逆动力学公式。

(3) 基于功率优化,通过对机构的驱动力矩进行优化分配,可对机构进行内力控制。

参 考 文 献

- 1 Gosselin C M, Angeles J. Singularity analysis of closed loop kinematic chains[J]. IEEE Transaction on Robotics and Automation, 1990, 6(3): 281 ~ 290.
- 2 David C, Marc G, Olivier C, et al. Actuation redundancy as a way to improve the acceleration capabilities of 3T and 3T1R pick and place parallel manipulators[J]. Journal of Mechanisms and Robotics, 2010, 2(4): 1 ~ 13.
- 3 Liu G F, Lou Y J, Li Z X. Singularities of parallel manipulators: a geometric treatment[J]. IEEE Transaction on Robotics and Automation, 2003, 19(4): 579 ~ 594.
- 4 Müller A. Stiffness control of redundantly actuated parallel manipulators[C]//Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation, Barcelona, 2006: 1 153 ~ 1 158.
- 5 Dasgupta B, Mruthyunjaya T S. Force redundancy in parallel manipulators: theoretical and practical issues[J]. Mechanism and Machine Theory, 1998, 33(6): 727 ~ 742.
- 6 蔡胜利, 白师贤. 冗余驱动的平面并联操作手的输入力优化[J]. 北京工业大学学报, 1997, 23(2): 37 ~ 41.
Cai Shengli, Bai Shixian. Optimization of actuating forces of redundantly actuated planner parallel manipulators[J]. Journal of Beijing Polytechnic University, 1997, 23(2): 37 ~ 41. (in Chinese)
- 7 邵华, 关立文, 王立平. 冗余并联机床驱动力优化解析[J]. 清华大学学报: 自然科学版, 2007, 47(8): 1 325 ~ 1 329.
Shao Hua, Guan Liwen, Wang Liping. Drive force optimization for a redundant parallel machine [J]. Journal of Tsinghua University: Sci. & Tech., 2007, 47(8): 1 325 ~ 1 329. (in Chinese)
- 8 闫彩霞, 战强, 叔广慧. 冗余驱动并联机构预防故障的力矩分配法[J]. 四川大学学报: 工程科学版, 2011, 43(2): 217 ~ 221.
Yan Caixia, Zhan Qiang, Shu Guanghui. Method of torque distribution of redundant actuation parallel manipulator for fault prevention[J]. Journal of Sichuan University: Engineering Science Edition, 2011, 43(2): 217 ~ 221. (in Chinese)
- 9 Wu Jun, Wang Jinsong, Wang Liping, et al. Dynamics and control of a planar 3-DOF parallel manipulator with actuation redundancy[J]. Mechanism and Machine Theory, 2009, 44(4): 835 ~ 849.
- 10 卿建喜, 李建峰, 方斌. 冗余驱动 Tricept 并联机构的驱动优化[J]. 机械工程学报, 2010, 46(5): 8 ~ 14.
Qing Jianxi, Li Jianfeng, Fang Bin. Drive optimization of Tricept parallel mechanism with redundant actuation[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2010, 46(5): 8 ~ 14. (in Chinese)
- 11 Firmani F, Podhorodeski R P. Singularity analysis of planar parallel manipulators based on forward kinematic solutions[J]. Mechanism and Machine Theory, 2009, 44(7): 1 386 ~ 1 399.
- 12 Joshi S, Tsai L W. Jacobian analysis of limited-DOF parallel manipulators[J]. ASME Journal of Mechanical Design, 2002, 124(2): 254 ~ 258.
- 13 Lipkin H. Time derivatives of screws with applications to dynamics and stiffness[J]. Mechanism and Machine Theory, 2005, 40(3): 259 ~ 273.
- 14 高名旺, 张宪民. 平面宏动并联机器人动态模拟[J]. 农业机械学报, 2012, 43(8): 205 ~ 209.
Gao Mingwang, Zhang Xianmin. Dynamic modeling of planar macro-driven parallel robot[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2012, 43(1): 205 ~ 209. (in Chinese)

Optimum of Driving Force for 4 - RRR Redundant Parallel Robot

Gao Mingwang¹ Zhang Xianmin²

(1 Shandong Provincial Key Laboratory of Precision Manufacturing and Non-traditional Machining,
Shandong University of Technology, Zibo 255049, China

2. Guangdong Province Key Laboratory of Precision Equipment and Manufacturing Technology,
South China University of Technology, Guangzhou 510641, China)

Abstract: An optimum strategy for driving force distribution, which can hold preload in the robot, was presented. First, an approach for the kinematic and dynamic analysis of redundant planar parallel robot was proposed. In this method, theory of screws was used to deduce the Jacobian matrix, and the Newton - Euler equation was used to calculate wrench of pivot points, and the principle of virtual work was used to formulate the dynamic equation of motion. Then, the driving forces of 3 - RRR and 4 - RRR were optimized based on force optimization, respectively and the peak of driving force for 4 - RRR is lower than that for 3 - RRR. In the end, the internal preload and driving forces of the 4 - RRR were optimized based on the power optimization and the variations rules of the driving forces and internal preload were obtained.

Key words: Redundant actuation Parallel robots Screw theory Inverse dynamics Driving force optimum