

切削加工机器人系统综合误差解耦补偿^{*}

张永贵 高金刚 刘文洲 苑明杰

(兰州理工大学数字制造技术与应用省部共建教育部重点实验室, 兰州 730050)

摘要: 以6自由度机器人及2自由度变位机为研究对象,运用机器人微分变换理论建立存在误差情况下的运动学方程。针对机器人在切削加工中动、静态误差存在耦合的情况,通过分析切削加工系统的特点,运用摄动法建立了相邻两连杆间的动、静态误差的传递关系,并由此推导出机器人末端执行器与各关节轴动、静态误差的关系,对机器人及变位机各运动副间的误差进行了解耦,建立了切削加工机器人系统的误差补偿模型,并验证了其有效性,为进一步研究机器人末端执行器与各关节及臂杆间的误差关系打下了理论基础。

关键词: 切削加工 微分变换 解耦 摄动法

中图分类号: TP242 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-1298(2013)12-0326-06

Decoupling and Compensation of Synthesis Errors for Machining Robot System

Zhang Yonggui Gao Jin'gang Liu Wenzhou Yuan Mingjie

(Key Laboratory of Digital Manufacturing Technology and Application, Ministry of Education

Lanzhou University of Technology, Lanzhou 730050, China)

Abstract: The error kinematics mathematic model of 6-DOF robot and 2-DOF positioner was established on the basis of differential transformation matrix. When robot was machining, the dynamic error and the static error were coupling. The relationship between two adjacent rod of the dynamic error and the static error was analyzed on the perturbation method, and then the relationship of dynamic error and the static error between robot end effector and each joint was built. Based on the perturbation method, the synthesis error compensation model was created by decoupling the dynamic error and the static error, and then the effectivity of the compensation model was proved. The compensation value of each robot joint can be obtained from the model.

Key words: Machining Differential transformation matrix Decoupling Perturbation method

引言

机器人在切削加工中由于受到机器人连杆的制造误差、各关节零件的安装误差、连杆及关节的弹性变形等多种因素的影响,产生末端位姿误差。按照影响因素来划分又可分为动态误差及静态误差,并且动、静态误差间存在耦合关系^[1]。由于存在耦合,误差补偿不能简单地通过各轴的逆运动实现,需要对综合误差进行解耦,通过解耦得到各关节角的补偿值。对于静态误差可采用相对距离误差识别方

法^[2-3]、螺旋变换法^[4]、蒙特卡洛方法^[5]以及矩阵法^[6]等进行计算。矩阵法应用较广^[7-10],基本思想是对齐次变换矩阵微分,但计算过程复杂,物理意义不明显,对于名义值为零的参数偏差(如动态误差)难以计算。摄动法^[11]可以对机器人各关节原始误差进行小位移矢量合成,进而建立机器人末端执行器的位姿误差模型。因其无需微分计算,对于名义值为零的参数偏差能够直接合成,可以用于多种误差源的建模。本文以 ABB 6660-205/1.9 机器人及 ABB IRBPA-750 变位机为例进行综合误差研究。

收稿日期: 2013-05-13 修回日期: 2013-06-25

* 国家自然科学基金资助项目(51065017)和甘肃省自然科学基金资助项目(0916RJZA001)

作者简介: 张永贵,高级工程师,博士,主要从事机器人切削加工及数控技术研究,E-mail: zhyg08@126.com

1 机器人运动学修正模型建立

对于切削加工机器人,因连杆刚度较大^[12-13],关节变形为弹性变形的主要来源,图 1 所示 6R 机器人,工具坐标系定义为 $\sum t$,大地坐标系定义为 $\sum w$ 。关节 2、3 轴线平行,而 DH 法中并未对此有参数描述。此种情况下,不符合连杆间的微分变换条件,采用由 Hayati^[14]等改进后的 DH 模型,即引入一个绕着 y 轴转动的附加项 $\text{Rot}(y, \beta_i)$,则坐标系 $\sum i$ 与 $\sum (i-1)$ 间的变换关系可描述为

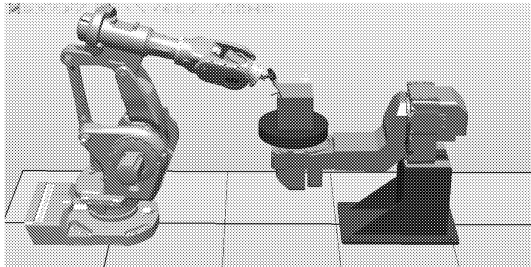


图 1 切削加工机器人系统
Fig. 1 System of robot cutting

$${}^{i-1}A = \text{Trans}(x, a_{i-1}) \text{Rot}(x, \alpha_{i-1}) \text{Trans}(z, d_i) \cdot \text{Rot}(z, \theta_i) \text{Rot}(y, \beta_i) \quad (1)$$

修正后的 DH 模型为 5 参数模型: a_{i-1} 、 α_{i-1} 、 d_i 、 θ_i 、 β_i ,当相邻关节不平行时 $\beta_i = 0$,当相邻关节平行时, $\beta_i \neq 0$ 。则

$${}^{i-1}A = \begin{bmatrix} c\theta_i c\beta_i & -s\theta_i & c\theta_i s\beta_i & a_{i-1} \\ s\theta_i c\alpha_{i-1} c\beta_i + s\alpha_{i-1} s\beta_i & c\theta_i c\alpha_{i-1} & s\theta_i c\alpha_{i-1} s\beta_i - s\alpha_{i-1} c\beta_i & -d_i s\alpha_{i-1} \\ s\theta_i s\alpha_{i-1} c\beta_i - c\alpha_{i-1} s\beta_i & c\theta_i s\alpha_{i-1} & s\theta_i s\alpha_{i-1} s\beta_i + c\alpha_{i-1} c\beta_i & d_i c\alpha_{i-1} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

其中 $i = 1, 2, \dots, 6$, $c\theta_i = \cos\theta_i$, $s\theta_i = \sin\theta_i$, $c\beta_i = \cos\beta_i$, $s\alpha_{i-1} = \sin\alpha_{i-1}$, 机器人末端执行器在基坐标中的位姿矩阵为

$${}^0A = {}^0A_1 A_2 A_3 A_4 A_5 A_6 \quad (3)$$

ABB 6660-205/1.9 为一台含有四杆机构的机器人,先不考虑 2 轴与 3 轴间的四杆机构,为便于分析,将 $\sum w$ 的原点定义在变位机基座原点上,变位机初始坐标系定义为 $\sum r$ 。修正后的 DH 坐标系如图 2 所示,连杆参数如表 1 所示。

在切削加工过程中,工件与变位机无相对运动,即工件坐标系 $\sum j$ 与变位机 $\sum 8$ 坐标系重合,

$$\dots w \xrightarrow{{}^wA} {}^0A \rightarrow {}^1A \rightarrow {}^2A \rightarrow {}^3A \rightarrow \dots \xrightarrow{{}^6A} {}^6A \rightarrow {}^I(j) \leftarrow {}^8A \leftarrow {}^7A \leftarrow {}^wA \dots$$

图 3 机器人与变位机坐标变换图

Fig. 3 Graph of robot and positioner coordinate transform

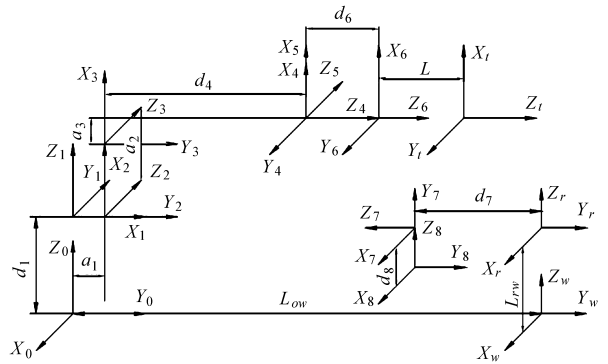


图 2 修正后的机器人与变位机 DH 坐标系
Fig. 2 DH coordinates system of modified robot and positioner

表 1 ABB 6660 与 ABB IRBPA-750 连杆参数
Tab. 1 Link parameters of ABB 6660 robot and ABB IRBPA-750 positioner

连杆 i	杆长 a_{i-1}	连杆扭角 $\alpha_{i-1}/(^\circ)$	偏置 d_i	关节角 θ_i	扭角 β_i
1	0	0	d_1	θ_1	0
2	a_1	-90	0	θ_2	0
3	a_2	0	0	θ_3	β_3
4	a_3	-90	d_4	θ_4	0
5	0	90	0	θ_5	0
6	0	-90	d_6	θ_6	0
7	0	90	d_7	θ_7	0
8	0	-90	d_8	θ_8	0
工具	0	0	L	0	0

即 ${}^8A = {}^jA^{-1} = I$ 。在无误差情况下,刀具中心点 (Tool centre point, TCP) 应与工件上目标切削点重合,坐标变换关系如图 3 所示。

切削加工机器人系统运动学方程为

$${}^jA = {}^jA_t A = ({}^jA_7 A_7 A_7 A) ({}^wA_1 A_2 A_3 A_4 A_5 A_6 A) = ({}^wA_7 A_7 A_7 A)^{-1} ({}^wA_1 A_2 A_3 A_4 A_5 A_6 A) = \begin{bmatrix} n & o & a & p \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

2 切削加工系统动、静态误差综合微分变换

机器人在切削加工中受到静态误差(连杆参数误差)与动态误差(关节受力变形)的综合影响产生末端位姿误差。对单个轴来讲,在静态因素影响下,存在 3 个平动误差 d_x 、 d_y 、 d_z 及 3 个转动误差 δ_x 、 δ_y 、 δ_z ;在动态因素影响下存在 3 个平动误差 d'_x 、 d'_y 、 d'_z 及 3 个转动误差 δ'_x 、 δ'_y 、 δ'_z 。由机器人微分变换^[15]可知(以下变换均以 $\sum 0$ 坐标系为参考系)

知(以下变换均以 $\sum 0$ 坐标系为参考系)

$$\mathbf{A} + d\mathbf{A} = \text{Trans}(d_x, d_y, d_z) \text{Rot}(f, d_\theta) \mathbf{A} \quad (5)$$

令 $\mathbf{A}^e = \mathbf{A} + d\mathbf{A}$ 上标 e 表示存在误差情况。令误差矩阵 $\mathbf{D} = \text{Trans}(d_x, d_y, d_z) \text{Rot}(f, d_\theta)$, 则

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & d_x \\ 0 & 1 & 0 & d_y \\ 0 & 0 & 1 & d_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -f_2 d_\theta & f_y d_\theta & 0 \\ f_z d_\theta & 1 & -f_x d_\theta & 0 \\ -f_y d_\theta & f_x d_\theta & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -\delta_z & \delta_y & d_x \\ \delta_z & 1 & -\delta_x & d_y \\ -\delta_y & \delta_x & 1 & d_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (6)$$

式(5)变为 $\mathbf{A}^e = \mathbf{D}\mathbf{A}$, 可理解为: 在基坐标系中, 两相邻连杆存在误差情况下的齐次变换矩阵, 等于原齐次变换矩阵左乘一个误差矩阵。所以在动、静态误差综合影响下齐次变换矩阵为

$$\mathbf{A}^{se} = \mathbf{D}'\mathbf{D}\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & -\delta'_z & \delta'_y & d'_x \\ \delta'_z & 1 & -\delta'_x & d'_y \\ -\delta'_y & \delta'_x & 1 & d'_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -\delta_z & \delta_y & d_x \\ \delta_z & 1 & -\delta_x & d_y \\ -\delta_y & \delta_x & 1 & d_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & -(\delta'_z + \delta_z) & \delta'_y + \delta_y & d'_x + d_x \\ \delta'_z + \delta_z & 1 & -(\delta'_x + \delta_x) & d'_y + d_y \\ -(\delta'_y + \delta_y) & \delta'_x + \delta_x & 1 & d'_z + d_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{A} \quad (7)$$

令

$$\mathbf{D}^s = \begin{bmatrix} 1 & -(\delta'_z + \delta_z) & \delta'_y + \delta_y & d'_x + d_x \\ \delta'_z + \delta_z & 1 & -(\delta'_x + \delta_x) & d'_y + d_y \\ -(\delta'_y + \delta_y) & \delta'_x + \delta_x & 1 & d'_z + d_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

则 $\mathbf{A}^{se} = \mathbf{D}^s \mathbf{A}$, 存在误差的情况下, TCP 相对于工件的齐次变换矩阵为

$${}^j\mathbf{A}^{se} = {}^j\mathbf{A}^{sew} {}^w\mathbf{A}^{se} = ({}^j\mathbf{A}^{se8} {}^7\mathbf{A}^{se7} {}^w\mathbf{A}^{se}) ({}^w\mathbf{A}^{se0} {}^1\mathbf{A}^{se1} {}^2\mathbf{A}^{se2} {}^3\mathbf{A}^{se3} {}^4\mathbf{A}^{se4} {}^5\mathbf{A}^{se5} {}^6\mathbf{A}^{se6} {}^t\mathbf{A}^{se}) = ({}^w\mathbf{A}^{se7} {}^8\mathbf{A}^{se8} {}^j\mathbf{A}^{se})^{-1} ({}^w\mathbf{A}^{se0} {}^1\mathbf{A}^{se1} {}^2\mathbf{A}^{se2} {}^3\mathbf{A}^{se3} {}^4\mathbf{A}^{se4} {}^5\mathbf{A}^{se5} {}^6\mathbf{A}^{se6} {}^t\mathbf{A}^{se}) \quad (8)$$

对于一个具有 N 个自由度的机器人在存在误差的情况下运动学方程为

$${}^0\mathbf{A} + d({}^0\mathbf{A}) = ({}^0\mathbf{A} + d({}^0\mathbf{A})) ({}^1\mathbf{A} + d({}^1\mathbf{A})) \cdots ({}^{N-1}\mathbf{A} + d({}^{N-1}\mathbf{A})) \quad (9)$$

其中 ${}^0\mathbf{A} = {}^0\mathbf{A}_1 {}^1\mathbf{A}_2 \cdots {}^{N-1}\mathbf{A}_N$, 展开略去二阶微分乘积得

$${}^0\mathbf{A} + d({}^0\mathbf{A}) = {}^0\mathbf{A} + \sum_{i=1}^N ({}^i\mathbf{A} \cdots {}^{i-2}\mathbf{A}) d({}^{i-1}\mathbf{A}) ({}_{i+1}\mathbf{A} \cdots {}^{N-1}\mathbf{A}) \quad (10)$$

$$d({}^{i-1}\mathbf{A}) = ({}^{i-1}\mathbf{A}) \delta ({}^{i-1}\mathbf{A}) \quad (11)$$

$$d({}^0\mathbf{A}) = \sum_{i=1}^N ({}^0\mathbf{A} \cdots {}^{i-2}\mathbf{A}) d({}^{i-1}\mathbf{A}) ({}_{i+1}\mathbf{A} \cdots {}^{N-1}\mathbf{A}) = \sum_{i=1}^N [({}^0\mathbf{A} \cdots {}^{i-1}\mathbf{A}) \delta ({}^{i-1}\mathbf{A}) ({}^0\mathbf{A} \cdots {}^{i-1}\mathbf{A})^{-1} \cdot ({}^0\mathbf{A} \cdots {}^{i-1}\mathbf{A}) ({}_{i+1}\mathbf{A} \cdots {}^{N-1}\mathbf{A})] = \sum_{i=1}^N [({}^0\mathbf{A} \cdots {}^{i-1}\mathbf{A}) \delta ({}^{i-1}\mathbf{A}) ({}^0\mathbf{A} \cdots {}^{i-1}\mathbf{A})^{-1} {}^0\mathbf{A}] = \sum_{i=1}^N [({}^i\mathbf{A} \cdots {}^{i-1}\mathbf{A}) \delta ({}^{i-1}\mathbf{A}) ({}^i\mathbf{A} \cdots {}^{i-1}\mathbf{A})^{-1}] {}^0\mathbf{A} \quad (12)$$

令

$$\delta({}^0\mathbf{A}) = \sum_{i=1}^N [({}^i\mathbf{A} \cdots {}^{i-1}\mathbf{A}) \delta ({}^{i-1}\mathbf{A}) ({}^i\mathbf{A} \cdots {}^{i-1}\mathbf{A})^{-1}]$$

且微分变换在 $\sum 0$ 坐标系中进行, 则

$$d({}^0\mathbf{A}) = \delta({}^0\mathbf{A}) {}^0\mathbf{A} \quad (13)$$

$${}^0\mathbf{A} + d({}^0\mathbf{A}) = {}^0\mathbf{A} + \delta({}^0\mathbf{A}) {}^0\mathbf{A} = (I + \delta({}^0\mathbf{A})) {}^0\mathbf{A} =$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -{}^0\delta_z & {}^0\delta_y & {}^0d_x \\ {}^0\delta_z & 1 & -{}^0\delta_x & {}^0d_y \\ -{}^0\delta_y & {}^0\delta_x & 1 & {}^0d_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} {}^0\mathbf{A} \quad (14)$$

令

$$\mathbf{D}^f = \begin{bmatrix} 1 & -{}^0\delta_z & {}^0\delta_y & {}^0d_x \\ {}^0\delta_z & 1 & -{}^0\delta_x & {}^0d_y \\ -{}^0\delta_y & {}^0\delta_x & 1 & {}^0d_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

则

$${}^0\mathbf{A} + d({}^0\mathbf{A}) = \mathbf{D}^f {}^0\mathbf{A} \quad (15)$$

对于本系统

$${}^j\mathbf{A} + d({}^j\mathbf{A}) = \mathbf{D}^{sfj} {}^j\mathbf{A} = {}^j\mathbf{A}^{se} \quad (16)$$

存在误差情况下的机器人运动学方程可理解为在理想运动学方程基础上左乘一个误差矩阵 \mathbf{D}^{sf} 则

$$\mathbf{D}^{sf} = ({}^j\mathbf{A}^{se}) ({}^j\mathbf{A})^{-1} \quad (17)$$

3 机器人及变位机动静、态误差解耦补偿

设机器人第 i 关节 DH 参数存在偏差 $\Delta\theta_i, \Delta\alpha_i, \Delta a_i, \Delta d_i$ 以及由于受力变形存在直线误差 d'_x, d'_y, d'_z 与姿态误差 $\delta'_x, \delta'_y, \delta'_z$, 在这些误差的综合影响下 $i+1$ 杆相对 i 杆存在广义摄动, 不考虑高阶微位移时, $i+1$ 关节的广义微位移为

$$\begin{bmatrix} {}^{i+1}\Delta q_x \\ {}^{i+1}\Delta q_y \\ {}^{i+1}\Delta q_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta a_i \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + {}^{i+1}\mathbf{R} \begin{bmatrix} d'_{xi} \\ d'_{yi} \\ d'_{zi} + \Delta d_i \end{bmatrix} + {}^{i+1}\mathbf{R} \begin{bmatrix} \delta'_{xi} \\ \delta'_{yi} \\ \delta'_{zi} + \Delta\theta_i \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} a_i \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (18)$$

$$\begin{bmatrix} {}^{i+1}\Delta\varphi_x \\ {}^{i+1}\Delta\varphi_y \\ {}^{i+1}\Delta\varphi_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta\alpha_i \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + {}^{i+1}\mathbf{R} \begin{bmatrix} \delta'_{xi} \\ \delta'_{yi} \\ \delta'_{zi} + \Delta\theta_i \end{bmatrix} \quad (19)$$

$$\text{其中 } {}^{i+1}\mathbf{R} = \begin{bmatrix} c\theta_{i+1} & s\theta_{i+1}c\alpha_i & s\theta_{i+1}s\alpha_i \\ -s\theta_{i+1} & c\theta_{i+1}c\alpha_i & c\theta_{i+1}s\alpha_i \\ 0 & -s\alpha_i & c\alpha_i \end{bmatrix}$$

对于 $i+1$ 关节, 由于连杆参数及关节变形产生的 TCP 小位移误差, 可由关节 $i+1$ 的广义微位移 $\{ {}^{i+1}\Delta q \}$ 、 $\{ {}^{i+1}\Delta\varphi \}$ 求得

$$\begin{bmatrix} {}^n\Delta x \\ {}^n\Delta y \\ {}^n\Delta z \end{bmatrix} = {}^{i+1}\mathbf{R} \left[\begin{bmatrix} \Delta a_i \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + {}^{i+1}\mathbf{R} \begin{bmatrix} d'_{xi} \\ d'_{yi} \\ d'_{zi} + \Delta d_i \end{bmatrix} \right] + {}^{i+1}\mathbf{R} \begin{bmatrix} \delta'_{xi} \\ \delta'_{yi} \\ \delta'_{zi} + \Delta\theta_i \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \Delta a_i \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \left(\begin{bmatrix} \Delta\alpha_i \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + {}^{i+1}\mathbf{R} \begin{bmatrix} \delta'_{xi} \\ \delta'_{yi} \\ \delta'_{zi} + \Delta\theta_i \end{bmatrix} \right) \times {}^{i+1}\mathbf{p} \quad (20)$$

$$\begin{bmatrix} {}^n\Delta\varphi_x \\ {}^n\Delta\varphi_y \\ {}^n\Delta\varphi_z \end{bmatrix} = {}^{i+1}\mathbf{R} \left(\begin{bmatrix} \Delta\alpha_i \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + {}^{i+1}\mathbf{R} \begin{bmatrix} \delta'_{xi} \\ \delta'_{yi} \\ \delta'_{zi} + \Delta\theta_i \end{bmatrix} \right) \quad (i=1, 2, \dots, n) \quad (21)$$

式中 ${}^{i+1}\mathbf{R}$ —— $\{i+1\}$ 与 $\{n\}$ 坐标系间的旋转矩阵
 ${}^{i+1}\mathbf{R}$ —— $\{i\}$ 与 $\{i+1\}$ 坐标系间的旋转矩阵
 ${}^{i+1}\mathbf{p}$ —— $\{i+1\}$ 坐标系原点 o_{i+1} 至 TCP 的矢径列阵

机器人 TCP 总的位姿误差应等于上述各关节引起 TCP 误差的矢量和

$$\begin{bmatrix} {}^n d_x \\ {}^n d_y \\ {}^n d_z \end{bmatrix} = \sum_{i=0}^n {}^{i+1}\mathbf{R} \left[\begin{bmatrix} \Delta a_i \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + {}^{i+1}\mathbf{R} \begin{bmatrix} d'_{xi} \\ d'_{yi} \\ d'_{zi} + \Delta d_i \end{bmatrix} \right] + {}^{i+1}\mathbf{R} \begin{bmatrix} \delta'_{xi} \\ \delta'_{yi} \\ \delta'_{zi} + \Delta\theta_i \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \Delta a_i \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \left(\begin{bmatrix} \Delta\alpha_i \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + {}^{i+1}\mathbf{R} \begin{bmatrix} \delta'_{xi} \\ \delta'_{yi} \\ \delta'_{zi} + \Delta\theta_i \end{bmatrix} \right) \times {}^{i+1}\mathbf{p} = \sum_{i=0}^n {}^{i+1}\mathbf{R}^T ({}^{i+1}\mathbf{d} + {}^{i+1}\boldsymbol{\delta} \times \mathbf{p}) \quad (22)$$

$$\begin{bmatrix} {}^n\delta_x \\ {}^n\delta_y \\ {}^n\delta_z \end{bmatrix} = \sum_{i=0}^n {}^{i+1}\mathbf{R} \left(\begin{bmatrix} \Delta\alpha_i \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + {}^{i+1}\mathbf{R} \begin{bmatrix} \delta'_{xi} \\ \delta'_{yi} \\ \delta'_{zi} + \Delta\theta_i \end{bmatrix} \right) = \sum_{i=0}^n {}^{i+1}\mathbf{R}^T \boldsymbol{\delta} \quad (23)$$

$$\begin{aligned} \text{其中 } {}^{i+1}\mathbf{d} &= \mathbf{k}_{i1}\Delta a_i + \mathbf{k}_{i2}\Delta d_i + \mathbf{k}_{i3}\Delta\theta_i + \mathbf{k}_{i4}d'_{xi} + \\ &\quad \mathbf{k}_{i5}d'_{yi} + \mathbf{k}_{i6}d'_{zi} + \mathbf{k}_{i7}\delta'_{xi} + \mathbf{k}_{i8}\delta'_{yi} + \mathbf{k}_{i9}\delta'_{zi} \\ {}^{i+1}\boldsymbol{\delta} &= \mathbf{k}_{i1}\Delta\alpha_i + \mathbf{k}_{i2}\Delta\theta_i + \mathbf{k}_{i4}\delta'_{xi} + \mathbf{k}_{i5}\delta'_{yi} + \mathbf{k}_{i6}\delta'_{zi} \\ \mathbf{k}_{i1} &= (1, 0, 0)^T \quad \mathbf{k}_{i2} = (s\theta_{i+1}s\alpha_i, c\theta_{i+1}s\alpha_i, c\alpha_i)^T \\ \mathbf{k}_{i3} &= (0, a_i c\alpha_i, -a_i c\theta_{i+1}s\alpha_i)^T \\ \mathbf{k}_{i4} &= (c\theta_{i+1}, -s\theta_{i+1}, 0)^T \\ \mathbf{k}_{i5} &= (s\theta_{i+1}c\alpha_i, c\theta_{i+1}c\alpha_i, -s\alpha_i)^T \\ \mathbf{k}_{i6} &= (s\theta_{i+1}s\alpha_i, c\theta_{i+1}s\alpha_i, c\alpha_i)^T \\ \mathbf{k}_{i7} &= (0, 0, a_i s\theta_{i+1})^T \\ \mathbf{k}_{i8} &= (0, -a_i s\alpha_i, -a_i c\theta_{i+1}c\alpha_i)^T \\ \mathbf{k}_{i9} &= (0, a_i c\alpha_i, a_i c\theta_{i+1}s\alpha_i)^T \\ {}^{i+1}\mathbf{R} &= {}^{i+1}\mathbf{R}^{i+2} \mathbf{R}^{i+3} \dots {}^n\mathbf{R} = [{}^{i+1}n \quad {}^{i+1}o \quad {}^{i+1}a] \end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} {}^n d_x \\ {}^n d_y \\ {}^n d_z \end{bmatrix} = \sum_{i=0}^n (M_{i1}\Delta a_i + M_{i2}\Delta d_i + M_{i3}\Delta\theta_i + M_{i4}\Delta\alpha_i + M_{i5}d'_{xi} + M_{i6}d'_{yi} + M_{i7}d'_{zi} + M_{i8}\delta'_{xi} + M_{i9}\delta'_{yi} + M_{i10}\delta'_{zi}) \quad (24)$$

$$\begin{bmatrix} {}^n\delta_x \\ {}^n\delta_y \\ {}^n\delta_z \end{bmatrix} = \sum_{i=0}^n (M_{i1}\Delta\alpha_i + M_{i2}\Delta\theta_i + M_{i4}\delta'_{xi} + M_{i5}\delta'_{yi} + M_{i6}\delta'_{zi}) \quad (25)$$

其中

$$\begin{aligned} M_{i1} &= {}^{i+1}\mathbf{R}^T \mathbf{K}_{i1} \quad M_{i2} = {}^{i+1}\mathbf{R}^T \mathbf{K}_{i2} \\ M_{i3} &= {}^{i+1}\mathbf{R}^T (\mathbf{K}_{i3} + \mathbf{K}_{i2} \times {}^{i+1}\mathbf{p}) \\ M_{i4} &= {}^{i+1}\mathbf{R}^T (\mathbf{K}_{i1} \times {}^{i+1}\mathbf{p}) \quad M_{i5} = {}^{i+1}\mathbf{R}^T \mathbf{K}_{i4} \\ M_{i6} &= {}^{i+1}\mathbf{R}^T \mathbf{K}_{i5} \quad M_{i7} = {}^{i+1}\mathbf{R}^T \mathbf{K}_{i6} \\ M_{i8} &= {}^{i+1}\mathbf{R}^T (\mathbf{K}_{i7} + \mathbf{K}_{i4} \times {}^{i+1}\mathbf{p}) \\ M_{i9} &= {}^{i+1}\mathbf{R}^T (\mathbf{K}_{i8} + \mathbf{K}_{i5} \times {}^{i+1}\mathbf{p}) \\ M_{i10} &= {}^{i+1}\mathbf{R}^T (\mathbf{K}_{i9} + \mathbf{K}_{i6} \times {}^{i+1}\mathbf{p}) \end{aligned}$$

式中 $[{}^{i+1}n \quad {}^{i+1}o \quad {}^{i+1}a]$ ——末端执行器坐标系 $\{n\}$ 相对 $\{i+1\}$ 坐标系的方向余弦矩阵

式(24)、(25)中机器人 TCP 位姿误差是按末端坐标系 $\{n\}$ 分解的矢量, 则在机器人基坐标系中 TCP 位姿误差为

$$\begin{bmatrix} {}^0 d_x \\ {}^0 d_y \\ {}^0 d_z \end{bmatrix} = {}^0\mathbf{R} \begin{bmatrix} {}^n d_x \\ {}^n d_y \\ {}^n d_z \end{bmatrix} = {}^0\mathbf{R}^T \begin{bmatrix} {}^n d_x \\ {}^n d_y \\ {}^n d_z \end{bmatrix} \quad (26)$$

$$\begin{bmatrix} {}^0\delta_x \\ {}^0\delta_y \\ {}^0\delta_z \end{bmatrix} = {}^0\mathbf{R} \begin{bmatrix} {}^n\delta_x \\ {}^n\delta_y \\ {}^n\delta_z \end{bmatrix} = {}^0\mathbf{R}^T \begin{bmatrix} {}^n\delta_x \\ {}^n\delta_y \\ {}^n\delta_z \end{bmatrix} \quad (27)$$

所以机器人 TCP 位姿误差矢量为 $[{}^0 d_x \quad {}^0 d_y \quad {}^0 d_z \quad {}^0\delta_x \quad {}^0\delta_y \quad {}^0\delta_z]^T$, 若施加一反偏移量 $[-{}^0 d_x$

$-{}^0d_y \quad -{}^0d_z \quad -{}^0\delta_x \quad -{}^0\delta_y \quad -{}^0\delta_z]^T$, TCP 可达到理想位姿。机器人与变位机组成了一多冗余自由度系统,自由度 $n=8>6$, 又因机器人基座与变位机基座距离较大,为提高矩阵求逆的精度,获得更为精确的关节补偿值,以 $\sum 0$ 为参考系,取机器人本体 1~6 关节进行补偿,则误差补偿模型可表示为

$$\begin{bmatrix} d_{\theta 1} \\ d_{\theta 2} \\ d_{\theta 3} \\ d_{\theta 4} \\ d_{\theta 5} \\ d_{\theta 6} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_{11} & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & J_{16} \\ J_{21} & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & J_{26} \\ J_{31} & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & J_{36} \\ J_{41} & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & J_{46} \\ J_{51} & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & J_{56} \\ J_{61} & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & J_{66} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} -{}^0d_x \\ -{}^0d_y \\ -{}^0d_z \\ -{}^0\delta_x \\ -{}^0\delta_y \\ -{}^0\delta_z \end{bmatrix} \quad (28)$$

由式(22)、(23)可知,末端执行器位置误差不仅与 $\Delta a_i, \Delta \alpha_i, \Delta d_i, \Delta \theta_i$ 有关,而且与 $d'_{xi}, d'_{yi}, d'_{zi}$ 有关,而姿态误差不仅与 $\Delta \alpha_i, \Delta \theta_i$ 有关,而且与 $\delta'_{xi}, \delta'_{yi}, \delta'_{zi}$ 有关,由此说明静态误差与动态误差相对于补偿量 $d\theta_i$ 确实存在耦合,动、静态误差存在一定的函数关系且共同决定了 $d\theta_i$ 的大小,至此通过解耦求得了各关节角的补偿量。

4 误差补偿算例

表 1 与图 2 中参数值为 $a_1 = 300 \text{ mm}, a_2 = 700 \text{ mm}, a_3 = 280 \text{ mm}, d_1 = 814.5 \text{ mm}, d_4 = 893 \text{ mm}, d_6 = 200 \text{ mm}, d_7 = 500 \text{ mm}, d_8 = -173 \text{ mm}, L_{ow} = 2100 \text{ mm}, L_{rw} = 1073 \text{ mm}, L = 200 \text{ mm}$ 。对于图 1 所示机器人及变位机,末端关节不存在杆长误差 Δa_i 及扭角误差 $\Delta \alpha_i$,其余各关节均存在连杆参数误差 $\Delta \theta_i, \Delta \alpha_i, \Delta a_i, \Delta d_i$ 及由于关节变形产生的平动误差 d'_x, d'_y, d'_z ,转动误差 $\delta'_x, \delta'_y, \delta'_z$ 。这里不考虑机器人基座及变位机基座间的误差,假设各关节误差变量如表 2 所示。

将以上各参数代入式(22)、(23),并结合式(26)、(27)可求解出机器人及变位机末端坐标系在 $\sum 0$ 坐标系中的位姿误差矢量,进而由式(15)、(16)求解出实际位姿,由前述式(3)、(4)可求解机器人及变位机理想位姿矩阵。将表 2 中各误差参数 $\Delta a_i, \Delta \alpha_i, \Delta d_i, \Delta \theta_i$ 计入理想连杆参数,并结合式(28)求解出的关节补偿量,可计算出补偿后的实际位姿。将补偿前、后机器人与变位机末端坐标系相对位姿差值进行对比,可得出补偿的有效性。 Δp 为机器人工具坐标系与变位机工件坐标系原点间的位置误差, $\Delta \zeta, \Delta \vartheta, \Delta \gamma$ 为两坐标系 x, y, z 轴间的姿态误差。在切削加工中, $\Delta \gamma$ 对加工精度不产

生实质的影响,可不予考虑,补偿前、后各参数如表 3 所示。

表 2 机器人及变位机各关节动、静态误差
Tab. 2 Joint dynamic and static error of robot and positioner

连杆 i	$\Delta a_i/\text{mm}$	$\Delta \alpha_i/(\circ)$	$\Delta d_i/\text{mm}$	$\Delta \theta_i/(\circ)$
1	0.11	0.06	0.10	0.12
2	0.09	0.04	0.15	0.15
3	0.13	0.03	0.13	0.10
4	0.12	0.05	0.14	0.13
5	0.10	0.07	0.10	0.12
6	0	0	0.08	0.10
7	0.12	0.08	0.10	0.09
8	0	0	0.11	0.10

连杆 i	d'_x /mm	d'_y /mm	d'_z /mm	δ'_x /(\circ)	δ'_y /(\circ)	δ'_z /(\circ)
1	0.09	0.08	0.05	0.05	0.06	0.07
2	0.10	0.09	0.07	0.06	0.07	0.08
3	0.15	0.10	0.08	0.09	0.07	0.07
4	0.16	0.20	0.10	0.10	0.09	0.08
5	0.17	0.15	0.15	0.09	0.10	0.07
6	0.07	0.09	0.08	0.07	0.09	0.06
7	0.12	0.14	0.10	0.05	0.06	0.07
8	0.10	0.12	0.15	0.06	0.07	0.05

表 3 机器人及变位机各关节角及末端位姿误差
Tab. 3 Terminal joint pose error and each joint angle of robot and positioner

关节角/(\circ)	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4	θ_5	θ_6	θ_7	θ_8
数值	70	-80	20	40	50	10	10	10
位姿误差	$ \Delta \zeta /\text{rad}$		$ \Delta \vartheta /\text{rad}$			$ \Delta p /\text{mm}$		
补偿前	0.006 980		0.025 156			5.392 302		
补偿后	0.001 982		0.005 467			0.095 943		

关节角/(\circ)	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4	θ_5	θ_6	θ_7	θ_8
数值	75	-85	25	45	55	15	15	15
位姿误差	$ \Delta \zeta /\text{rad}$		$ \Delta \vartheta /\text{rad}$			$ \Delta p /\text{mm}$		
补偿前	0.005 792		0.013 510			4.801 430		
补偿后	0.001 438		0.000 299			2.881 275		

关节角/(\circ)	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4	θ_5	θ_6	θ_7	θ_8
数值	80	-75	30	50	60	20	5	5
位姿误差	$ \Delta \zeta /\text{rad}$		$ \Delta \vartheta /\text{rad}$			$ \Delta p /\text{mm}$		
补偿前	0.004 018		0.008 883			0.815 041		
补偿后	0.000 096		0.000 428			0.785 672		

关节角/(\circ)	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4	θ_5	θ_6	θ_7	θ_8
数值	95	-95	40	10	15	10	20	25
位姿误差	$ \Delta \zeta /\text{rad}$		$ \Delta \vartheta /\text{rad}$			$ \Delta p /\text{mm}$		
补偿前	0.010 089		0.013 255			15.671 177		
补偿后	0.004 141		0.003 775			1.179 405		

关节角/(\circ)	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4	θ_5	θ_6	θ_7	θ_8
数值	100	-100	45	20	30	35	30	40
位姿误差	$ \Delta \zeta /\text{rad}$		$ \Delta \vartheta /\text{rad}$			$ \Delta p /\text{mm}$		
补偿前	0.004 547		0.011 632			9.974 728		
补偿后	0.002 070		0.004 260			1.319 051		

由表 3 可以看出补偿后位置、姿态误差均有所减小,值得提出的是本文仅对机器人 1~6 轴关节进行补偿,并未对变位机进行补偿,为得到更好地补偿结果可采取同时补偿的方法。

5 结束语

在对切削加工机器人系统进行分析的基础上,

运用微分变换原理建立了误差运动学方程。对切削加工中机器人及变位机由于动、静态等因素产生的误差进行了分析,并且通过解耦建立了误差补偿模型,获得了各关节的补偿量,通过算例证明了补偿的有效性,为进一步研究机器人末端执行器与各关节及臂杆间的误差关系打下了理论基础。

参 考 文 献

- 1 焦国太,冯永和,王锋. 多因素影响下的机器人综合位姿误差分析方法[J]. 应用基础与工程科学学报,2004,12(4): 435 ~ 442.
Jiao Guotai, Feng Yonghe, Wang Feng. Synthetically analysis of the robot pose error resulting from various factors [J]. Journal of Basic Science and Engineering, 2004,12(4): 435 ~ 442. (in Chinese)
- 2 张永贵,黄玉美,高峰. 基于遗传算法的机器人运动学参数误差识别[J]. 农业机械学报,2008,39(9):153 ~ 157.
Zhang Yonggui, Huang Yumei, Gao Feng. Robotic kinematics parameters error identification based on genetic algorithm [J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2008,39(9):153 ~ 157. (in Chinese)
- 3 周学才,张启先. 距离误差模型在机器人精度研究中的应用[J]. 机器人,1995,17(1):1 ~ 6.
Zhou Xuecai, Zhang Qixian. Distance error model in the study on the positioning accuracy of robots [J]. Robot, 1995,17(1):1 ~ 6. (in Chinese)
- 4 Sugimoto K, Okada T. Compensation of positioning errors caused by geometric deviations in robot system [M]. Hanafusa H, Inoue H. Robotics Research: The Second International Symposium, Cambridge, MA: The MIT Press, 1985:231 ~ 236.
- 5 徐卫良,张启先. 机器人误差分析的蒙特卡洛方法[J]. 机器人,1988,2(4):1 ~ 6.
Xu Weiliang, Zhang Qixian. Monte Carlo technique for error analysis of industrial robot [J]. Robot, 1988,2(4):1 ~ 6. (in Chinese)
- 6 Wu Chi-haur. A kinematic CAD tool for the design and control of a robot manipulator [J]. The International Journal of Robotics Research, 1984, 3(1): 58 ~ 66.
- 7 任永杰,郑继贵,杨学友. 利用激光跟踪仪对机器人进行标定的方法[J]. 机械工程学报,2007,43(9):195 ~ 200.
Ren Yongjie, Zheng Jigui, Yang Xueyou. Method of robot calibration based on laser tracker [J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2007,43(9):195 ~ 200. (in Chinese)
- 8 Alberto Traslòsheros, Jose Maria Sebastian, Eduardo Castillo. One camera in hand for kinematic calibration of a parallel robot [C] // The 2010 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, 2010:5 673 ~ 5 678.
- 9 郭宗和,牛国栋,孙术华,等. 三平移并联机器人机构的精度分析[J]. 农业机械学报,2006,37(1):145 ~ 148.
- 10 王一,刘常杰,杨学友. 工业机器人视觉测量系统的在线校准技术[J]. 机器人,2011,33(3):299 ~ 302.
Wang Yi, Liu Changjie, Yang Xueyou. Online calibration of visual measurement system based on industrial robot [J]. Robot, 2011,33(3): 299 ~ 302. (in Chinese)
- 11 徐卫良. 机器人机构误差建模的摄动法[J]. 机器人,1988,3(6):39 ~ 44.
Xu Weiliang. A perturbation approach to error modeling of robot linkage [J]. Robot, 1988,3(6):39 ~ 44. (in Chinese)
- 12 Pan Zengxi, Zhang Hui. Robotic machining from programming to process control: a complete solution by force control [J]. Industrial Robot: An International Journal, 2008,35(5): 400 ~ 409.
- 13 Claire Dumas, Stephane Caro, Sebastien Gamier. Joint stiffness identification of six-revolute industrial serial robots [J]. Robotics and Computer-Integrated Manufacturing, 2011 (27): 881 ~ 888.
- 14 Hayati S A. Robot arm geometric link parameter estimation [C] // Proceedings of the 22nd IEEE Conference on Decision and Control, 1983: 1 477 ~ 1 483.
- 15 Paul R P. Robot manipulators: mathematics, programming, and control [M]. Cambridge, MA: MIT Press, 1981.