

doi:10.6041/j.issn.1000-1298.2013.09.046

# 压电陶瓷驱动器杠杆式柔性铰链机构放大率计算方法\*

沈剑英 张海军 赵云

(嘉兴学院机电工程学院, 嘉兴 314001)

**摘要:** 在精密微位移领域, 杠杆式柔性铰链机构常被用来放大压电陶瓷驱动器产生的微小位移。在考虑柔性铰链转动中心偏移量的基础上, 推导出杠杆式柔性铰链机构放大率计算公式, 并采用有限元分析和实验测试进行验证。通过公式计算、有限元仿真分析和实验测试得到的放大率分别为 8.31、8.38 和 8.20, 有限元仿真值和公式计算值之间的误差为 1%, 实验测试值和公式计算值之间的误差为 1.3%, 证明了计算公式的正确性。

**关键词:** 压电陶瓷驱动器 杠杆式柔性铰链机构 放大率

**中图分类号:** TH112.5; TP391.72 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-1298(2013)09-0267-05

## Calculation Method of Magnification Ratio for Lever-type Flexure Hinge Mechanism Driven by Piezoactuator

Shen Jianying Zhang Haijun Zhao Yun

(College of Mechanical and Electrical Engineering, Jiaxing University, Jiaxing 314001, China)

**Abstract:** Lever-type flexure hinge mechanism was usually used to amplify the tiny displacement produced by piezoactuator in the field of precision micro-displacement. The calculation formula of the magnification ratio for lever-type flexure hinge mechanism was deduced by considering the deviation of the rotation center of flexure hinge and it was verified by using the finite element analysis and experiment. The magnification ratios, which were obtained from the formula calculation, the FEM simulation analysis and experimental test, were 8.31, 8.38 and 8.20, respectively. The error between the FEM simulation value and the calculation value was 1% and the error between the FEM simulation value and the calculation value was 1.3%. Therefore, the correctness of the calculation formula was proved.

**Key words:** Piezoactuator Lever-type flexure hinge mechanism Magnification ratio

### 引言

压电陶瓷驱动器具有体积小、精度和分辨率高、无噪声以及频响特性好等优点, 是理想的微位移驱动器, 在许多领域得到了广泛应用, 如 STM<sup>[1]</sup>、微位移刀架<sup>[2]</sup>、精密微位移系统<sup>[3]</sup>、精密定位工作台<sup>[4]</sup>。然而, 它仅能产生几十微米的位移, 在实际工程应用中, 这样小的位移远远不够。为了得到更大行程范围内的位移, 通常采用合适的放大机构来放大压电陶瓷驱动器的输出位移。由于柔性铰链机构具有体积小、无机械摩擦、无间隙、运动灵敏度高、分辨率

高、加工简单等优点, 能够实现高精度分辨率位移, 所以常被用来放大压电陶瓷驱动器的输出位移。

放大率是柔性铰链机构的一个重要性能指标, 将柔性铰链视为理想铰链, 导致理论计算的放大率远大于实际数据, 如文献[5~6]; 所以, 许多学者先优化柔性铰链机构的结构参数, 得到输出位移, 再计算放大率, 但并没有直接给出放大率的计算公式<sup>[6~9]</sup>。另一些学者, 如: Hwang E J<sup>[10]</sup>在考虑杠杆弯曲变形的情况下导出具有杠杆柔性铰链一级放大机构的精密定位平台的位移放大率公式, 叶果等<sup>[11]</sup>采用矩阵法建立其柔度矩阵, 进而推导出桥式位移

收稿日期: 2012-08-28 修回日期: 2012-10-01

\* 国家自然科学基金资助项目(11102071)和嘉兴学院校级重点科研资助项目(70110X06BL)

作者简介: 沈剑英, 副教授, 主要从事精密微位移技术研究, E-mail: zjxsjy@163.com

放大机构的位移放大率公式。

本文以最常用的杠杆式柔性铰链机构为例来研究放大率,在考虑柔性铰链转动中心偏移量的基础上,推导出杠杆式柔性铰链二级放大机构的放大率计算公式。

## 1 杠杆式柔性铰链放大机构

### 1.1 柔性铰链

柔性铰链属可逆弹性支撑结构,常用的是直圆弧型柔性铰链,它的基本结构见图1,其中 $R$ 为柔性铰链的切割半径, $t$ 为柔性铰链的最小厚度, $b$ 为柔性铰链的宽度, $h$ 为柔性铰链的高度。柔性铰链的中部较为薄弱,在力矩作用下可以产生较明显的弹性角变形,能在机械结构中起到铰链的作用。

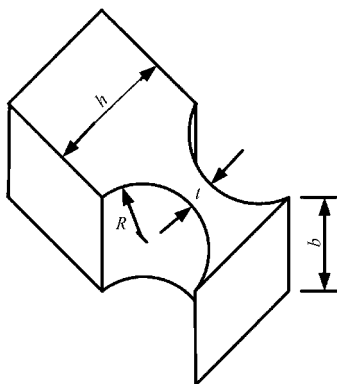


图1 柔性铰链结构图

Fig. 1 Diagram of flexure hinge

### 1.2 放大机构模型

杠杆式柔性铰链机构是最常见的放大机构,本文以图2所示的杠杆式柔性铰链机构为研究对象,为研究方便,5个直圆弧型柔性铰链的基本结构参数相同,它是一个二级放大机构。图3为机构几何模型图,图中 $l_1$ 、 $l_2$ 分别为第一级杠杆机构的输入端、输出端到支点的长度, $l_3$ 、 $l_4$ 分别为第二级杠杆机构的输入端、输出端到支点的长度。第一级和第二级杠杆分别绕柔性铰链1和5的中心轴转动。在理想情况下,柔性铰链绕其中心轴旋转,中心轴的位置应该保持固定不变。实际上,在力的作用下,柔性铰链的转动中心会产生位移,从而影响柔性铰链机构的输出位移,也影响柔性铰链机构的放大率。

## 2 机构放大率的计算

实际上,在柔性铰链机构产生运动时,各个柔性铰链不仅发生了转角变形,同时也会有拉伸和压缩变形产生,从而使柔性铰链的回转中心产生偏移,这会影响机构的放大率。

设作用在柔性铰链 $i$ 上的轴向力为 $F_i$ 、力矩为

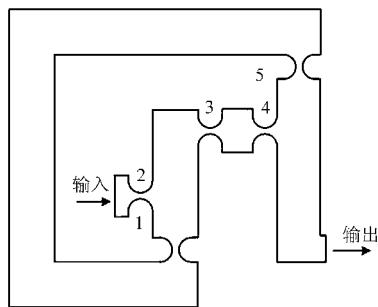


图2 杠杆式柔性铰链机构原理图

Fig. 2 Diagram of lever-type flexure hinge mechanism

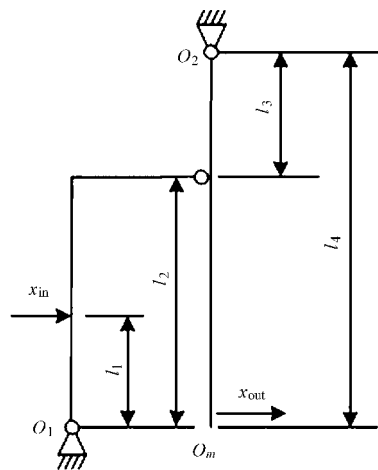


图3 柔性铰链机构几何模型

Fig. 3 Geometric model of lever-type flexure hinge mechanism

$M_i$ ,柔性铰链 $i$ 的转角为 $\alpha_i$ ,柔性铰链 $i$ 的轴向变形量为 $\Delta_i$ ;又设杠杆 $j$ 的转角为 $\theta_j$ ,则 $\alpha_1 = \alpha_2 = \theta_1$ , $\alpha_3 = \theta_1 + \theta_3$ , $\alpha_4 = \theta_2 - \theta_3$ , $\alpha_5 = \theta_2$ 。柔性铰链的变形量和受力关系为

$$F_i = k_F \Delta_i \quad (i = 1, 2, 3, 4, 5) \quad (1)$$

$$M_i = k_M \alpha_i \quad (i = 1, 2, 3, 4, 5) \quad (2)$$

其中

$$k_F = Eb \left[ \frac{2(2s+1)}{\sqrt{4s+1}} \arctan \sqrt{4s+1} - \frac{\pi}{2} \right]^{-1} \quad (3)$$

$$k_M = \frac{EbR}{12} \left[ \frac{2s^3(6s^2+4s+1)}{(2s+1)(4s+1)^2} + \frac{12s^4(2s+1)}{(4s+1)^{\frac{5}{2}}} \arctan \sqrt{4s+1} \right]^{-1} \quad (4)$$

式中  $k_F$ ——柔性铰链的轴向拉压刚度

$k_M$ ——柔性铰链的转角刚度

$E$ ——机构材料的弹性模量

$s$ ——柔性铰链的切割半径与最小厚度之比

为了分析方便,柔性铰链与其连接部分的作用力和反作用力用相同符号表示。先分析第一级杠杆的受力和输入、输出位移情况,如图4所示,根据受力平衡,得到表达式

$$F_2 = F_1 + F_3 \quad (5)$$

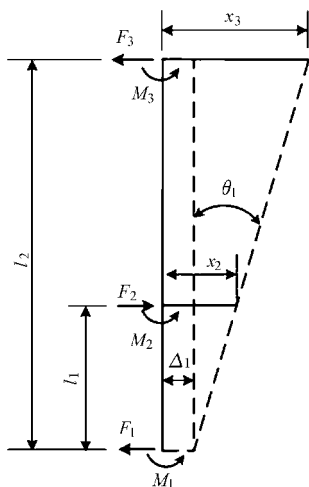


图4 第一级杠杆机构图

Fig.4 The first-step lever mechanism

$$F_3 l_2 + M_2 + M_1 = F_2 l_1 + M_3 \quad (6)$$

第一级杠杆以铰链1为转动中心,铰链1受拉力  $F_1$  的作用,轴向伸长量为  $\Delta_1$ ,铰链2在压电陶瓷驱动力的作用下,轴向受压,压缩量为  $\Delta_2$ 。 $x_3$  为第一级杠杆输出端的输出位移;设  $x$  为负载条件下压电陶瓷的输出位移,则第一级杠杆输入端的输入位移  $x_2$  为

$$x_2 = x - \Delta_2 \quad (7)$$

则杠杆1的转角  $\theta_1$  为

$$\theta_1 = \frac{x_3 - \Delta_1}{l_2} = \frac{x - \Delta_2 - \Delta_1}{l_1} \quad (8)$$

再分析第二级杠杆的受力和输入、输出位移情况,如图5所示,根据受力平衡,得到表达式

$$F_4 = F_5 \quad (9)$$

$$M_5 = M_4 + F_4 l_3 \quad (10)$$

第二级杠杆以铰链5为转动中心,铰链5受拉力  $F_5$  的作用,轴向伸长量为  $\Delta_5$ 。由于铰链3和4受轴向压力,压缩量为  $\Delta_3$  和  $\Delta_4$ ,则第二级杠杆输入

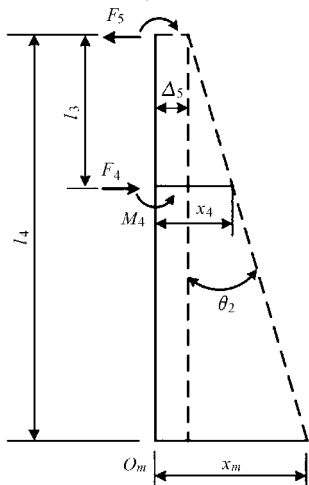


图5 第二级杠杆机构图

Fig.5 The second-step lever mechanism

端的输入位移  $x_4$  为

$$x_4 = x_3 - \Delta_3 - \Delta_4 \quad (11)$$

$x_m$  为第二级杠杆输出端的输出位移,计算式为

$$x_m = \Delta_5 + l_4 \theta_2 = \frac{F_5}{k_F} + l_4 \theta_2 \quad (12)$$

则杠杆2的转角  $\theta_2$  为

$$\theta_2 = \frac{x_4 - \Delta_5}{l_3} = \frac{x_3 - \Delta_3 - \Delta_4 - \Delta_5}{l_3} \quad (13)$$

对于连接第一、二级杠杆机构的中间连杆,如图6所示,根据受力平衡,得到表达式

$$F_3 = F_4 \quad (14)$$

$$M_3 = M_4 \quad (15)$$

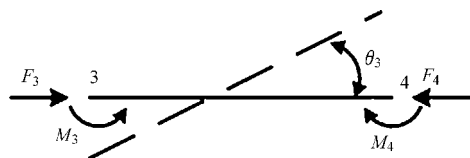


图6 中间连杆图

Fig.6 Schematic of middle lever

联合以上各式,推导出柔性铰链机构的实际放大率计算公式为

$$\lambda = \frac{x_m}{x} = \frac{k_M^2 p_1 + k_M k_F p_2 + k_F^2 p_3}{k_M^2 p_4 + k_M k_F p_5 + k_F^2 p_6} \quad (16)$$

其中

$$\begin{aligned} p_1 &= 3[l_4(4l_2 - 2l_1 + 3l_3) - l_3^2] \\ p_2 &= l_4(12l_2 l_3^2 - 6l_1 l_3^2 + 8l_1 l_2 l_3 - 6l_1^2 l_2 + 12l_1 l_2^2 - 2l_1^2 l_3 - 4l_2^2 l_3) - 2l_1 l_2 l_3^2 \\ p_3 &= 4l_1 l_2 l_3^2 l_4 (2l_2 - l_1) \\ p_4 &= 9l_3^2 + 6l_1^2 - 12l_1 l_2 - 19l_1 l_3 + 34l_2 l_3 \\ p_5 &= l_3(2l_1^2 l_3 + 4l_1 l_2 l_3 - 12l_2^2 l_3 - 8l_1^3 + 20l_1^2 l_2 - 12l_1 l_2^2 + 28l_3^3 + 24l_2 l_3^2 - 12l_1 l_3^2) \\ p_6 &= 4l_1^2 l_3^2 (2l_2 - l_1) \end{aligned}$$

根据式(16)计算上述柔性铰链机构的放大率为8.31,计算所采用的基本参数如下: $l_1 = 20$  mm,  $l_2 = 50$  mm,  $l_3 = 20$  mm,  $l_4 = 70$  mm,  $t = 1$  mm,  $R = 3.6$  mm,  $b = 10$  mm,机构的材料选用铝合金,弹性模量  $E = 68$  GPa。

### 3 有限元分析

为了验证上述公式的正确性,采用高级有限元软件 ANSYS 来仿真分析柔性铰链机构的输出位移,再计算出它的放大倍数。

在有限元分析中,选择三维实体单元 SOLID45,图7为柔性铰链机构有限元模型,共划分为10178个单元,14264个节点;图8是变形图。机构的输入位移作为分析的初始条件,分别取  $5 \mu\text{m}$ 、 $10 \mu\text{m}$  和  $15 \mu\text{m}$ ,然后通过软件 ANSYS 的计算得到机构的输出位移(见表1),根据机构的输入位移和输出位移

算出相应的放大率为 8.39(见表 1)。

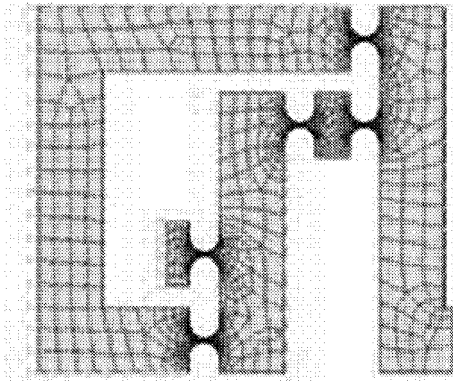


图7 有限元模型

Fig.7 Finite element model

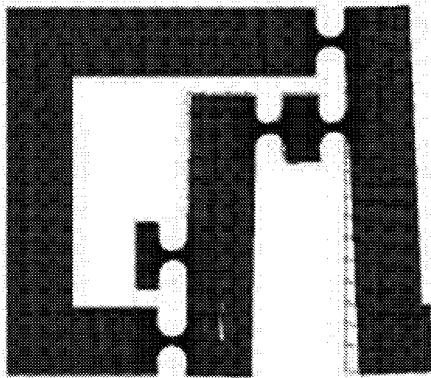


图8 机构变形图

Fig.8 Deformation of mechanism

表1 有限元分析结果

Tab.1 Results of finite element analysis

输入位移/ $\mu\text{m}$	输出位移/ $\mu\text{m}$	放大率
5	41.946	8.39
10	83.893	8.39
15	125.837	8.39

## 4 实验测试

根据基本模型的数据,用电火花线切割机床加工出杠杆式柔性铰链机构。在加工时,采用小电流档进行加工,避免微裂纹等导致的应力集中缺陷,以免影响柔性铰链机构的使用寿命。加工出的机构实物见图9,图10是机构实验测试图。

实验采用哈尔滨芯明天科技有限公司生产的 XSI-3000 型 LVDT 测微仪来测量柔性铰链放大机构的输出位移,精度是  $0.02 \mu\text{m}$ 。柔性铰链放大机构的输入位移由压电陶瓷驱动器产生,其型号为 PSt150,规格为  $5 \text{ mm} \times 5 \text{ mm} \times 20 \text{ mm}$ ,在输入最大电压  $150 \text{ V}$  下,标称位移是  $20 \mu\text{m}$ ,刚度是  $60 \text{ N}/\mu\text{m}$ ,最大推力是  $1800 \text{ N}$ 。压电陶瓷的驱动电源是由哈尔滨工业大学博实精密测控有限责任公司生产的 HPV 系列驱动电源。机构的输入位移(压电陶瓷在

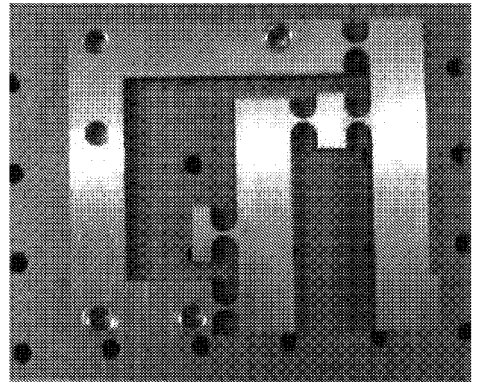


图9 机构实物图

Fig.9 Prototype of mechanism

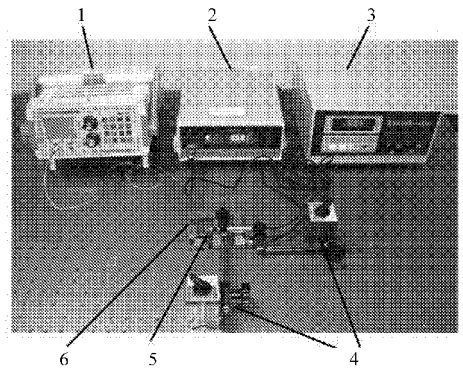


图10 机构实验测试图

Fig.10 Experiment of mechanism

1. 驱动电源 2. LVDT 测微仪 3. 电感测微仪 4. 磁性表座  
5. 压电陶瓷 6. 柔性铰链机构

载荷作用下的输出位移)由电感测微仪测出,机构的输出位移由 LVDT 测微仪测出。测量时,作用在压电陶瓷上的驱动电压由驱动电源产生,调试好仪器,驱动电压先设置为  $0 \text{ V}$ ,再增加到  $100 \text{ V}$ ,压电陶瓷产生微位移,推动柔性铰链放大机构输出位移。实验重复 3 次,测量结果见表 2。再计算出这 3 次的放大率(见表 2),得平均放大率为 8.20。

表2 实验测试结果

Tab.2 Results of test

输入位移/ $\mu\text{m}$	输出位移/ $\mu\text{m}$	放大率
14.66	120.28	8.20
14.76	121.39	8.22
14.83	121.50	8.19

## 5 讨论

公式计算的放大率为 8.31,有限元仿真分析的放大率为 8.38,实验测试得到的放大率为 8.20,有限元仿真值和公式计算值之间的误差为 1%,实验测试值和公式计算值之间的误差为 1.3%,三者的结果非常接近,因而证明了公式(16)的正确性。产生上述误差的主要原因为:



(1) 由于加工误差,柔性铰链机构的实际尺寸和设计尺寸之间存在一定的偏差,从而使实验值与仿真值、公式计算值之间有一定的差异,特别是柔性铰链的尺寸最小厚度  $t$  和切割半径  $R$  对机构的刚度影响最大。

(2) 在推导公式(16)时,仅考虑柔性铰链圆弧切割部分的变形,把其它部分看作刚体,没有考虑它的变形量。实际上,其它部分也有变形,所以,有限元仿真分析和实验测试的位移就包括了柔性铰链其它部分的变形。

(3) 柔性铰链机构在电火花线切割加工时存在

加工硬化现象,这使得柔性铰链的刚度增大,变形减小,也造成实验值偏小。

## 6 结束语

在考虑柔性铰链转动中心偏移量的基础上,推导出杠杆式柔性铰链机构的放大率计算公式,采用有限元软件 ANSYS 详细分析。最后,加工出所分析的基本模型实物,并进行测试。有限元分析和实验测试结果及公式计算结果非常吻合,证明所推导的放大率计算公式的正确性。

## 参 考 文 献

- 1 Fu J, Young R D, Vorburger T V. Long-range scanning for scanning tunneling microscopy[J]. Review of Scientific Instruments, 1992, 63(4):2 200 ~ 2 205.
- 2 丁金福,鄂世举,曾平,等. 精密车削二维微位移刀架研究[J]. 农业机械学报,2012,43(4):230 ~ 234.  
Ding Jinfu, E Shiju, Zeng Ping, et al. 2-D micro-displacement turret of ultra-precision lathe[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2012, 43(4):230 ~ 234. (in Chinese)
- 3 王生怀,陈育荣,王淑珍,等. 三维精密位移系统的设计[J]. 光学精密工程,2010,18(1):175 ~ 182.  
Wang Shenghuai, Chen Yurong, Wang Shuzhen, et al. Design of 3D precision displacement system[J]. Optics and Precision Engineering, 2010, 18(1):175 ~ 182. (in Chinese)
- 4 贾晓辉,田延岭,张大卫. 基于虚功原理的3-RRPR 柔性精密定位工作台动力学分析[J]. 机械工程学报,2011, 47(1):68 ~ 74.  
Jia Xiaohui, Tian Yanling, Zhang Dawei. Inverse dynamics of 3-RRPR compliant precision positioning stage based on the principle of virtual work[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2011, 47(1):68 ~ 74. (in Chinese)
- 5 田世杰,李兵,赵惠英,等. 柔性铰链微夹持机构的研究[J]. 西安交通大学学报,2004,38(5):483 ~ 486.  
Tian Shijie, Li Bing, Zhao Huiying, et al. Design and analysis of flexure hinges micro-grabber[J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2004, 38(5):483 ~ 486. (in Chinese)
- 6 Jih-Lian Ha, Ying-Shieh Kung, Sheng-Chuen Hu, et al. Optimal design of a micro-positioning Scott-Russell mechanism by Taguchi method[J]. Sensors and Actuators A: Physical, 2006, 125(2):565 ~ 572.
- 7 Choi S B, Han S S, Nan Y M, et al. A magnification device for precision mechanism featuring piezoactuators and flexure hinges: design and experimental validation[J]. Mechanism and Machine Theory, 2007, 42(9):1 184 ~ 1 198.
- 8 Xu Qingsong, Li Yangmin. Analytical modeling, optimization and testing of a compound bridge-type compliant displacement amplifier[J]. Mechanism and Machine Theory, 2011, 46(2):183 ~ 200.
- 9 Ching-Ming Chen, Yen-Chun Hsu, Rong-Fong Fung. System identification of a Scott-Russell amplifying mechanism with offset driven by a piezoelectric actuator[J]. Applied Mathematical Modelling, 2012, 36(6):2 788 ~ 2 802.
- 10 Hwang E J, Mine K S, Song S H, et al. Optimal design of a flexure-hinge precision stage with a lever[J]. Journal of Mechanical Science and Technology, 2007, 21(4):616 ~ 623.
- 11 叶果,李威,王禹桥,等. 柔性桥式微位移机构位移放大比特性研究[J]. 机器人,2011, 33(2):251 ~ 256.  
Ye Guo, Li Wei, Wang Yuqiao, et al. Analysis on displacement amplification ratio of a flexible bridge-type micro-displacement mechanism[J]. Robot, 2011, 33(2):251 ~ 256. (in Chinese)
- 12 吴鹰飞,周兆英. 柔性铰链的设计计算[J]. 工程力学,2002,19(6):136 ~ 140.  
Wu Yingfei, Zhou Zhaoying. Design of flexure hinges[J]. Engineering Mechanics, 2002, 19(6):136 ~ 140. (in Chinese)