

# 微粗糙表面混合接触边界膜影响分析\*

张勇斌

(常州大学机械工程学院,常州 213016)

**摘要:**研究了由微粗糙表面与光滑平面形成的混合接触承载性能。混合接触由固体-边界膜-固体三体接触和固体-流体-固体三体接触组成。两表面相对滑动时表面间形成许多微阶梯轴承。这些微阶梯轴承的承载量之和构成两接触表面承载量。微阶梯轴承的入口区为传统流体区域,出口区为边界膜区域。给出了微阶梯轴承承载能力分析方法,研究了边界膜对混合接触承载能力和接触性能的影响。

**关键词:**粗糙表面 边界膜 承载能力 混合接触 阶梯轴承

**中图分类号:** O351.2      **文献标识码:** A      **文章编号:** 1000-1298(2013)06-0295-04

## Analysis of Boundary Film Influence in Mixed Contact on Rough Surface

Zhang Yongbin

(College of Mechanical Engineering, Changzhou University, Changzhou 213016, China)

**Abstract:** The load-carrying performance of mixed contact between a rough surface and a smooth plane was studied. The mixed contact was consisted of solid-boundary film-solid contact and solid-fluid-solid contact. Various micro step bearings were formed between two surfaces when sliding occurred. The carried load of the whole contact between two surfaces was the sum of carried loads of these micro bearings. The inlet zone of micro step bearing was conventional fluids, while its outlet zone was boundary films. The analytical approach for load-carrying capacity of micro step bearing was given. The influence of the boundary film on the load-carrying capacity of the mixed contact was investigated.

**Key words:** Rough surface Boundary film Load-carrying capacity Mixed contact Step bearing

### 引言

滑动接触固体表面间常充有流体以达到减摩和耐磨目的。分析固体表面在承受较大载荷下能正常工作的承载能力对于工程表面设计具有重要意义。实际接触表面具有粗糙体,两表面间接触实际上由很多个粗糙体微接触组成。流体在粗糙表面不规则区域上可分别形成边界膜和传统流体膜,而在接触压力作用下粗糙体可发生弹性、弹塑性甚至塑性变形。

本文研究一维接触中一粗糙表面和一光滑平面间形成的边界膜和流体膜共存的混合接触,接触区不出现干接触,着重研究边界膜对于混合接触承载能力的影响。两接触表面处理为刚性表面,粗糙表面具有矩形微凸体并具有微粗糙度,粗糙表面微凸

体和光滑平面间形成微阶梯轴承。这样整个接触区承载能力为接触区所有微阶梯轴承承载能力的叠加,接触区承载能力分析可转换为单个微阶梯轴承承载能力分析。微阶梯轴承的入口区为传统流体区,可由传统流体力学描述。它的出口区为边界膜区,可由等效连续介质流变模型和流量因子法描述。入口区流体膜承载能力与出口区边界膜承载能力之和为微阶梯轴承的承载能力。本文给出各种参数下边界膜效应和边界膜对于接触区承载能力的影响。

### 1 接触模型

本研究接触由刚性粗糙平面和刚性光滑平面形成,为一维接触。在粗糙平面上周期分布矩形粗糙体。这两表面形成的接触可看成由周期分布的微阶

收稿日期:2013-01-16 修回日期:2013-03-03

\*江苏省自然科学基金资助项目(BK2008189)、江苏省教育厅“青蓝工程”中青年学术带头人资助项目和常州市应用基础研究计划资助项目(CJ20120033)

作者简介:张勇斌,教授,主要从事摩擦学和工程表面技术研究,E-mail:engmechl@sina.com

梯轴承组成。图 1a 为接触区的典型剖视图。本研究中,边界膜在粗糙表面粗糙体和光滑平面间形成,而传统流体膜在粗糙表面的凹坑和光滑平面间形成。在图 1a 所示的基本接触单元中,设粗糙表面凹坑和光滑表面形成的接触区的右半部分为空穴区,而其余区域为承载区。图 1a 中的压力区代表本研究接触区中的一个基本阶梯轴承。图 1b 为接触区单个阶梯轴承剖视图,轴承中膜厚为  $h_b$  的区域出现边界膜,而膜厚为  $h_a$  的区域出现传统流体膜。

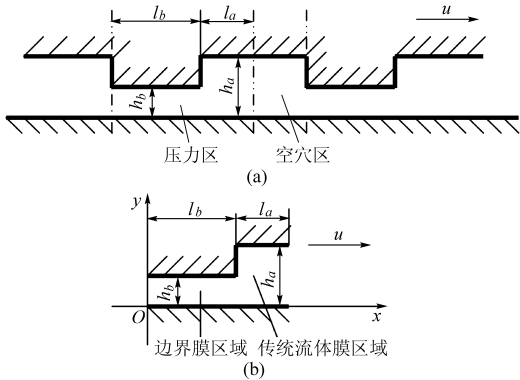


图 1 接触区示意图

Fig. 1 Schematic of contact area

(a) 接触区剖面图 (b) 接触区单个阶梯轴承剖面图

2 理论分析

分析中忽略流体膜、边界膜压力对于它们各自密度的影响。图 1b 中阶梯轴承的压力边界条件是

$$\begin{cases} p|_{x=0} = 0 \\ p|_{x=l_a+l_b} = 0 \end{cases} \quad (1)$$

2.1 边界膜区被处理为传统流体区

在此情形下,流体膜粘度为<sup>[1]</sup>

$$\eta = \eta_a e^{ap} \quad (2)$$

轴承整个接触区雷诺方程为

$$q = \frac{uh}{2} + \frac{h^3}{12\eta} \frac{dp}{dx} \quad (3)$$

利用式(1)边界条件求解式(3)得单个阶梯轴承压力为

$$p = \begin{cases} -\frac{1}{\alpha} \ln(1 - \alpha\lambda_b x) & (\text{边界膜区域}) \\ -\frac{1}{\alpha} \ln(1 + \alpha\lambda_a(l_a + l_b) - \alpha\lambda_a x) & (\text{传统流体膜区域}) \end{cases} \quad (4)$$

其中

$$\lambda_a = 12(q - 0.5uh_a)\eta_a/h_a^3$$

$$\lambda_b = 12(q - 0.5uh_b)\eta_a/h_b^3$$

由图 1b 中  $x = l_b$  处压力连续条件,通过求解  $x = l_b$  处压力约束式得通过接触区的流体体积流量为

$$q = \frac{u(h_b + \phi_0 h_a)}{2(1 + \phi_0)} \quad (5)$$

其中  $\phi_0 = r_l/r_h^3$   $r_l = l_a/l_b$   $r_h = h_a/h_b$

接触区中单个阶梯轴承承担的单位接触长度载荷为

$$w_1 = -\frac{1}{\alpha} \left[ \left( l_b - \frac{1}{\alpha\lambda_b} \right) \ln(1 - \alpha\lambda_b l_b) - (l_a + l_b) + \frac{1 + \alpha\lambda_a l_a}{\alpha\lambda_a} \ln(1 + \alpha\lambda_a l_a) \right] \quad (6)$$

2.2 边界膜区被处理为存在边界膜

在此情形下,边界膜区里的边界膜粘度为<sup>[2-3]</sup>

$$\eta_{bl}^{eff} = \eta_a e^{ap} C_y(h_b) \quad (r < \frac{h_b}{h_{cr,bl}^0} < 1) \quad (7)$$

其中  $C_y(h_b) = a_0 + a_1(h_b/h_{cr,bl}^0)^{-1} + a_2(h_b/h_{cr,bl}^0)^{-2}$

式中  $h_{cr,bl}^0$ ——边界膜临界厚度

$r$  值接近于零。

边界膜密度为<sup>[2-3]</sup>

$$\rho_{bl}^{eff}(h_b) = C_q(h_b)\rho_a \quad (8)$$

其中  $C_q(h_b) = g_0 + g_1(h_b/h_{cr,bl}^0) + g_2(h_b/h_{cr,bl}^0)^2 + g_3(h_b/h_{cr,bl}^0)^3$

边界膜区的雷诺方程是<sup>[4]</sup>

$$q_m = \theta_v \left( \frac{uh_b \rho_{bl}^{eff}}{2} + \frac{\rho_{bl}^{eff} h_b^3}{12\eta_{bl}^{eff}} \frac{dp}{dx} \right) \quad (9)$$

其中  $\theta_v = \frac{1 + KS}{1 - K} \quad (10)$

$K = (dp/dx)h_b^2/(6\eta_{bl}^{eff}u)$   $S = F_1 - F_2$

本研究中  $S$  的值是典型值,如图 2 所示。

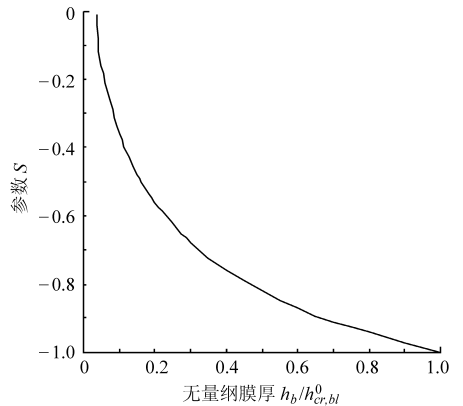


图 2 参数 S 与无量纲膜厚  $h_b/h_{cr,bl}^0$  关系曲线

Fig. 2 Relationship between S and  $h_b/h_{cr,bl}^0$

利用式(1)边界条件求解式(9)得边界膜区压力为

$$p = -\frac{1}{\alpha} \ln(1 - \alpha\lambda_{b,bl} x) \quad (11)$$

其中  $\lambda_{b,bl} = 12(q_m/\theta_v - 0.5uh_b\rho_{bl}^{eff})\eta_a C_y/(\rho_{bl}^{eff} h_b^3)$

传统流体膜区的雷诺方程为

$$q_m = \rho_a \left( \frac{uh_a}{2} + \frac{h_a^3}{12\eta_a e^{ap}} \frac{dp}{dx} \right) \quad (12)$$

使用式(1)边界条件求解式(12)得传统流体膜区压

力为

$$p = -\frac{1}{\alpha} \ln(1 + \alpha \lambda_{a,\rho} (l_b + l_a) - \alpha \lambda_{a,\rho} x) \quad (13)$$

其中  $\lambda_{a,\rho} = 12(q_m/\rho_a - 0.5uh_a)\eta_a/h_a^3$

由图 1b 中  $x = l_b$  处压力连续条件, 求解  $x = l_b$  处压力约束式, 得通过接触区的流体质量流量为

$$q_m = \frac{u\rho_a\phi_2(h_b + h_a\phi_1)}{2(1 + \phi_1\phi_2)} \quad (14)$$

其中  $\phi_1 = r_l/(r_h^3 C_y)$   $\phi_2 = \theta_v C_q$

接触区中单个阶梯轴承承担的单位接触长度载荷为

$$w_2 = -\frac{1}{\alpha} \left[ \left( l_b - \frac{1}{\alpha \lambda_{b,bl}} \right) \ln(1 - \alpha \lambda_{b,bl} l_b) - (l_a + l_b) + \frac{1 + \alpha \lambda_{a,\rho} l_a}{\alpha \lambda_{a,\rho}} \ln(1 + \alpha \lambda_{a,\rho} l_a) \right] \quad (15)$$

### 2.3 接触区工作特性参数

整个接触区由边界膜引起的相对载荷增加量为

$$I_w = \frac{w_2 - w_1}{w_1} \quad (16)$$

从承载能力角度看参数  $I_w$  的值可用于判断混合接触模拟中何时应考虑边界膜。

$x = l_b$  处所研究两种情形的无量纲压力差为

$$\Delta p = \alpha(p_{bl}|_{x=l_b} - p_{conv}|_{x=l_b}) \quad (17)$$

此处,  $p_{bl}|_{x=l_b}$  是式 (11) 计算的  $x = l_b$  处流体压力,  $p_{conv}|_{x=l_b}$  是式 (4) 计算的  $x = l_b$  处流体压力。

### 3 工况参数

计算选取典型工况参数值, 即  $\alpha = 23.7 \text{ GPa}^{-1}$ ,  $\eta_a = 0.1 \text{ Pa}\cdot\text{s}$ ,  $u = 0.01 \text{ m/s}$ ,  $\rho_a = 860 \text{ kg/m}^3$ ,  $l_a + l_b = 8 \mu\text{m}$ 。

边界膜粘度、密度估计式 (式 (7) 和 (8)) 中系数数值取为典型值, 为  $a_0 = 1.0822$ ,  $a_1 = -0.1758$ ,

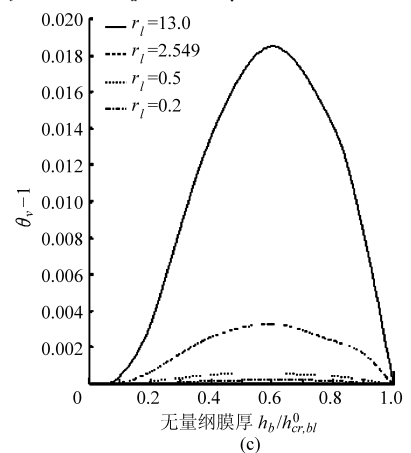
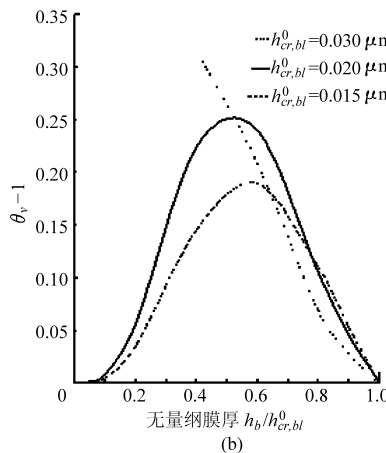
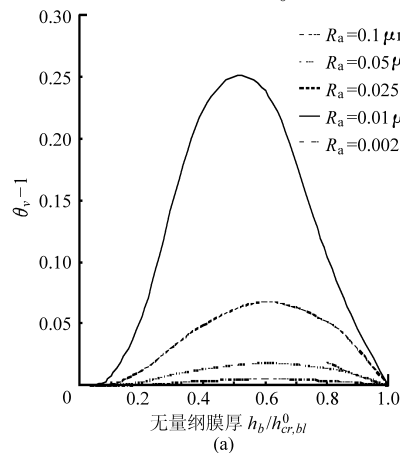


图 3 边界膜厚度与  $(\theta_v - 1)$  关系曲线

Fig. 3 Relationship between  $(\theta_v - 1)$  and boundary film thickness

(a)  $r_l = 13, h_{cr,bl}^0 = 0.02 \mu\text{m}$  (b)  $r_l = 13, R_a = 0.01 \mu\text{m}$  (c)  $R_a = 0.05 \mu\text{m}, h^0 = 0.02 \mu\text{m}$

$a_2 = 0.0936, g_0 = 1.30, g_1 = -1.0654, g_2 = 1.3361, g_3 = -0.571$ 。

## 4 计算结果

### 4.1 流量因子 $\theta_v$

图 3a 给出  $r_l = 13$  和  $h_{cr,bl}^0 = 0.02 \mu\text{m}$  时不同微粗糙度和边界膜厚度下流量因子  $\theta_v$ 。研究表明, 当  $r_l = 13$  时边界膜效应最显著, 流量因子  $\theta_v$  达最大。图 3a 表明当  $R_a = 0.01 \mu\text{m}$  时流量因子  $\theta_v$  达最大值, 最大  $\theta_v$  值接近于 1.25。这表明此时边界膜非连续介质效应对边界膜流动影响显著。表面粗糙度偏离  $R_a = 0.01 \mu\text{m}$  使  $\theta_v$  减小, 而且表面微粗糙度对  $\theta_v$  影响显著。对于给定的表面粗糙度, 存在使流量因子  $\theta_v$  达最大的边界膜厚度。图 3a 给出对于所研究的粗糙度该边界膜厚度在  $0.5h_{cr,bl}^0$  和  $0.6h_{cr,bl}^0$  之间。边界膜厚度过大或过小均使  $\theta_v$  减小, 使边界膜的非连续介质效应减弱。

图 3b 给出当  $r_l = 13$  和  $R_a = 0.01 \mu\text{m}$  时不同边界膜临界厚度和边界膜厚度下流量因子  $\theta_v$ 。对于给定的边界膜厚度  $h_b$ , 边界膜临界厚度  $h_{cr,bl}^0$  的增大使  $\theta_v$  增大的趋势。这表明边界膜临界厚度  $h_{cr,bl}^0$  的增大使边界膜非连续介质效应增强。给定的边界膜临界厚度值下边界膜厚度对于  $\theta_v$  的影响规律是相同的。

图 3c 给出当  $R_a = 0.05 \mu\text{m}$  和  $h^0 = 0.02 \mu\text{m}$  时不同  $r_l$  下边界膜厚度对于  $\theta_v$  的影响。对于给定的边界膜厚度,  $\theta_v$  随  $r_l$  的增大而增大。虽然这表明  $r_l$  的增大使边界膜非连续介质效应增强, 但由于  $r_l$  的增大使接触区中边界膜出现的区域减小,  $r_l$  增大对接触区中边界膜效应的影响尚不能确定。

### 4.2 载荷增加百分率 $I_w$

图 4 给出当  $r_l = 13$  和  $R_a = 0.05 \mu\text{m}$  时由边界膜

引起的整个接触区载荷增加百分率  $I_w$ 。可以看出,边界膜出现时  $I_w$  值为负。这表明本研究中边界膜使接触区承载能力减小。这是由边界膜出现在阶梯轴承的出口区引起的。考虑接触区边界膜后接触区载荷变化百分率不超出 1.3%。边界膜临界厚度的减小使该载荷变化率减小。本研究结果表明,从承载能力角度看所研究的整个接触区均可应用传统流体模型而不必考虑边界膜流变特性。

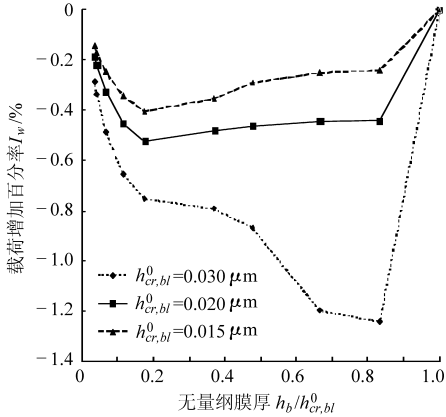


图4 边界膜引起的整个接触区载荷增加百分率  $I_w$  变化曲线

Fig. 4 Curves of  $I_w$  caused by boundary film

### 4.3 压力差 $\Delta p$

图5给出当  $r_l = 13$  和  $R_a = 0.05 \mu\text{m}$  时由于考虑边界膜在  $x = l_b$  处引起的流体膜压力计算差值  $\Delta p$ 。图中表明边界膜使接触区压力下降。边界膜临界厚度的减小减弱该压力下降。 $\Delta p$  值与边界膜厚度  $h_b$  有关。图中  $\Delta p$  绝对值不超出  $8 \times 10^{-4}$ , 通常属于不高的无量纲压力值。然而,当考虑接触表面弹性变形且边界膜厚度  $h_b$  在 1 nm 量级时,得到的  $\Delta p$  值可使接触表面弹性变形的改变量与边界膜厚度相当。因此在这种情形中, $\Delta p$  值可对局部膜厚产生显著影响。可以得出,当边界膜厚度在 1 nm 量级时混合接触中边界膜常常对局部膜厚有显著影响。这已由作者以往的研究结果证实<sup>[2-3]</sup>。根据本文研究结果和作者以往研究结果<sup>[2-10]</sup>,混合接触模拟中考虑边界

膜采用的边界膜判别厚度通常应为 5 nm。在混合接触中,当最小膜厚大于 5 nm 时,整个混合接触区可采用传统流体模型;当最小膜厚小于 5 nm 时,混合接触模拟中需采用边界膜模型模拟极低膜厚的边界膜区域。

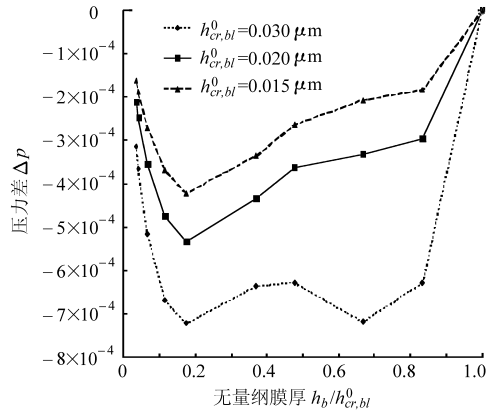


图5 考虑边界膜在  $x = l_b$  处引起的流体膜压力计算差值  $\Delta p$

Fig. 5  $\Delta p$  caused by boundary film at  $x = l_b$

## 5 结束语

分析了刚性粗糙平面和刚性光滑平面形成的混合接触。整个接触区由边界膜区域和传统流体膜区域组成。这是一种新的接触模式。推导出了该混合接触的压力分布和承受的载荷,并给出了计算结果。研究表明,从承载能力角度看混合接触模拟中对于所有的膜厚均可应用传统流体模型。然而,混合接触中,当考虑接触表面弹性变形且边界膜厚度在 1 nm 量级时,边界膜会引起接触区压力改变,该压力改变足以使接触表面弹性变形的改变与边界膜厚度相当。混合接触中,当边界膜厚度在 1 nm 量级时,边界膜通常对局部膜厚有显著影响。在混合接触模拟中,考虑边界膜采用的边界膜判别厚度通常应为 5 nm。当最小膜厚小于 5 nm 时,混合接触模拟中需采用边界膜模型模拟极低膜厚的边界膜区域。

## 参 考 文 献

- 1 Barus C. Isothermals, isopiestic and isometrics relative to viscosity[J]. American J. Sci., 1893, 45: 87 ~ 93.
- 2 Zhang Yongbin, Tang Keping, Lu Guoshen. Model of elastohydrodynamic lubrication with molecularly thin lubricating films: part I—development of analysis[J]. International Journal of Fluid Mechanics Research, 2003, 30(5): 542 ~ 557.
- 3 Zhang Yongbin, Lu Guoshen. Model of elastohydrodynamic lubrication with molecularly thin lubricating films: part II—results for an exemplary lubrication[J]. International Journal of Fluid Mechanics Research, 2003, 30(5): 558 ~ 571.
- 4 Zhang Yongbin. Flow factor of non-continuum fluids in one-dimensional contact[J]. Industrial Lubrication and Tribology, 2006, 58: 151 ~ 169.
- 5 Zhang Yongbin. Mixed rheologies in elastohydrodynamic lubrication[J]. Industrial Lubrication and Tribology, 2004, 56(2): 88 ~ 106.

明,本方法切实可行。总体上看,在目前条件下获得测量精度还有进一步提高的空间。了较满意的测量结果和精度。同时,误差分析表明,

## 参 考 文 献

- 1 肖英奎,赵丁选,叶忠军,等. 运动与视频的同步记录和同步再现技术[J]. 农业机械学报, 2004, 35(3):99~101.  
Xiao Yingkui, Zhao Dingxuan, Ye Zhongjun, et al. Techniques of synchro record and representation of motion and video[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2004, 35(3):99~101. (in Chinese)
- 2 皮阳军,王宣银,胡玉梅. 基于关节力传感器的并联六自由度机构标定方法[J]. 农业机械学报, 2012, 43(10):215~218.  
Pi Yangjun, Wang Xuanyin, Hu Yumei. Calibration of 6-DOF parallel mechanism using joint force sensors[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2012,43(10):215~218. (in Chinese)
- 3 肖英奎,赵丁选,王芳荣,等. 基于6-DOF 并联平台远端运动在线模拟研究[J]. 农业机械学报, 2005, 36(6):138~140.
- 4 Luhmann T. Precision potential of photogrammetric 6-DOF pose estimation with a single camera [J]. ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing, 2009, 64(3):275~284.
- 5 李徽,杨德华,翟超. 六自由度机构位姿的单相机照相测量研究[J]. 光学技术, 2010, 36(3):344~349.  
Li Hui, Yang Dehua, Zhai Chao. Research on the pose measurement of a 6-DOF platform using a single camera[J]. Optical Technique, 2010, 36(3):344~349. (in Chinese)
- 6 田国伟,韩晓健,徐秀丽,等. 基于视频图像处理技术的振动台试验动态位移测量方法[J]. 世界地震工程, 2011, 27(3):174~179.  
Tian Guowei, Han Xiaojian, Xu Xiuli, et al. Measuring method of dynamic displacement in shaking table test based on the technology of video processing[J]. World Information on Earthquake Engineering, 2011,27(3):174~179. (in Chinese)
- 7 Zhang Z, Zhu D, Zhang J. An improved pose estimation algorithm for real-time vision applications[C]//2006 International Conference on Communications, Circuits and Systems Proceedings, 2006, 1:402~406.
- 8 陈杉,周涛,张效栋,等. 物体位姿单目视觉传感测量系统[J]. 传感技术学报, 2007, 20(9):2011~2015.  
Chen Shan, Zhou Tao, Zhang Xiaodong, et al. Monocular vision measurement system of the position and attitude of the object[J]. Chinese Journal of Sensors and Actuators, 2007, 20(9):2011~2015. (in Chinese)
- 9 Zhong Z, Yi J, Zhao D, et al. Effective pose estimation from point pairs image and vision computing[J]. Image and Vision Computing, 2005, 23(7):651~660.
- 10 Salvi J, Arnabgye X, Battle J. A comparative review of camera calibrating methods with accuracy evaluation[J]. Pattern Recognition, 2002, 35(7):1617~1635.
- 11 Zhang Z. A flexible new technique for camera calibration[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2000, 22(11):1330~1334.
- 12 马颂德,张正友. 计算机视觉——理论与算法基础[M]. 北京: 科学出版社,1998.
- 13 林慧英, 苏建, 刘玉梅,等. 基于图像畸变矫正的摄像机标定方法[J]. 吉林大学学报:工学版, 2007, 37(2):433~437.  
Lin Huiying, Su Jian, Liu Yumei, et al. Camera calibration technique based on rectification of image aberration[J]. Journal of Jilin University: Engineering and Technology Edition, 2007,37(2):433~437. (in Chinese)
- 14 Wang F. A simple and analytical procedure for calibrating extrinsic camera parameters[J]. IEEE Transactions on Robotics and Automation, 2004, 20(1):121~124.
- 15 朱枫,周静,郝颖明. 基于几何方法的摄像机内外参数求解[J]. 计算机工程与应用, 2005, 41(26):16~18.  
Zhu Feng, Zhou Jing, Hao Yingming. Solving camera intrinsic and extrinsic parameters based on geometric technique[J]. Computer Engineering and Applications, 2005, 41(26):16~18. (in Chinese)

(上接第 298 页)

- 6 Zhang Yongbin. A justification of the load-carrying capacity of elasto-hydrodynamic lubrication film based on the Newtonian fluid model[J]. Industrial Lubrication and Tribology, 2005,57(6):224~232.
- 7 Zhang Yongbin. Flow factor approach to molecularly thin hydrodynamic film lubrication[J]. Journal of Molecular Liquids, 2006, 128(1~3):60~64.
- 8 Zhang Yongbin. Study of an engineering mixed contact: part I—theoretical analysis[J]. Journal of Applied Sciences, 2007, 7(9):1249~1259.
- 9 Zhang Yongbin. Study of an engineering mixed contact: part II—results for isosceles triangle surface ridges[J]. Journal of Applied Sciences, 2007,7(10):1351~1361.
- 10 Zhang Yongbin. Study of an engineering mixed contact: part III—results for isosceles truncated triangle surface ridges[J]. Journal of Applied Sciences, 2007,7(11):1464~1474.