

考虑控制时滞的车辆主动悬架随机预瞄控制*

宋刚 许长城

(招商局重庆交通科研设计院有限公司桥梁工程结构动力学国家重点实验室, 重庆 400067)

摘要: 采用随机预瞄控制策略对存在控制时滞的车辆主动悬架系统进行了研究。路面不平度被看作过滤白噪声随机过程, 通过安装在车辆前部的预瞄传感器来量测车轮前方一定距离的路面变化信息。在控制器设计中, 采用包含车身加速度、悬架动行程、轮胎动位移和控制力加权的连续形式性能指标, 假定只有部分状态变量可以量测, 而且量测噪声不能忽略。通过将连续形式的状态方程和性能指标进行离散化, 并对状态向量和量测向量进行增维, 这种考虑控制时滞的基于输出反馈的随机最优预瞄控制问题可以转换为不显含时滞和预瞄时间的标准 LQG 控制问题。数值仿真结果表明, 对存在时滞的车辆悬架系统进行预瞄控制器设计时, 时滞量应该得到重视, 尤其是在时滞量较大时。如用不考虑时滞时所设计的控制器对存在时滞的车辆悬架系统进行控制, 悬架系统可能发生不稳定现象, 而且预瞄时间的增长还可能导致控制效果的恶化。

关键词: 车辆主动悬架 路面激励 过滤白噪声 时滞控制 预瞄控制

中图分类号: TP391.9; U461.4 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-1298(2013)06-0001-07

Stochastic Optimal Preview Control of Active Vehicle Suspension with Time-delay Consideration

Song Gang Xu Changcheng

(State Key Laboratory of Bridge Structural Dynamics, China Merchants Chongqing Communications Research and Design Institute Co., Ltd., Chongqing 400067, China)

Abstract: Stochastic preview control with time-delay consideration was investigated for an active vehicle suspension system with look-ahead sensor. The road roughness height was modeled as a filtered white noise stochastic process and the rate of change in the road profile at some distances in front of the vehicle was measured by the look-ahead sensor. The suspension system was optimized by minimizing the performance index containing the mean-square values of body acceleration, suspension rattle space, tire deflection and control force. Only partial state variables were assumed able to be measured and the measurement noises were taken into consideration. Design of the preview compensator that may be called stochastic optimal, output feedback, preview regulator problem with time-delay consideration was reduced to the classical linear quadratic Gaussian (LQG) control problem, by converting the state equations and the performance index into discrete forms and augmenting the state and output vectors. Simulation results demonstrated that time delay should be considered in the stochastic preview control of an active suspension system, especially when large time delay existed. If the suspension system with time delay was controlled by the optimal controller designed with no consideration of time delay, instability in responses might occur and the control effects possibly got worse with preview time increase.

Key words: Vehicle active suspension Road excitation Filtered white noise Time-delay control Preview control

引言

车辆智能悬架主要是根据悬架系统的状况和当前路面激励,通过施加主动控制力,或者主动地调节悬架系统的刚度系数和阻尼系数,来实现操纵稳定性和行驶平顺性的提高^[1-6]。作为车辆智能悬架控制理论的一个重要分支,预瞄控制最早由 Bender 提出^[7],其基本思想是控制器设计时以悬架控制轴前面的路面信息(预瞄信息),使车辆的控制效果得到改善。预瞄信息的获得基本上有两种方式:在车辆前部安装专用的预瞄传感器,以量测前方道路的状态^[8-10];假定车辆后轮路面输入与前轮完全相同(仅存在时间上的滞后),在控制器设计时利用前轮感受到的路面信息来作为后轮的预瞄信息^[6]。然而,以上文献在对车辆悬架系统进行预瞄控制研究时,均忽略了可能存在的控制时滞。而在实际车辆悬架系统控制中控制时滞是不可避免的^[11-12]。对于控制时滞所带来的控制系统稳定性的问题,文献^[13-15]作了深入的研究。

本文在文献^[10]的基础上,考虑车辆主动悬架系统中所存在的控制时滞,采用预瞄控制策略,针对1/4 车辆模型进行研究。

1 系统模型

取1/4 车辆模型^[10],如图1所示。假定控制作用的延迟时间为 λ 。车辆运动方程可写为

$$m_s \ddot{z}_s(t) + c_s (\dot{z}_s(t) - \dot{z}_u(t)) + k_s (z_s(t) - z_u(t)) - u(t - \lambda) = 0 \quad (1)$$

$$m_u \ddot{z}_u(t) - c_s (\dot{z}_s(t) - \dot{z}_u(t)) - k_s (z_s(t) - z_u(t)) + k_t (z_u(t) - z_0(t)) + u(t - \lambda) = 0 \quad (2)$$

式中 m_s ——车身质量 m_u ——非簧载质量
 k_s ——悬架刚度 c_s ——悬架阻尼
 k_t ——轮胎刚度 z_0 ——路面不平度
 u ——控制力

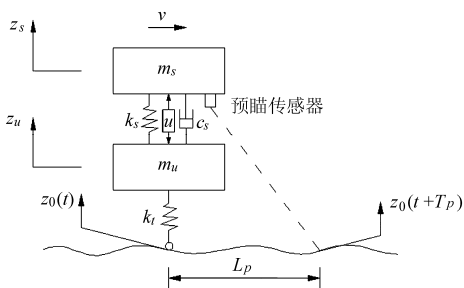


图1 车辆模型

Fig.1 Vehicle model

式(1)和式(2)可整理为

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}u(t - \lambda) + \mathbf{E}_1 w_1(t) \quad (3)$$

其中 $\mathbf{x}(t) = [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4]^T$

$$x_1 = z_s(t) - z_u(t)$$

$$x_2 = z_u(t) - z_0(t) \quad x_3 = \dot{z}_s(t) \quad x_4 = \dot{z}_u(t)$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -k_s/m_s & 0 & -c_s/m_s & c_s/m_s \\ k_s/m_u & -k_t/m_u & c_s/m_u & -c_s/m_u \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{B} = [0 \ 0 \ 1/m_s \ -1/m_u]^T$$

$$\mathbf{E}_1 = [0 \ -1 \ 0 \ 0]^T \quad w_1(t) = \dot{z}_0(t)$$

w_1 作为路面激励,既与路面不平度有关,又与行车速度有关。路面功率谱密度为^[16]

$$G_z(n) = G_r \left(\frac{n}{n_0} \right)^{-2} \quad (4)$$

式中 n ——空间频率

G_r ——参考空间频率 n_0 下的路面功率谱密度, $n_0 = 0.1 \text{ m}^{-1}$

记行车速度为 v ,可认为路面输入 w_1 为平稳高斯白噪声,满足

$$E[w_1(t)] = 0 \quad (5)$$

$$\text{cov}[w_1(t_1), w_1(t_2)] = R_w \delta(t_2 - t_1) \quad (6)$$

$$R_w = \pi S_w \quad (7)$$

$$S_w = 0.02 \pi G_r v \quad (8)$$

式中 δ 为Dirac函数, E 表示均值, cov 表示协方差。对于三级路面, $G_r = 2.56 \times 10^{-4} \text{ m}^3$ 。

实际控制中,往往只有部分状态变量可以量测。假定悬架行程和车身垂向加速度可以量测,并考虑到量测噪声,有

$$y_1(t) = z_s(t) - z_u(t) + v_1(t) \quad (9)$$

$$y_2(t) = \ddot{z}_s(t) + v_2(t) \quad (10)$$

v_1 和 v_2 为量测噪声,可假定为零均值、彼此不相关且与路面激励不相关的平稳高斯白噪声。式(9)和式(10)可另表述为

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t) + \mathbf{D}u(t - \lambda) + \mathbf{w}_2(t) \quad (11)$$

其中 $\mathbf{y}(t) = [y_1(t) \ y_2(t)]^T$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ -k_s/m_s & 0 & -c_s/m_s & c_s/m_s \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{D} = [0 \ 1/m_s]^T \quad \mathbf{w}_2(t) = [v_1(t) \ v_2(t)]^T$$

假定车轮前方一定距离的路面不平度变化速率可以由安装在车辆前部的预瞄传感器测得

$$y_w(t) = w_1(t + T_p) + \eta(t + T_p) \quad (12)$$

其中 $T_p = L_p/v$

式中 η ——量测噪声 T_p ——预瞄时间

L_p ——预瞄距离

假定量测噪声 η 为零均值平稳高斯白噪声且 η 与 w_1 和 w_2 互不相关,有

$$E[\mathbf{w}_2(t)] = \mathbf{0} \quad (13)$$

$$\mathbf{E}[\boldsymbol{\eta}(t)] = \mathbf{0} \quad (14)$$

$$\text{cov}[\mathbf{w}_2(t_1), \mathbf{w}_2(t_2)] = \mathbf{R}_v \delta(t_2 - t_1) \quad (15)$$

$$\text{cov}[\boldsymbol{\eta}(t_1), \boldsymbol{\eta}(t_2)] = \mathbf{R}_\eta \delta(t_2 - t_1) \quad (16)$$

$$\text{cov}[\mathbf{w}_1(t_1), \mathbf{w}_2(t_2)] = \mathbf{0} \quad (17)$$

$$\text{cov}[\mathbf{w}_1(t_1), \boldsymbol{\eta}(t_2)] = \mathbf{0} \quad (18)$$

$$\text{cov}[\mathbf{w}_2(t_1), \boldsymbol{\eta}(t_2)] = \mathbf{0} \quad (19)$$

2 预瞄控制器设计与仿真

记采样周期为 T_s , 假定控制时滞是采样周期的整数倍, $\lambda = lT_s$ 。式(3)、式(11)和式(12)可以离散为

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{F}\mathbf{x}(k) + \mathbf{G}\mathbf{u}(k-l) + \mathbf{H}\mathbf{w}_1(k) \quad (20)$$

$$\mathbf{y}(k) = \mathbf{C}\mathbf{x}(k) + \mathbf{D}\mathbf{u}(k-l) + \mathbf{w}_2(k) \quad (21)$$

$$y_w(k) = w_1(k + N_p) + \boldsymbol{\eta}(k + N_p) \quad (22)$$

其中 $\mathbf{F} = \exp(\mathbf{A}T_s)$ $\mathbf{G}_1 = \int_0^{T_s} \exp(\mathbf{A}t) dt$

$$\mathbf{G} = \mathbf{G}_1\mathbf{B} \quad \mathbf{H} = \mathbf{G}_1\mathbf{E}_1 \quad N_p = T_p/T_s$$

为了使系统在采样点上和采样点间都具有良好的性能,取性能指标为

$$J = \lim_{T_f \rightarrow \infty} \frac{1}{T_f} \mathbf{E} \left\{ \int_0^{T_f} [\rho_1 \dot{z}_s^2(t) + \rho_2 (z_s(t) - z_u(t))^2 + \rho_3 (z_u(t) - z_0(t))^2 + \rho_4 u^2(t)] dt \right\} \quad (23)$$

控制器设计的目的是通过施加控制力 u , 使外界激励下性能指标 J 最小。引入状态变量, 式(23)可另表述为

$$J = \lim_{T_f \rightarrow \infty} \frac{1}{T_f} \mathbf{E} \left\{ \int_0^{T_f} [\mathbf{x}^T(t)\mathbf{Q}\mathbf{x}(t) + 2\mathbf{x}^T(t)\mathbf{N}\mathbf{u}(t-\lambda) + \mathbf{u}^T(t-\lambda)\mathbf{R}_{21}\mathbf{u}(t-\lambda) + \mathbf{u}^T(t)\mathbf{R}_{22}\mathbf{u}(t)] dt \right\} \quad (24)$$

其中

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} q_{11} & 0 & q_{13} & q_{14} \\ 0 & q_{22} & 0 & 0 \\ q_{13} & 0 & q_{33} & q_{34} \\ q_{14} & 0 & q_{34} & q_{44} \end{bmatrix} \quad \mathbf{N} = \begin{bmatrix} N_{11} \\ 0 \\ N_{13} \\ N_{14} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{R}_{21} = \frac{\rho_1}{m_s^2} \quad \mathbf{R}_{22} = \rho_4 \quad q_{11} = \frac{\rho_1 k_s^2}{m_s^2} + \rho_2$$

$$q_{13} = \frac{\rho_1 c_s k_s}{m_s^2} \quad q_{14} = \frac{-\rho_1 c_s k_s}{m_s^2} \quad q_{22} = \rho_3$$

$$q_{33} = \frac{\rho_1 c_s^2}{m_s^2} \quad q_{34} = \frac{-\rho_1 c_s^2}{m_s^2} \quad q_{44} = \frac{\rho_1 c_s^2}{m_s^2}$$

$$N_{11} = \frac{-\rho_1 k_s}{m_s^2} \quad N_{13} = \frac{-\rho_1 c_s}{m_s^2} \quad N_{14} = \frac{\rho_1 c_s}{m_s^2}$$

式(24)可离散为

$$J = \frac{1}{T_s} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \mathbf{E} \left\{ \sum_{k=0}^{n-1} [\mathbf{x}^T(k)\mathbf{Q}_1\mathbf{x}(k) + 2\mathbf{x}^T(k)\mathbf{Q}_{12}\mathbf{u}(k-l) + \mathbf{u}^T(k-l)\mathbf{Q}_{21}\mathbf{u}(k-l) + \mathbf{u}^T(k)\mathbf{Q}_{22}\mathbf{u}(k)] \right\} \quad (25)$$

其中 $\mathbf{Q}_1 = \int_0^{T_s} \mathbf{F}^T(t)\mathbf{Q}\mathbf{F}(t) dt$

$$\mathbf{Q}_{12} = \mathbf{Q}_{12t} + \mathbf{G}_1^T(T_s)\mathbf{N}$$

$$\mathbf{Q}_{12t} = \int_0^{T_s} \mathbf{F}^T(t)\mathbf{Q}\mathbf{G}(t) dt$$

$$\mathbf{Q}_{21} = \mathbf{Q}_{21t} + 2\mathbf{B}^T\mathbf{Z}^T\mathbf{N} + \mathbf{R}_{21}T_s$$

$$\mathbf{Q}_{21t} = \int_0^{T_s} \mathbf{G}^T(t)\mathbf{Q}\mathbf{G}(t) dt \quad \mathbf{Z} = \int_0^{T_s} \mathbf{G}_1(t) dt$$

$$\mathbf{Q}_{22} = \mathbf{R}_{22}T_s \quad \mathbf{F}(t) = \exp(\mathbf{A}t) \quad \mathbf{G}(t) = \mathbf{G}_1(t)\mathbf{B}$$

$$\mathbf{G}_1(t) = \int_0^t \exp(\mathbf{A}t) dt \quad n = T_f/T_s$$

而 $\mathbf{F}(T_s)$ 、 $\mathbf{G}_1(T_s)$ 、 \mathbf{Z} 、 \mathbf{Q}_1 、 \mathbf{Q}_{12t} 和 \mathbf{Q}_{21t} 为^[15,17]

$$\begin{cases} \mathbf{Z}_2 = \frac{T_s^2}{2}\mathbf{I} \\ \mathbf{Z}_k = \frac{\mathbf{A}T_s}{k}\mathbf{Z}_{k-1} \quad (k=3,4,\dots) \\ \mathbf{Z} = \sum_{k=2}^{\infty} \mathbf{Z}_k \end{cases} \quad (26)$$

$$\begin{cases} \mathbf{W}''_2 = \frac{\mathbf{Q}T_s^3}{3} \\ \mathbf{W}''_k = \frac{T_s}{k+1}(\mathbf{A}^T\mathbf{W}''_{k-1} + \mathbf{W}''_{k-1}\mathbf{A} + \mathbf{Q}\mathbf{Z}_k + \mathbf{Z}_k^T\mathbf{Q}) \\ \mathbf{W}'' = \sum_{k=2}^{\infty} \mathbf{W}''_k \end{cases} \quad (k=3,4,\dots) \quad (27)$$

$$\mathbf{G}_1(T_s) = \mathbf{I}T_s + \mathbf{Z}\mathbf{A} \quad (28)$$

$$\mathbf{D}_1 = \mathbf{Q}\mathbf{Z} + \mathbf{A}^T\mathbf{W}'' \quad (29)$$

$$\mathbf{F}(T_s) = \mathbf{I} + \mathbf{G}_1(T_s)\mathbf{A} \quad (30)$$

$$\mathbf{Q}_1 = \mathbf{Q}\mathbf{G}_1(T_s) + \mathbf{A}^T\mathbf{D}_1^T \quad (31)$$

$$\mathbf{Q}_{12t} = \mathbf{D}_1\mathbf{B} \quad (32)$$

$$\mathbf{Q}_{21t} = \mathbf{B}^T\mathbf{W}''\mathbf{B} \quad (33)$$

实际进行迭代运算时, 式(26)和式(27)中的 \mathbf{Z} 和 \mathbf{W}'' 将以有限步趋于常数阵。然而, 当矩阵范数 $\|\mathbf{A}T_s\|$ 较大时, 式(26)和式(27)收敛较慢, 计算的精度也较差。为了提高收敛速度和计算精度, 可将 T_s 进行 2^{N_k} 等分 (在后面的算例中取 $N_k = 10$), $\tau = T_s/2^{N_k}$, 计算基于时间段 τ 的 \mathbf{F} 、 \mathbf{G}_1 、 \mathbf{Z} 、 \mathbf{Q}_1 、 \mathbf{Q}_{12t} 和 \mathbf{Q}_{21t} , 再运用 N_k 次加倍公式, 见式(34)~(39), 最终获得基于采样周期 T_s 的离散化结果。关于 \mathbf{F} 和 \mathbf{G}_1 的精细计算可见文献[18]。

$$\mathbf{F}(2t) = \mathbf{F}(t)\mathbf{F}(t) \quad (34)$$

$$\mathbf{G}_1(2t) = \mathbf{G}_1(t) + \mathbf{F}(t)\mathbf{G}_1(t) \quad (35)$$

$$\mathbf{Z}(2t) = \mathbf{Z}(t) + \mathbf{Z}(t)\mathbf{F}(t) + \mathbf{G}_1(t)t \quad (36)$$

$$\mathbf{Q}_1(2t) = \mathbf{Q}_1(t) + \mathbf{F}^T(t)\mathbf{Q}_1(t)\mathbf{F}(t) \quad (37)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{Q}_{12t}(2t) &= \mathbf{Q}_{12t}(t) + \mathbf{F}^T(t)\mathbf{Q}_{12t}(t) + \\ &\quad \mathbf{F}^T(t)\mathbf{Q}_1(t)\mathbf{G}(t) \end{aligned} \quad (38)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{Q}_{21r}(2t) &= 2\mathbf{Q}_{21r}(t) + \mathbf{Q}_{12r}^T(t)\mathbf{G}(t) + \\ &\mathbf{G}^T(t)\mathbf{Q}_{12r}(t) + \mathbf{G}^T(t)\mathbf{Q}_1(t)\mathbf{G}(t) \end{aligned} \quad (39)$$

令

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_a(k) &= [\mathbf{x}^T(k) \quad u(k-l) \quad u(k-l+1) \quad \cdots \\ &u(k-1) \quad w_1(k) \quad w_1(k+1) \quad \cdots \quad w_1(k+N_p)]^T \\ \mathbf{y}_a(k) &= [\mathbf{y}^T(k) \quad y_w(k)]^T \end{aligned}$$

则式(20)、(21)和(22)可转换为不显含控制时滞和预瞄时间的标准离散时间 LQG 控制问题

$$\mathbf{x}_a(k+1) = \mathbf{F}_a \mathbf{x}_a(k) + \mathbf{G}_a u(k) + \mathbf{w}_a(k) \quad (40)$$

$$\mathbf{y}_a(k) = \mathbf{C}_a \mathbf{x}_a(k) + \mathbf{v}_a(k) \quad (41)$$

其中

$$\mathbf{F}_a = \begin{bmatrix} \mathbf{F} & \mathbf{G} & \mathbf{0} & \mathbf{H} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{I} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & 0 & \mathbf{0} & 0 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ \mathbf{0} & 0 & \mathbf{0} & 0 & \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad \mathbf{G}_a = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ 1 \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{w}_a(k) = [\mathbf{0} \quad \mathbf{0} \quad 0 \quad 0 \quad w_1(k+N_p+1)]^T$$

$$\mathbf{C}_a = \begin{bmatrix} \mathbf{C} & \mathbf{D} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & 0 & \mathbf{0} & 1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{v}_a(k) = \begin{bmatrix} w_2(k) \\ \eta(k+N_p) \end{bmatrix}$$

而性能指标也可重新表示为

$$J = \frac{1}{T_s} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \mathbf{E} \left\{ \sum_{k=0}^{n-1} [\mathbf{x}_a^T(k) \mathbf{Q}_a \mathbf{x}_a(k) + \mathbf{u}^T(k) \mathbf{R}_a u(k)] \right\} \quad (42)$$

其中

$$\mathbf{Q}_a = \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_1 & \mathbf{Q}_{12} & \mathbf{0} \\ \mathbf{Q}_{12}^T & \mathbf{Q}_{21} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad \mathbf{R}_a = \mathbf{Q}_{22}$$

由 LQG 控制理论,最优控制力方程为

$$\mathbf{u}(k) = -\mathbf{K}_c(k) \hat{\mathbf{x}}_a(k) \quad (43)$$

其中

$$\mathbf{K}_c(k) = (\mathbf{R}_a + \mathbf{G}_a^T \mathbf{P}_c(k+1) \mathbf{G}_a)^{-1} \mathbf{G}_a^T \mathbf{P}_c(k+1) \mathbf{F}_a \quad (44)$$

$$\mathbf{P}_c(k) = \mathbf{F}_a^T \mathbf{P}_c(k+1) \mathbf{F}_a + \mathbf{Q}_a - \mathbf{F}_a^T \mathbf{P}_c(k+1) \cdot$$

$$\mathbf{G}_a (\mathbf{R}_a + \mathbf{G}_a^T \mathbf{P}_c(k+1) \mathbf{G}_a)^{-1} \mathbf{G}_a^T \mathbf{P}_c(k+1) \mathbf{F}_a \quad (45)$$

$\hat{\mathbf{x}}_a$ 为状态向量估计值,可通过 Kalman 滤波器来实现,其方程为

$$\hat{\mathbf{x}}_a(k+1) = \mathbf{F}_a \hat{\mathbf{x}}_a(k) + \mathbf{G}_a u(k) + \mathbf{K}_e(k) [\mathbf{y}_a(k) - \mathbf{C}_a \hat{\mathbf{x}}_a(k)] \quad (46)$$

其中

$$\mathbf{K}_e(k) = \mathbf{F}_a \mathbf{P}_e(k) \mathbf{C}_a^T (\mathbf{C}_a \mathbf{P}_e(k) \mathbf{C}_a^T + \mathbf{V}_a(k))^{-1} \quad (47)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_e(k+1) &= \mathbf{F}_a \mathbf{P}_e(k) \mathbf{F}_a^T + \mathbf{W}_a(k) - \mathbf{F}_a \mathbf{P}_e(k) \mathbf{C}_a^T \cdot \\ &(\mathbf{C}_a \mathbf{P}_e(k) \mathbf{C}_a^T + \mathbf{V}_a(k))^{-1} \mathbf{C}_a \mathbf{P}_e(k) \mathbf{F}_a^T \end{aligned} \quad (48)$$

\mathbf{W}_a 和 \mathbf{V}_a 分别为离散形式的过程噪声向量和量测噪声向量强度,有

$$\mathbf{W}_a \approx \frac{1}{T_s} \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & R_w \end{bmatrix} \quad (49)$$

$$\mathbf{V}_a = \frac{1}{T_s} \begin{bmatrix} R_v & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & R_\eta \end{bmatrix} \quad (50)$$

经过迭代, Riccati 方程(45)和方程(48)的解 $\mathbf{P}_c(k)$ 、 $\mathbf{P}_e(k)$ 将很快趋于稳定。记方程(45)和方程(48)的稳态解为 \mathbf{P}_c 和 \mathbf{P}_e , 相应的稳态反馈增益矩阵和滤波增益矩阵记为 \mathbf{K}_c 和 \mathbf{K}_e , 性能指标可表示为

$$J = \frac{1}{T_s} \{ \text{tr}[\mathbf{P}_c \mathbf{W}_a] + \text{tr}[\mathbf{P}_e \mathbf{K}_c^T (\mathbf{G}_a^T \mathbf{P}_c \mathbf{G}_a + \mathbf{R}_a) \mathbf{K}_c] \} \quad (51)$$

为了仿真计算,合并式(40)、(41)、(43)和(46),可得

$$\mathbf{p}(k+1) = \mathbf{A}_q \mathbf{p}(k) + \mathbf{w}_q(k) \quad (52)$$

$$\text{其中 } \mathbf{p}(k) = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_a(k) \\ \hat{\mathbf{x}}_a(k) \end{bmatrix} \quad \mathbf{w}_q(k) = \begin{bmatrix} \mathbf{w}_a(k) \\ \mathbf{K}_e \mathbf{v}_a(k) \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{A}_q = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_a & -\mathbf{G}_a \mathbf{K}_c \\ \mathbf{K}_e \mathbf{C}_a & \mathbf{F}_a - \mathbf{G}_a \mathbf{K}_c - \mathbf{K}_e \mathbf{C}_a \end{bmatrix}$$

3 数值算例

取车辆参数为^[10]: $m_s = 250 \text{ kg}$, $m_u = 30 \text{ kg}$, $k_s = 1 \times 10^4 \text{ N/m}$, $k_t = 1 \times 10^5 \text{ N/m}$, $c_s = 1000 \text{ N}\cdot\text{s/m}$; 取行车速度 $v = 20 \text{ m/s}$; 加权系数 ρ_1 、 ρ_2 、 ρ_3 和 ρ_4 应根据实际工程需要进行选取,本算例取 $\rho_1 = 300$, $\rho_2 = 2$, $\rho_3 = 2$, $\rho_4 = 1 \times 10^{-4}$; 仿真时间 10 s , 取采样周期 $T_s = 0.01 \text{ s}$; 采用三级路面功率谱密度,取量测噪声强度为 $\mathbf{R}_v = \begin{bmatrix} 4.76 \times 10^{-4} & 0 \\ 0 & 0.25 \end{bmatrix}$, $R_\eta = 5.06 \times 10^{-4}$ 。

表1和表2给出了控制延时分别为 0.05 s 和 0.3 s 时不同预瞄时间下的控制效果。可以看到,在控制延时一定情况下,随着预瞄时间的增大,车辆的控制效果得到改善;但当预瞄时间增大到一定程度后,增大预瞄时间对车辆控制效果的改善不再明显。对控制延时为 0.05 s , 当预瞄时间大于 0.4 s 后,性能指标的改善接近饱和;对控制延时为 0.3 s , 当预瞄时间大于 0.8 s 后,性能指标的改善接近饱和。这符合文献[8~10]在不存在控制时滞时得出的结论。同时也说明随着控制延时的增大,可以在控制器设计时适当地增大预瞄时间。

表3和表4给出了预瞄时间分别为 0.1 s 和 0.3 s 时不同控制延时下的控制效果。可以看到,在预瞄时间一定情况下,若在控制器设计时考虑可能的控制延时,车辆的整体性能会得到明显改善;若在控制器设计时忽略控制延时,采用忽略时滞所设计

的控制器对有时滞的车辆主动悬架系统进行控制,当控制时滞很小时,忽略控制时滞所带来的影响并不大,但当控制时滞较大时,控制时滞就不能被忽略了。对于本文算例,当控制时滞较大时,比如预瞄时间 0.3 s、控制延时 0.4 s 时,若在控制器设计时忽略控制时滞,车身垂向加速度、悬架动行程和轮胎动位移峰值分别为 5.454 m/s²、6.133 cm 和 1.919 cm,反而大于无控时的车辆响应(无控时车辆相应响应分别为 3.351 m/s²、4.778 cm 和 1.523 cm)。这一结论与文献[12]和[15]分别对半主动悬架和三层建筑结构控制时滞研究时得出的结论相一致。关于时滞系统最大允许时滞量的确定,相关研究可见文献[19]和[20]。对于本文算例,数值仿真发现,控制器设计时可忽略的最大时滞量与加权系数 $\rho_1 \sim \rho_4$ 及预瞄时间 T_p 的选择均有关系,对于预瞄时间 0.1 s 和给定的加权系数,时滞量不超过 0.03 s 时忽略控制时滞所带来的影响并不大。

此外,比较表 3 和表 4 还可发现,若在控制器设计时忽略控制时滞,增大预瞄时间并不一定能改善控制效果。对于控制延时 0.3 s,若在控制器设计时忽略控制时滞,预瞄时间为 0.1 s 时车身垂向加速度、悬架动行程和轮胎动位移峰值分别为 3.945 m/s²、4.137 cm 和 1.645 cm;预瞄时间为 0.3 s 时车身垂向加速度、悬架动行程和轮胎动位移峰值分别为 4.393 m/s²、4.801 cm 和 1.719 cm;预瞄时间的增大,导致车辆的峰值响应不但没有减小,反而增大了。

图 2 为考虑车辆在路面凸块激励下的响应。假定车辆以 $v = 10$ m/s 速度通过路面上一长坡型单凸块,路面不平度输入为^[21]

$$z_0 = \begin{cases} \frac{A_m}{2} \left(1 - \cos \frac{2\pi vt}{L} \right) & \left(0 \leq t \leq \frac{L}{v} \right) \\ 0 & \left(t > \frac{L}{v} \right) \end{cases} \quad (53)$$

表 1 不同预瞄时间下的车辆响应(控制延时 $\lambda = 0.05$ s)

Tab. 1 Vehicle responses with different preview time ($\lambda = 0.05$ s)

控制方式	预瞄时间/s	峰值响应				性能指标相对值/%
		$\ddot{z}_s/\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$	$z_s - z_u/\text{cm}$	$z_u - z_0/\text{cm}$	u/N	
无控		3.351	4.778	1.523		
预瞄控制(考虑控制时滞)	0	2.964	4.230	1.402	111.4	100
	0.02	2.732	4.340	1.365	281.2	90
	0.05	2.246	4.446	1.578	448.2	75
	0.1	2.451	4.533	1.542	431.0	72
	0.2	2.236	3.947	1.263	420.2	67
	0.3	2.136	3.046	1.287	447.9	66
	0.4	2.184	3.041	1.239	384.4	65
	0.5	2.311	2.843	1.369	422.3	65
	0.6	2.363	3.093	1.265	426.5	65

表 2 不同预瞄时间下的车辆响应(控制延时 $\lambda = 0.3$ s)

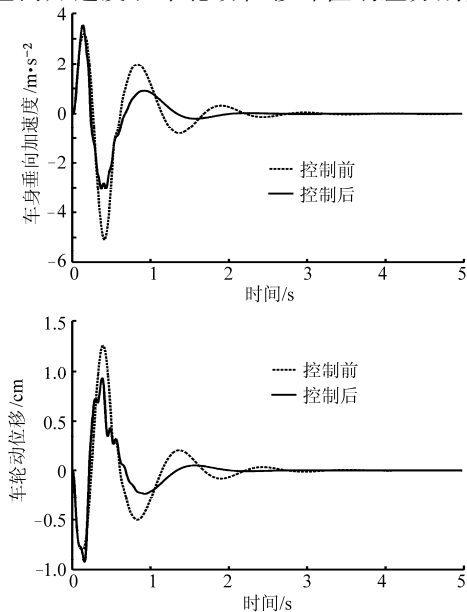
Tab. 2 Vehicle responses with different preview time ($\lambda = 0.3$ s)

控制方式	预瞄时间/s	峰值响应				性能指标相对值/%
		$\ddot{z}_s/\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$	$z_s - z_u/\text{cm}$	$z_u - z_0/\text{cm}$	u/N	
无控		3.351	4.778	1.523		
预瞄控制(考虑控制时滞)	0	3.273	4.928	1.475	53.07	100
	0.1	2.941	4.828	1.367	129.4	98
	0.2	2.862	4.191	1.333	181.7	96
	0.3	2.497	3.541	1.448	590.9	75
	0.4	2.235	3.512	1.289	428.3	67
	0.5	2.277	3.052	1.412	444.3	66
	0.6	2.568	3.204	1.285	424.4	66
	0.7	2.643	3.528	1.355	400.2	66
	0.8	2.283	3.841	1.322	417.2	65
	0.9	2.193	3.889	1.321	437.1	65
	1.0	2.088	3.824	1.281	429.0	65

表3 不同控制延时下的车辆响应(预瞄时间 $T_p = 0.1$ s)Tab.3 Vehicle responses with different time delay of control force ($T_p = 0.1$ s)

控制方式	控制 延时/s	峰值响应			
		\ddot{z}_s	$z_s - z_u$	$z_u - z_0$	u
		/m·s ⁻²	/cm	/cm	/N
无控		3.351	4.778	1.523	
	0	2.393	4.241	1.427	477.4
	0.02	2.588	4.400	1.496	428.8
	0.05	2.451	4.533	1.542	431.0
预瞄控制(考虑控制时滞)	0.1	2.614	4.281	1.747	445.4
	0.2	2.910	4.296	1.357	181.4
	0.3	2.941	4.828	1.367	129.4
	0.4	2.978	4.908	1.389	122.8
	0.5	3.039	4.614	1.400	103.0
	0.6	3.128	4.358	1.456	94.8
		0	2.393	4.241	1.427
	0.02	2.503	3.959	1.380	478.8
	0.05	3.477	3.527	1.610	480.3
	0.1	3.065	3.040	1.305	477.7
预瞄控制(忽略控制时滞)	0.2	3.270	2.798	1.387	474.7
	0.3	3.945	4.137	1.645	474.7
	0.4	4.876	5.636	1.658	474.2
	0.5	4.906	6.315	1.813	475.4
	0.6	4.298	6.619	1.754	476.6
		0	2.393	4.241	1.427

其中, $A_m = 0.1$ m, $L = 5$ m。预瞄时间 $T_p = 0.1$ s, 控制延时 $\lambda = 0.05$ s。在预瞄控制器设计时考虑控制时滞。图2给出了控制前、后的车身垂向加速度、悬架动行程、车轮动位移时程响应曲线和主动悬架控制力时程响应曲线。可以看出,控制后车身垂向加速度和车轮动位移峰值响应得到了较大降低;控制前车身垂向加速度和车轮动位移峰值响应分别为

图2 车辆通过单凸块的时程响应($v = 10$ m/s)Fig.2 Time history responses of vehicle to bump when v is 10 m/s

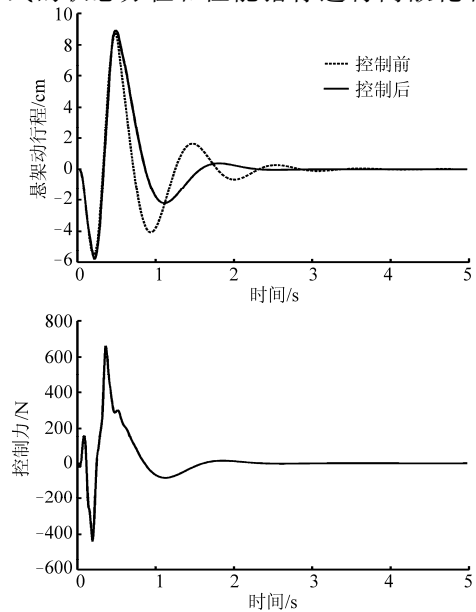
5.079 m/s²和1.256 cm,而控制后为3.532 m/s²和0.928 cm,分别降低了30%和26%。

表4 不同控制延时下的车辆响应(预瞄时间 $T_p = 0.3$ s)Tab.4 Vehicle responses with different time delay of control force ($T_p = 0.3$ s)

控制方式	控制 延时/s	峰值响应			
		\ddot{z}_s	$z_s - z_u$	$z_u - z_0$	u
		/m·s ⁻²	/cm	/cm	/N
无控		3.351	4.778	1.523	
	0	2.063	3.012	1.306	444.9
	0.02	2.143	3.028	1.286	444.3
	0.05	2.136	3.046	1.287	447.9
预瞄控制(考虑控制时滞)	0.1	2.059	3.124	1.325	464.7
	0.2	2.131	3.334	1.295	452.2
	0.3	2.497	3.541	1.448	590.9
	0.4	2.899	4.051	1.339	197.6
	0.5	2.941	4.765	1.361	144.7
	0.6	2.953	4.857	1.393	137.8
		0	2.063	3.012	1.306
	0.02	2.608	2.828	1.321	445.8
	0.05	3.055	2.801	1.523	449.3
预瞄控制(忽略控制时滞)	0.1	3.168	2.601	1.318	448.0
	0.2	3.801	3.064	1.407	452.3
	0.3	4.393	4.801	1.719	460.4
	0.4	5.454	6.133	1.919	470.8
	0.5	4.970	6.527	1.876	475.9
	0.6	4.193	6.527	1.660	473.8

4 结束语

采用1/4车辆模型对含有控制时滞的车辆主动悬架系统进行了随机预瞄控制研究。通过将连续形式的状态方程和性能指标进行离散化和标准化,转



换显含时滞的预瞄控制问题为标准的不显含时滞的离散时间 LQG 控制问题。通过比较不同控制时滞和预瞄时间下的控制效果,发现在对车辆主动悬架系统进行预瞄控制器设计时,考虑控制时滞是非常有必要的,在控制延时一定的情况下,可以通过适当增大预瞄时间来提高车辆的控制效果。但是,当预

瞄时间增大到一定程度后,增大预瞄时间对车辆的控制效果改善不再明显。如用无时滞时所设计的控制律对有时滞的悬架系统进行控制,在控制延时很小时可以接受,但当控制延时较大时,可能会导致控制系统的不稳定,而且此时预瞄时间的增大也不一定会带来控制效果的改善。

参 考 文 献

- 汪若尘, 陈龙, 张孝良, 等. 车辆半主动空气悬架系统设计与试验[J]. 农业机械学报, 2012, 43(4): 6~9.
Wang Ruochen, Chen Long, Zhang Xiaoliang, et al. Design and test of semi-active air suspension system of vehicle [J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2012, 43(4): 6~9. (in Chinese)
- 陈杰平, 冯武堂, 郭万山, 等. 整车磁流变减振器半主动悬架变论域模糊控制策略[J]. 农业机械学报, 2011, 42(5): 8~13.
Chen Jieping, Feng Wutang, Guo Wanshan, et al. Whole vehicle magnetorheological fluid damper semi-active suspension variable universe fuzzy control simulation and test [J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2011, 42(5): 8~13. (in Chinese)
- Spentzas K, Kanarachos S A. Design of a non-linear hybrid car suspension system using neural networks [J]. Mathematics and Computers in Simulation, 2002, 60(3~5): 369~378.
- Yoshimura T, Kume A, Kurimoto M, et al. Construction of an active suspension system of a quarter car model using the concept of sliding mode control [J]. Journal of Sound and Vibration, 2001, 239(2): 187~199.
- Song X B, Ahmadian M, Southward S, et al. An adaptive semiactive control algorithm for magnetorheological suspension systems [J]. Journal of Vibration and Acoustics, 2005, 127(5): 493~502.
- Crolla D, 喻凡. 车辆动力学及其控制[M]. 北京: 人民交通出版社, 2004.
- Bender E K. Optimum linear preview control with application to vehicle suspension [J]. ASME Journal of Basic Engineering, Series D, 1968, 90(2): 213~221.
- Hac A. Optimal linear preview control of active vehicle suspension [J]. Vehicle System Dynamics, 1992, 21(3): 167~195.
- Marzbanrad J, Ahmadi G, Zohoor H, et al. Stochastic optimal preview control of a vehicle suspension [J]. Journal of Sound and Vibration, 2004, 275(3~5): 973~990.
- Roh H S, Park Y. Stochastic optimal preview control of an active vehicle suspension [J]. Journal of Sound and Vibration, 1999, 220(2): 313~330.
- 张文丰, 翁建生, 胡海岩. 时滞对车辆悬架“天棚”阻尼控制的影响[J]. 振动工程学报, 1999, 12(4): 486~491.
Zhang Wenfeng, Weng Jiansheng, Hu Haiyan. Effect of time delay on active vehicle suspensions equipped with “sky-hook” damper [J]. Journal of Vibration Engineering, 1999, 12(4): 486~491. (in Chinese)
- 江浩斌, 方恩, 周孔亢. 半主动悬架可调阻尼减振器及其控制时滞研究[J]. 江苏大学学报, 2004, 25(5): 393~396.
Jiang Haobin, Fang En, Zhou Kongkang. Study on adjustable-damp shock absorber of semi-active suspension and its control time delay [J]. Journal of Jiangsu University, 2004, 25(5): 393~396. (in Chinese)
- 胡海岩. 振动主动控制中的时滞动力学问题[J]. 振动工程学报, 1997, 10(3): 273~279.
Hu Haiyan. On dynamics in vibration control with time delay [J]. Journal of Vibration Engineering, 1997, 10(3): 273~279. (in Chinese)
- 王在华, 李俊余. 时滞状态正反馈在振动控制中的新特征[J]. 力学学报, 2010, 42(5): 933~942.
Wang Zaihua, Li Junyu. New features of time-delayed positive feedbacks in vibration control [J]. Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 2010, 42(5): 933~942. (in Chinese)
- 潘颖, 王超, 蔡国平. 线性时滞系统的离散最优控制[J]. 计算力学学报, 2004, 21(2): 177~184.
Pan Ying, Wang Chao, Cai Guoping. Discrete-time optimal control method for linear time-delay systems [J]. Chinese Journal of Computational Mechanics, 2004, 21(2): 177~184. (in Chinese)
- 余志生. 汽车理论[M]. 北京: 机械工业出版社, 2000.
- 孙增圻. 计算机控制理论及应用[M]. 北京: 清华大学出版社, 1987.
- Yu X, Tan S J, Lin J H, et al. Discrete time-delay optimal control of structures under seismic excitations using the balanced reduction scheme [J]. Journal of Vibration and Control, 2009, 15(3): 465~478.
- 潘颖, 石嵘, 刘立厚. 受控振动系统时滞依赖稳定性判据的 LMI 方法[J]. 应用力学学报, 2006, 23(3): 410~415.
- 孙峰. 单自由度时滞系统振动主动控制[J]. 上海交通大学学报, 2005, 39(1): 157~160.
- Chen H, Guo K H. Constrained H_{∞} control of active suspensions: an LMI approach [J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2005, 13(3): 412~421.