

# 轴向应力对多级离心泵转子临界转速的影响\*

田亚斌 齐学义

(兰州理工大学能源与动力工程学院, 兰州 730050)

**摘要:** 借助 ANSYS 软件, 运用有限元方法, 在计算  $3 \times 8 \frac{3}{4} - 10\text{stg}$  HSB 型高速多级离心泵转子干态临界转速的基础上, 又分别计算了转子在湿态下支承刚度、陀螺力矩、流体软化作用、口环支承等对转子临界转速的影响, 此后再计入轴向应力对转子临界转速的影响。结果表明, 浸液转子仅考虑流固耦合作用计算出的临界转速仍然存在着偏差; 在流固耦合的基础上, 再考虑轴向应力对转子动力特性的影响后, 一阶临界转速提高了 21%, 其余各阶也有所提高, 说明轴向应力对转子系统的临界转速有较大影响, 且轴向应力对提高转子的稳定性有积极的作用。

**关键词:** 多级离心泵 动力特性 轴向应力 临界转速 流固耦合

中图分类号: TH311 文献标识码: A 文章编号: 1000-1298(2013)05-0055-04

## Influence of Axial Stress on Critical Rotational Speed of Multistage Centrifugal Pump Rotor

Tian Yabin Qi Xueyi

(School of Energy and Power Engineering, Lanzhou University of Technology, Lanzhou 730050, China)

**Abstract:** The dry state critical speed of the rotor of the high speed multistage centrifugal pump of  $3 \times 8 \frac{3}{4} - 10\text{stg}$  HSB was first calculated by means of the method of finite element and ANSYS software. After that, the effects on the critical speed of the rotor impressed by the support stiffness, gyroscopic couple, fluid softening effect, and mouth ring support, were computed respectively. Finally, the effect of the axial stress on the critical speed of the rotor was computed. The results showed that critical speed of the immersion rotor still existed deviation when only considering the fluid-solid coupling effect, and that considering the effect of the axial stress on the rotor dynamic characteristics the first critical speed was improved by 21% based on the fluid-solid coupling, and the ones of other order were also improved. It illustrated that the axial stress had an important effect on the critical speed of the rotor system and could improve the rotor stability.

**Key words:** Multistage centrifugal pump Dynamic characteristics Axial stress Critical speed Fluid-solid coupling

### 引言

高速多级离心泵具有扬程、效率高, 工作可靠, 结构紧凑, 成本低等优势, 在化工、冶金以及工农业给排水中被广泛应用。由于高速泵转子本身转速高, 而且目前泵正朝着大功率、更高转速需求的方向

发展, 因而在运行中必然要跨越一阶甚至是二、三阶的临界转速, 多级泵转子在这方面表现得尤为突出。为了保证多级离心泵转子的平稳运转, 避免在接近其临界转速时发生共振而影响泵的安全稳定运行和寿命, 设计时需要准确计算其在工作状态下的临界转速。

收稿日期: 2012-05-31 修回日期: 2012-06-08

\* 国家自然科学基金资助项目(51068019)

作者简介: 田亚斌, 博士生, 主要从事流体机械转子动力学研究, E-mail: tianyb2008@126.com

通讯作者: 齐学义, 教授, 博士生导师, 主要从事流体机械内部流动及其性能研究, E-mail: qixy@lut.cn

自从20世纪70年代开始将有限元法用于转子系统动力学建模以来<sup>[1]</sup>,转子系统动力学分析得到了很大的发展<sup>[2~12]</sup>。然而,仍有一些因素尚未考虑进去,如轴向应力对转子动力特性的影响等。因此,本文以3×8 3/4-10stg HSB型高速多级离心泵为算例,借助ANSYS软件,运用有限元方法,通过对转子干态临界转速及转子在湿态下支承刚度、陀螺力矩、流体软化作用、口环支承等影响转子临界转速的基础上,再计入轴向应力进行研究。

## 1 多级离心泵转子干态动力学模型

所谓干态即不计流体对转子产生动态特性影响时的临界转速。在无外力及忽略阻尼的情况下,转子振动系统在笛卡尔坐标系下的运动微分方程的一般形式简化为

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{u}(t) = \mathbf{0} \quad (1)$$

式中  $\mathbf{M}$ 、 $\mathbf{K}$ —系统的整体质量矩阵、刚度矩阵  
 $\dot{\mathbf{u}}(t)$ 、 $\mathbf{u}(t)$ —有限元节点加速度、位移  
 $\mathbf{O}$ —零矩阵

假定式(1)的解为简谐函数形式,并考虑其特殊性,问题变为求解方程

$$\det |\mathbf{K} - \omega^2 \mathbf{M}| = 0 \quad (2)$$

令行列式为0,可以解出一系列离散的特征值  $\lambda_i$  和  $\omega_i^2$ 。对每一个  $\omega_i^2$ ,有一个对应的特征向量  $\phi_i$ ,每一特征值和特征向量决定结构的一种自由振动形式。

第  $i$  个特征值与第  $i$  阶固有频率间的关系为

$$f_i = \omega_i / (2\pi) \quad (3)$$

式中  $f_i$ —第  $i$  阶固有频率

## 2 考虑陀螺效应的数学模型

陀螺系统的拉格朗日函数可以统一表达为

$$L(\mathbf{u}, \dot{\mathbf{u}}) = \frac{\dot{\mathbf{u}}^T \mathbf{M} \dot{\mathbf{u}}}{2} + \frac{\dot{\mathbf{u}}^T \mathbf{G} \dot{\mathbf{u}}}{2} - \frac{\mathbf{u}^T \mathbf{K} \mathbf{u}}{2} \quad (4)$$

式中  $\mathbf{u}$ — $n$  维广义位移向量

转子系统的运动方程可统一表达为

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{G}\dot{\mathbf{u}} + \mathbf{K}\mathbf{u} = \mathbf{f}_1(t) \quad (5)$$

式中  $\mathbf{f}_1(t)$ —外力向量  $t$ —时间

$\mathbf{G}\dot{\mathbf{u}}$ —陀螺项

$\mathbf{G}$ —反对称矩阵

$\mathbf{K}$ —一般对称阵,但不能保证正定

式(5)是二阶微分方程,按常微分方程的理论,应当先求解齐次方程的通解,得到脉冲响应函数,然后再用Duhamel积分处理非齐次项。齐次方程为

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{G}\dot{\mathbf{u}} + \mathbf{K}\mathbf{u} = \mathbf{0} \quad (6)$$

## 3 流固耦合的转子动力学有限元数学模型

考虑流体作用时的系统整体运动方程形式为

$$\begin{cases} \mathbf{M}_1^* \ddot{\mathbf{U}}_1 + \mathbf{C}_1^* \dot{\mathbf{U}}_1 + \mathbf{G}_1 \dot{\mathbf{U}}_2 + \mathbf{K}_1^* \mathbf{U}_1 = \mathbf{Q}_1 \\ \mathbf{M}_1^* \ddot{\mathbf{U}}_2 - \mathbf{G}_1 \dot{\mathbf{U}}_2 + \mathbf{C}_1^* \dot{\mathbf{U}}_2 + \mathbf{K}_1^* \mathbf{U}_2 = \mathbf{Q}_2 \end{cases} \quad (7)$$

或

$$\text{其中 } \mathbf{M}^* = \begin{bmatrix} \mathbf{M}_1^* & \mathbf{O} \\ \mathbf{O} & \mathbf{M}_1^* \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{C}^* = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_1^* & \mathbf{G}_1 \\ -\mathbf{G}_1 & \mathbf{C}_1^* \end{bmatrix} \quad \mathbf{K}^* = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_1^* & \mathbf{O} \\ \mathbf{O} & \mathbf{K}_1^* \end{bmatrix}$$

式中  $\mathbf{M}^*$ —考虑流体作用的系统整体惯性矩阵

$\mathbf{C}^*$ —考虑流体作用的系统整体阻尼矩阵

$\mathbf{K}^*$ —考虑流体作用的系统整体刚度矩阵

$\mathbf{G}_1$ —考虑陀螺作用的阻尼矩阵

$\mathbf{M}_1^*$ 由轴段单元惯性矩阵  $\mathbf{M}_s^*$  及圆盘单元惯性矩阵  $\mathbf{M}_d^*$  形成; $\mathbf{C}_1^*$  由轴段单元阻尼矩阵  $\mathbf{C}_s^*$  及圆盘单元阻尼矩阵  $\mathbf{C}_d^*$  形成; $\mathbf{K}_1^*$  由轴段单元刚度矩阵  $\mathbf{K}_s^*$  及圆盘刚度矩阵  $\mathbf{K}_d^*$  形成。

## 4 轴向应力对转子动力特性的影响

多级离心泵在工作时,由于叶轮两侧压力不等,故轴向力不可避免,工程上往往采取很多技术措施进行平衡;但在消除了轴向推力的同时轴向应力却不可避免。这种应力的存在对转子的作用是显而易见的,并且随着转子运动参数(如压力)的提高,对转子系统动力学的影响越来越大,以致于若对其忽略将导致错误的结果。偶数叶轮背靠背结构的高速多级离心泵转子系统转子动力学分析与一般转子系统不同,不仅考虑流固耦合因素对轴系动力学的影响,还应考虑轴向应力的影响。轴向力的大小计算公式为

$$F = kH_i \rho \pi (r_w^2 - r_h^2) \quad (8)$$

式中  $F$ —作用在一个叶轮上的轴向力

$H_i$ —单级扬程

$\rho$ —液体密度

$r_w$ —叶轮密封环半径

$r_h$ —叶轮轮毂半径

$k$ —实验系数,与比转数有关

## 5 转子动力学分析

计算对象为3×8 3/4-10stg HSB型10级高速离心泵,其轴最大直径85 mm,叶轮直径215 mm,主轴总长约2 353 mm,支撑处直径70 mm,支撑间距1 523 mm;工作参数为:入口压力2.2 MPa,出口

压力21.6 MPa,额定转速7500r/min,流量106 m<sup>3</sup>/h,轴功率1128 kW;主轴材料为不锈钢H410(1Cr13),材料属性:泊松比0.3,密度7850 kg/m<sup>3</sup>,弹性模量200 GPa。运用ANSYS软件自带参数设计语言(APDL)编制了计算及分析转子系统动力特性的计算与分析程序,分别计算了不同支承刚度下转子的临界转速、不同转速下考虑陀螺力矩时的临

界转速(即干态临界转速),在此基础上又计算了有流体软化作用和口环支承时的临界转速(即湿态临界转速),在上述计算结果的基础上考虑轴向应力对转子动力特性的影响,把轴向应力附加在转子上,并计算出了临界转速。计算结果见表1~3。干态、湿态、有轴向应力的振型图见图1~3。

表1 不同支承刚度下转子的固有频率

Tab. 1 Natural frequencies of rotor with different bearing stiffnesses

阶数	支承刚度/N·m <sup>-1</sup>						Hz
	5.6×10 <sup>5</sup>	5.6×10 <sup>6</sup>	5.6×10 <sup>7</sup>	5.6×10 <sup>8</sup>	5.6×10 <sup>9</sup>	5.6×10 <sup>10</sup>	
一阶	14.65	43.20	84.83	96.84	98.20	98.33	
二阶	50.57	80.94	184.66	266.39	276.78	277.71	
三阶	171.89	181.96	251.73	291.24	295.28	295.78	
四阶	303.53	304.34	316.52	353.19	353.19	353.19	

表2 不同转速下考虑陀螺力矩时转子的固有频率

Tab. 2 Natural frequencies of rotor with gyroscopic couple in various rotational speeds

阶数	转速/r·min <sup>-1</sup>								Hz	
	1 000		5 000		7 500		10 000			
	反进动	正进动	反进动	正进动	反进动	正进动	反进动	正进动		
一阶	96.76	96.93	96.42	97.26	96.22	97.47	96.01	97.68		
二阶	266.12	266.66	265.06	267.72	264.39	268.39	263.72	269.05		
三阶	291.12	291.36	290.62	291.86	290.31	292.18	290.01	292.49		
四阶	353.19	353.19	353.19	353.19	353.19	353.19	353.19	353.19		

表3 不同口环支承刚度下转子的固有频率

Tab. 3 Natural frequencies of rotor for various choma bearing stiffnesses

阶数	进动方式	口环刚度/N·m <sup>-1</sup>				Hz
		1.5×10 <sup>5</sup>	1.5×10 <sup>6</sup>	1.5×10 <sup>7</sup>	1.5×10 <sup>8</sup>	
一阶	反	97.12	114.00	220.65	289.47	
	正	98.34	115.22	221.85	291.13	
二阶	反	262.18	268.24	288.64	353.19	
	正	266.12	272.10	290.31	(扭转)	
三阶	反	290.20	290.48	326.42	366.27	
	正	292.03	292.39	330.40	367.91	
四阶	扭转	353.19	353.19	353.19	567.17	

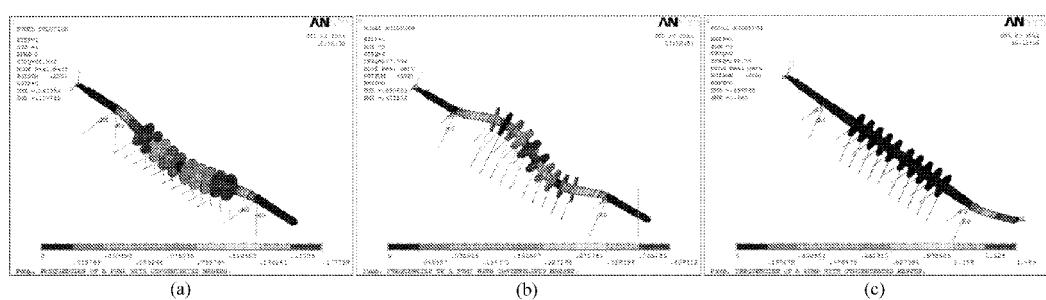


图1 干态前3阶振型图

Fig. 1 The first three order mode shapes map of dry state

(a) 一阶 (b) 二阶 (c) 三阶

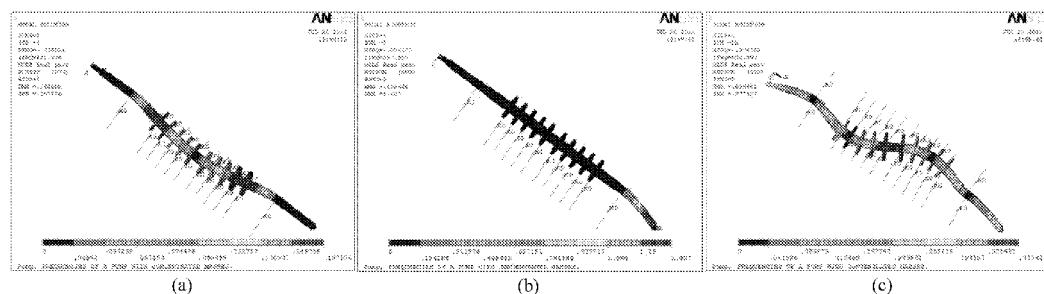


图2 湿态前3阶振型图

Fig. 2 The first three order mode shapes map of wet state

(a) 一阶 (b) 二阶 (c) 三阶

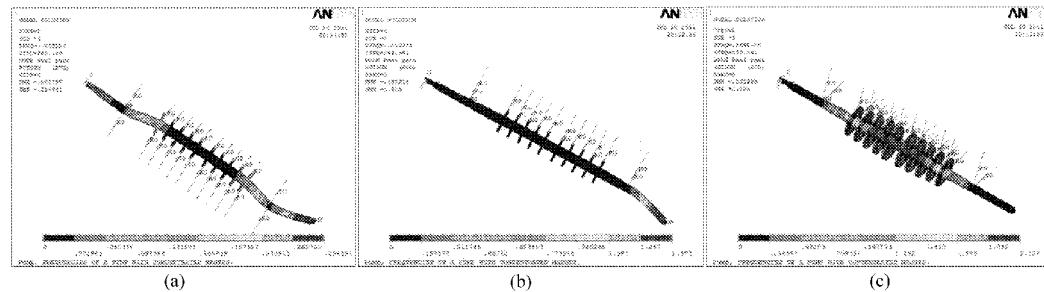


图3 湿态有轴向应力的振型图

Fig. 3 Mode shapes map of axial tensile stress in wet state

(a) 一阶 (b) 二阶 (c) 三阶

从表1~3和图1~3中可见,这台高速多级离心泵的临界转速随着支承刚度的变化而明显变化;陀螺力矩在正进动时提高临界转速,反进动时降低了临界转速;流体的软化作用使临界转速有所降低;口环支承对提高转子临界转速有较明显的作用。同时还可以看出,一阶湿态临界转速明显高于一阶干态临界转速;而考虑了轴向应力后转子的一阶固有频率在湿态的基础上又增加了21%,增加到了269.16 Hz;二、三阶以后的固有频率也均有提高。从图中还可以看出,考虑轴向应力后除扭转振型未发生变化外,其他弯曲振型都发生了变化。因此,轴向应力对转子动力特性的影响是显著的,其不仅影响固有频率的变化,而且还可使振型发生变化。存在上述现象的主要原因是,这种应力的存在可以抑制弯曲变形的发生,所以可以提高转子的临界转速,增加转子的稳定性。

## 6 结论

(1) 在对偶数级背靠背结构的高速多级离心泵转子进行临界转速分析与计算时,仅考虑流固耦合的作用不够全面,在设计计算时必须考虑轴向应力对转子系统动力特性的影响。在本算例中,考虑轴向应力的影响后,一阶固有频率提高了21%,其他固有频率也均有提高。

(2) 对高速多级离心泵转子的动力学分析表明,轴向应力对转子临界转速的影响是显著的,其不仅引起转子系统的固有频率的变化,而且还可使转子的弯曲振型发生变化;如果忽略了轴向应力对转子动力特性的影响将会产生较大的误差。

(3) 轴向应力的存在可以抑制转子弯曲振动,对提高转子的稳定性有积极的作用。

## 参 考 文 献

- Duhl R L. Dynamics of distributed parameter turborotor systems: transfer matrix and finite element techniques[D]. Ithaca N. Y.: Cornell University, 1970.
- Nelson H D, McVaugh J M. The dynamics of rotor-bearing systems using finite elements[J]. ASME Journal of Engineering for Industry, 1976, 98(2): 593~600.
- Zorzie S, Nelson H D. Finite element simulation of rotor bearing systems with internal damping[J]. ASME Journal of Engineering for Power, 1977, 99(1): 71~76.
- Hirs G G. A bulk-flow theory for turbulence in lubricant films[J]. ASME Journal of Lubrication Technology, 1973, 95(2): 137~146.

(下转第88页)

- 10 徐勇, Sidle R C. 黄土丘陵区燕沟流域土地利用变化与优化调控[J]. 地理学报, 2001, 56(6): 657~666.  
Xu Yong, Sidle R C. Land use change and its regulation of Yangou Watershed in loess hilly-gully region [J]. Acta Geographica Sinica, 2001, 56(6): 657~666. (in Chinese)
- 11 赵军. CoupModel 模拟土壤水热变化过程的研究[J]. 农业系统科学与综合研究, 2001, 17(4): 250~252.  
Zhao Jun. Application of CoupModel in the research of soil water and heat process [J]. System Sciences and Comprehensive Studies in Agriculture, 2001, 17(4): 250~252. (in Chinese)
- 12 Jansson P E. Simulating model for soil water and heat conditions [M]. Division of Agricultural Hydrotechnics, Communication 98: 2. Swedish University of Agricultural Science, Uppsala, Sweden, 1998.
- 13 Eckersten H, Jansson P E, Johnsson H. SOILN Model, Version 9.2, User's manual [M]. Division of Agricultural Hydrotechnics, Communication 98: 6. Swedish University of Agricultural Science, Uppsala, Sweden, 1998.
- 14 Christiansen J R, Elberling B, Jansson P E. Modelling water balance and nitrate leaching in temperate Norway spruce and beech forests located on the same soil type with the CoupModel [J]. Forest Ecology and Management, 2006, 237(1~3): 545~556.
- 15 Jansson P E, Moon D S. A coupled model of water, heat and mass transfer using object orientation to improve flexibility and functionality [J]. Environmental Modelling & Software, 2001, 16(1): 37~46.
- 16 Jansson P E, Karlberg L. Coupled heat and mass transfer model for soil-plant-atmosphere systems [M]. Royal Institute of Technology, Dept of Civil and Environmental Engineering, Stockholm, 2004.
- 17 Wang L, Wei S P, Horton R, et al. Effects of vegetation and slope aspect on water budget in the hill and gully region of the Loess Plateau of China [J]. CATENA, 2011, 87(1): 90~100.
- 18 马雪华. 森林水文学[M]. 北京:中国林业出版社, 1993.
- 19 Manzi A O, Planto S. Implementation of the ISBA parametrization scheme for land surface processes in a GCM—an annual cycle experiment [J]. Journal of Hydrology, 1994, 155(3~4): 37~46.
- 20 Murai H, Iwasaki I. Study on the mechanism of soil and water conservation in forestlands [R]. Report for Forestry Field, 1975, 274: 23~84.
- 21 贺庆棠. 气象学[M]. 北京:中国林业出版社, 1998.
- 22 刘普灵, 郑世清, 瑶彤军, 等. 黄土高原燕沟流域生态环境建设模式及效益研究[J]. 水土保持研究, 2005, 12(5): 88~91.  
Liu Puling, Zheng Shiqing, Ju Tongjun, et al. Ecological and environmental construction in the Yangou watershed of the Loess Plateau: models and benefits [J]. Research of Soil and Water Conservation, 2005, 12(5): 88~91. (in Chinese)
- 23 郭明春, 于澎涛, 王彦辉, 等. 林冠截持降雨模型的初步研究[J]. 应用生态学报, 2005, 16(9): 1 633~1 637.  
Guo Mingchun, Yu Pengtao, Wang Yanhui, et al. Rainfall interception model of forest canopy: a preliminary study [J]. Chinese Journal of Applied Ecology, 2005, 16(9): 1 633~1 637. (in Chinese)
- 24 王力, 卫三平, 吴发启. 黄土丘陵沟壑区土壤含水率环境及植被生长响应——以燕沟流域为例[J]. 生态学报, 2009, 29(3): 1 543~1 553.  
Wang Li, Wei Sanping, Wu Faqi. Soil water environment and vegetation growth in the hilly and gully region of the Loess Plateau: a case study of Yangou Catchment [J]. Acta Ecologica Sinica, 2009, 29(3): 1 543~1 553. (in Chinese)

(上接第 58 页)

- 5 Childs D. Finite length solutions for rotor dynamic coefficients of turbulent annular seals [J]. ASME Journal of Lubrication Technology, 1983, 105(2): 437~444.
- 6 Fritz R. The effects of an annular fluid on the vibrations of along rotor: part 1—theory [J]. ASME Journal of Basic Engineering, 1970, 92(4): 923~929.
- 7 Antunes J, Axixa F, Grunenwald T. Dynamics of rotors immersed in eccentric annular flow. part 1: theory [J]. Journal of Fluids and Structures, 1996, 10(8): 893~918.
- 8 Antunes J, Mendes J, Moreira M, et al. A theoretical model for nonlinear planar motions of rotors under fluid confinement [J]. Journal of Fluids and Structures, 1999, 13(1): 103~126.
- 9 Moreira M, Antunes J, Pina H. A theoretical model for nonlinear orbital motions of rotors under fluid confinement [J]. Journal of Fluids and Structures, 2000, 14(5): 635~668.
- 10 Moreira M, Antunes J, Pina H. An improved linear model for rotors subject to dissipative annular flows [J]. Journal of Fluids and Structures, 2003, 17(6): 813~832.
- 11 孙启国, 虞烈. 流体机械中浸液转子动力学特性的研究[J]. 动力工程, 2000, 20(5): 906~910.  
Sun Qiguo, Yu Lie. Study of dynamic characteristics for fluid machine rotor immersed in annular liquid flow [J]. Power Engineering, 2000, 20(5): 906~910. (in Chinese)
- 12 谷朝红, 姚熊亮, 陈起富. 水轮机部件流固耦合振动特性研究[J]. 大电机技术, 2001(6): 47~52.  
Gu Chaohong, Yao Xiongliang, Chen Qifu. Study on fluid-solid coupling dynamic characteristics for the component of hydraulic turbines [J]. Large Electric Machine and Hydraulic Turbine, 2001(6): 47~52. (in Chinese)