

# 挡位齿轮坯闭式精锻缺陷有限元分析与工艺优化\*

周杰 张辉 郑晓凯 曾德涛

(重庆大学材料科学与工程学院, 重庆 400044)

**摘要:** 采用刚塑性有限元法,对挡位齿轮坯闭式精锻成形缺陷进行仿真预测分析。通过对模具局部型腔在不同的拔模斜度和圆角半径条件下成形过程的正交对比模拟,跟踪描述了各种缺陷的形成过程,分析了缺陷的成因,定量给出了不产生折叠、刮料、充不满等缺陷的极限结构工艺参数范围图;针对齿轮类锻件实际生产中筋部位置度精度较低以及成形载荷过高的问题,基于分流原理设计了分流精锻成形工艺方案,通过模拟分析金属的流动规律,位置度精度控制在 0.08 mm 以内,成形载荷也降低了 20% ~ 40%,经过生产试制分析,其试验结果与数值模拟吻合较好。

**关键词:** 挡位齿轮坯 闭式精锻 有限元分析 分流 工艺优化

**中图分类号:** TG376.2 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-1298(2013)03-0251-06

## Finite Element Analysis and Process Optimization in Closed Precision-forging for Shifting Gear Blank

Zhou Jie Zhang Hui Zheng Xiaokai Zeng Detao

(School of Materials Science and Engineering, Chongqing University, Chongqing 400044, China)

**Abstract:** Based on a rigid plastic finite element method, the surface defect of closed precision-forging process for shifting gear blank can be predicted. The metal forming process with different drafting angle and fillet radius in the die key part was simulated by using the orthogonal experimental method, and the initiation of surface defect was analyzed in detail. The reasonable forging critical diagram of shifting gear blank was given, which effectively eliminates fold and unfilled. Meanwhile, in view of the problems of the high position accuracy of ribs and the high forming load in actual practice, a new scheme of divided flow precision-forging was put forward, which can greatly improve rib position degree precision and reduce load. The accuracy of position degree was less than 0.08 mm, and the reduce load was reduced by 20% ~ 40%. The new scheme was put into actual practice and the key problems of a closed precision-forging process for shifting gear were solved. The reliability of the numerical simulation was verified.

**Key words:** Shifting gear blank Closed precision-forging FEM Divided flow Process optimization

### 引言

齿轮是精度要求较高的传动零件,经过锻造、机加工、热处理等多道工序加工而成。20世纪70年代以来闭式精密模锻技术得到研制和推广,由于该技术在提高材料利用率以及锻件精度方面具有显著优势而备受关注。然而因其模具结构和生产工艺条

件的不合理,在实际生产过程中常产生折叠、刮料、充填不满等典型缺陷。模具结构方面主要是拔模斜度、圆角半径、模腔深度等;生产工艺方面主要是坯料尺寸、成形速度、摩擦及润滑条件、成形温度以及工人的技术熟练程度等。

多数企业的技术人员是以一些成熟的经验作为设计准则,但其试模周期长、成本高、耗能大,而且不

能综合考虑缺陷形成的各个因素。随着计算机模拟技术的推广应用,运用刚塑性有限元法可以在较短的时间内对金属的成形缺陷进行分析研究,并通过综合模拟不同条件下的成形情况为模具的优化设计提供理论指导和技术支持。本文采用刚塑性有限元法,对一定模具尺寸下不同的拔模斜度和不同的圆角半径进行数值模拟,分析金属的具体流动行为,并在此基础上提出分流精锻成形工艺方案。

## 1 刚塑性成形过程的有限元模拟技术

### 1.1 刚塑性有限元法的基本理论

刚塑性有限元法的基本原理:在金属塑性成形过程中,对于大多数体积成形的问题,弹性变形量相对于非弹性变形量来说很小,可以忽略不计,即视材料为刚塑性材料,并借助等效积分形式的虚功原理以及泛函变分法对变形体在塑性变形时的场变量进行求解。刚塑性材料流动需要满足以下基本方程:力平衡方程;力边界条件;几何方程;速度边界条件;体积不可压缩方程;屈服准则;本构关系。将以上7个关系方程利用变分原理进行数值求解,即对能量泛函求极值,即为问题的真实解。

$$\pi = \int_V \bar{\sigma} \dot{\varepsilon} dV - \int_{S_F} F_i u_i dS \quad (1)$$

式中  $V$ ——变形体的体积  $\bar{\sigma}$ ——等效应力

$S_F$ ——变形体的表面积

$\dot{\varepsilon}$ ——等效应变速率

$F_i$ ——在  $S_F$  上给定的表面力

$u_i$ ——在  $S_u$  上给定的速度

然而,在实际中为了求解方便,往往采用罚函数法或 Lagrange 乘子法将体积不变条件引入到泛函表达式中,得到新的函数

$$\pi = \int_V \bar{\sigma} \dot{\varepsilon} dV - \int_{S_F} F_i u_i dS + \int_V \frac{\alpha}{2} \dot{\varepsilon}_V^2 dV \quad (2)$$

式中  $\alpha$ ——罚因子

$\dot{\varepsilon}_V$ ——体积应变速率

$$\pi = \int_V \bar{\sigma} \dot{\varepsilon} dV - \int_{S_F} F_i u_i dS + \int_V \lambda \dot{\varepsilon}_{ij} \delta_{ij} dV \quad (3)$$

式中  $\lambda$ ——拉格朗日乘子  $\delta_{ij}$ ——克氏符号

$\dot{\varepsilon}_{ij}$ ——应变速率分量

最后用 Newton-Raphson 迭代法求解得到各种力学场量。

### 1.2 有限元仿真预测技术

有限元模拟塑性成形过程的实质,就是以某种类型的单元(如三角形单元、四边形单元、六面体单元等)将连续的变形体进行离散,同时将整个变形过程分为若干时间或载荷加载步,根据小应变增量

建立的概率形式方程,通过在离散的空间上计算每一加载步上各节点和单元的速度场、静水压力场、应力应变场、温度场等来分析材料成形中的波浪、扭转、折叠、充不满等缺陷。为设计和优化模具结构和工艺参数提供理论依据。

成形过程的缺陷预测主要侧重于对变形体边界节点的分析,分析边界节点的应力是否超过强度极限或拉压比是否超过应变极限。一方面,通过研究边界节点的位置变化,根据变形网格或变形体边界同模具边界的相对位置,可以直观地观察到缺陷的形状及其具体的生成部位;另一方面,还可以根据变形过程中边界节点速度场的分布及变化情况,来揭示缺陷形成的内在原因。塑性成形过程中表面缺陷的产生与否主要同变形体在模具约束下的充填行为有关,表现为变形体边界节点同模具边界的相互识别过程,它包括边界节点接触模具和接触节点脱离模具两方面。变形体边界节点接触与否可根据它与模具的相对运动及相对位置来确定,这种关系表示为

$$\begin{cases} x = x_i + (v_{ix} - v_{dx}) \Delta t \\ y = y_i + (v_{iy} - v_{dy}) \Delta t \\ F(x, y) = 0 \end{cases} \quad (4)$$

式中  $v_{ix}, v_{iy}$ ——边界节点  $i$  运动速度

$v_{dy}, v_{dx}$ ——模具运动速度

$x_i, y_i$ ——刷新前节点  $i$  的位置坐标

$x, y$ ——刷新后节点  $i$  的位置坐标

$F(x, y)$ ——模具边界的几何描述

若按逆时针方向进行,则对于模具内部和边界上的点有  $F(x, y) \geq 0$ ,因而当节点  $i$  经过某一时间加载步  $\Delta t$  后,其位置坐标  $(x, y)$  满足  $F(x, y) \geq 0$ ,表明该节点已经和模具接触或进入模具内部,应把该节点修正到模具上来,同时对它施加速度边界约束条件。

## 2 挡位齿轮坯成形缺陷的有限元分析

挡位齿轮坯是典型的圆饼类锻件,在闭式精锻实际生产中主要有折叠、充填不满、刮料等缺陷以及位置度精度较低、成形载荷过高等问题。在成形工艺满足的条件下,模具结构的各种参数如拔模斜度、圆角半径等是产生各类缺陷的主要因素。拔模斜度的大小影响着金属在型腔中的流向和速度,以及出模的难易程度;圆角半径的大小影响着型腔角隅的充填情况。每一个结构参数都可能单独造成某一缺陷,本文以图1所示的某机动车挡位齿轮坯为例,采用刚塑性有限元法,重点分析生产实践中经常出现缺陷的筋部凸台的拔模斜度和圆角半径两个因素对

其成形过程的影响。有限元模拟具体参数见表1。

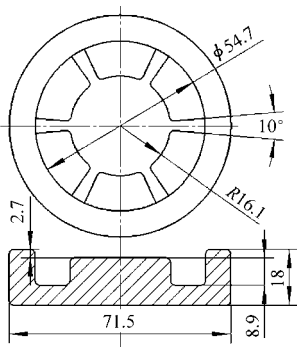


图1 挡位齿轮坯锻件结构示意图  
Fig.1 Forging drawing of shifting gear

表1 有限元模型的参数  
Tab.1 Parameters of FEM model

参数	数值
材料	AISI-4120
材料温度/℃	1 100
模具温度/℃	300
网格数量	40 000
速度/mm·s <sup>-1</sup>	60
传热系数/N·(s·mm·℃) <sup>-1</sup>	11
步距增量/mm	0.1

### 2.1 拔模斜度的影响

为了便于将成形后的锻件从型腔取出,锻模内外侧壁必须设有一定的拔模斜度。通常情况下,外模斜度取5°~7°,内模斜度取7°~10°,然而在成形较为困难的局部地方如齿轮的筋部、齿形等部位也可以设置适当的拔模斜度以获得更好的填充性能,而为了减少材料的损耗和机加工余量,则又应该尽量选用较小的拔模斜度。

#### 2.1.1 拔模斜度过大分析

较大的拔模斜度在预锻时可以使筋部储存较多的坯料,为终锻的镦粗挤压整形做准备,有利于改善筋部型腔的填充情况,然而在终锻定位时,由于筋部型腔深而窄,所以预锻件筋部下方有较多坯料不能入模。在上下模闭合过程中,这部分料中的一部分根据最小阻力定律向两边作水平运动,结果形成刮料,最后又和筋部底部压下的坯料交汇在一起,最终形成折叠(图2)。此外,侧面的刮料改变甚至切断了金属的流线,也降低了其表面的力学性能。

#### 2.1.2 拔模斜度过小分析

过小的拔模斜度虽然在终锻定位时,预锻件筋部较多的坯料能够入模,使得在终锻时,筋部坯料还来不及向径向流动便被压入下模型腔,没有折叠产生,然而由于较小的拔模斜度使预锻件筋部储存的坯料较少,所以在成形结束时,筋部的端面两侧因为缺料而未填充饱满,如图3所示,严重影响了挡位齿

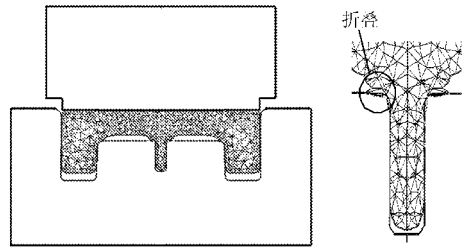


图2 筋部侧面刮料形成折叠过程图  
Fig.2 Fold forming process in rib's side face

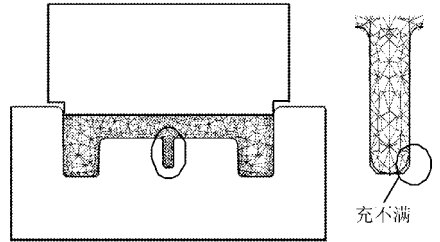


图3 筋部侧面充不满形成过程图  
Fig.3 Unfilled defect forming process in rib's side face

轮坯相邻筋部同侧的位置度精度。

### 2.2 圆角半径的影响

为了便于金属在型腔中流动,防止金属纤维在锻造过程中被切断,避免产生折叠,防止模膛压塌变形,避免应力集中而开裂,模膛的拐角部位一般都设置一定半径的圆角。较大半径的圆角部位金属流动性虽好,但会增加材料的损耗和机加工的余量;较小半径的圆角部位金属流动阻力大,容易使金属流不到该位置而形成“死区”,造成充填不满的缺陷。

#### 2.2.1 圆角半径过大分析

较大的圆角半径有利于更多的坯料流入窄而深的筋部型腔,使得预锻件筋部填充情况良好,然而由于终锻时模腔筋部凸台圆角半径较小,则使得预锻件圆角部位的金属坯料直接被模具凸台刮掉一块,进而随上模压进入锻件底部形成折叠(图4)。最终虽然终锻件筋部端面填充饱满,但筋部底部的折叠减小了锻件的有效承载面积,易成为疲劳源导致疲劳断裂。

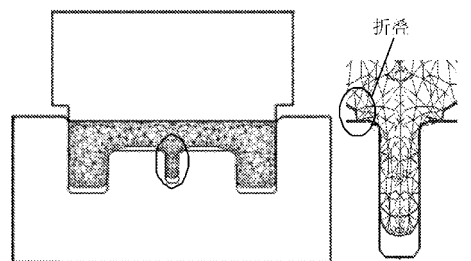


图4 筋部底部刮料形成折叠过程图  
Fig.4 Fold forming process in rib's bottom

#### 2.2.2 圆角半径过小分析

较小的圆角半径尽管终锻时不会产生折叠,然

而在预锻时,由于筋部型腔窄而深,摩擦阻力过大,成形过程中锻件的温度逐渐降低,金属的流动性也随之降低,使得在预锻件筋部端面就出现较大凹坑即未填满。最后经过终锻,凹坑仍未被压平,端面仍有较小的凹坑存在(如图 5 所示),从而导致锻件不合格。

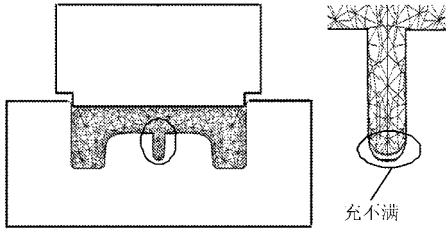


图 5 筋部齿形端面充不满形成过程图  
Fig. 5 Unfilled defect forming process in rib's end face

### 2.3 正交对比模拟实验

实际生产中企业更关心的是缺陷生成的极限工艺条件,以此来指导实际生产。因此本文在其它工艺不变的条件下,综合考虑拔模斜度  $\alpha$  和圆角半径  $R$  的影响因素,选取了拔模斜度分别为  $0^\circ$ 、 $0.5^\circ$ 、 $1.0^\circ$ 、 $1.5^\circ$ 、 $2.0^\circ$ 、 $2.5^\circ$ 、 $3.0^\circ$ ;圆角半径分别为 1.5、2.0、2.5、3.0、3.5、4.0 mm 进行正交模拟对比实验,结果如表 2 所示。以拔模斜度和圆角半径分别为轴,可以得到极限结构工艺曲线图(图 6),A 为未填满;B 为折叠;C 为未填满且有折叠;D 为无缺陷。参照该图中 D 区域的工艺范围,选取合适的工艺参数可以有效地减少和防止缺陷的产生。

表 2 挡位齿轮坯封闭式精锻缺陷模拟结果  
Tab. 2 Simulation result of defect of closed precision-forging for shifting gear

R/mm	$\alpha/(^\circ)$						
	0	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0
1.5	A	A	A	A	A	A	A
2.0	A	A	A	A	A	C	C
2.5	A	A	A	D	D	B	B
3.0	A	A	D	D	B	B	B
3.5	A	D	D	B	B	B	B
4.0	A	B	B	B	B	B	B

### 3 分流精锻成形方案及数值模拟分析

针对目前挡位齿轮坯封闭式精锻中位置精度较低以及成形载荷过高的问题,在上述模具结构工艺参数优化的基础上,借鉴其它齿轮生产实践中的成功经验,利用分流原理提出分流精锻成形工艺方案,设计了预锻阶梯式分流上模和筋部凹槽分流下模(图 7),用以改善筋部齿形端面的成形效果和心部

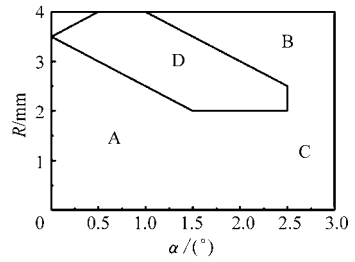


图 6 挡位齿轮坯精锻成形极限结构工艺参数曲线  
Fig. 6 Critical diagram of shifting gear forging process

坯料的走向,达到提高位置度精度,降低成形载荷的目的。

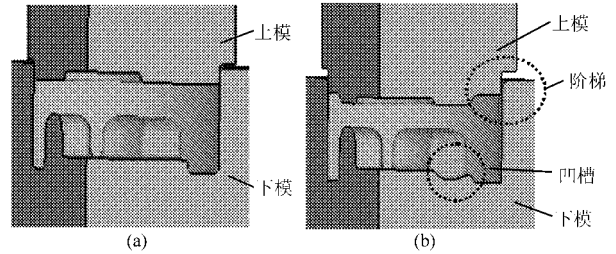


图 7 原始和分流工艺方案模具结构对比图  
Fig. 7 Comparison of die structure from original and divided process schemes  
(a) 原始方案 (b) 分流方案

通过在分流方案中对筋部型腔底部设置分流凹槽,使得成形后期坯料仍有空间分流,从而增大了工件的自由表面积,控制了相对面积缩减率的增大。只要筋部的充填能超过标准筋部线,超过部分的坯料可以在后期通过终锻挤压整形得到消除,从而保证了筋部端面平整即充填饱满,提高其位置度精度。为了优化成形载荷,本文主要是从两个方面考虑:一是填充顺序,原方案的填充顺序是心部早于外缘,结果导致成形后期心部过多的坯料无法外流而使载荷急剧增加。通过在分流方案中设置阶梯式分流槽,使得心部和外缘型腔能够同时填充,以达到减小终锻时因心部坯料外流而产生的巨大载荷。二是心部多余的坯料,通过在预、终锻上模设置圆形分流槽,在成形后期,相对于原方案可以多储存一部分坯料,从而也减少了心部坯料的外流,最终达到降低成形载荷的目的。

考虑到零件的对称性和为了节约计算时间,取 1/4 模型作为研究对象,通过数值模拟分析,分流方案中,预锻前期材料的变形行为较原始方案变化不大,但在成形后期,通过对两种方案下筋部齿形端面位置点(P1,P2,P3)的等效应力的跟踪分析(图 8)可以看出:分流方案由于有了筋部凹槽的分流作用,等效应力较原始方案减小了约 25%,筋部区域的金属变形难度相应减小,有利于筋部的成形。

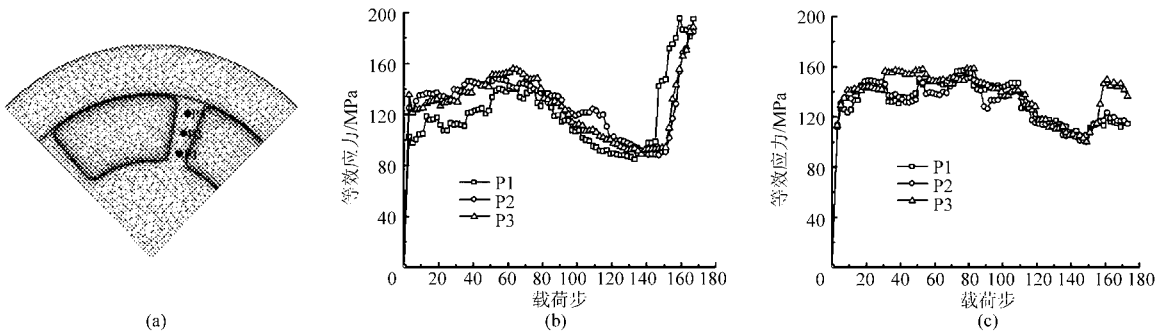


图 8 两种工艺方案下的等效应力

Fig. 8 Effective stress under two schemes

(a) 筋部位置跟踪点 (b) 原始方案 (c) 分流方案

如图 9b 所示,尽管筋部没有填满但已经超过筋部标准线且最深达到 1.5 mm,为终锻的镦粗挤压整形准备了足够的坯料。而原始方案中由于筋部金属等效应力较大,变形困难,最终形成筋部凹坑,最大深度达 0.9 mm(图 9a)。

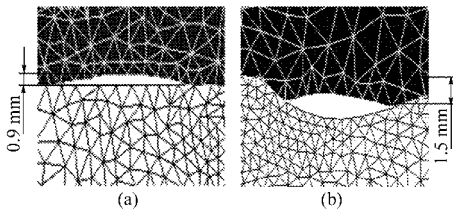


图 9 两种方案下的筋部填充情况对比图

Fig. 9 Comparison of rib filling situation from two schemes

(a) 原始方案 (b) 分流方案

图 10 为两种方案下预、终锻成形载荷图,其中分流方案预锻最大的成形载荷为 135.6 kN。较原始方案预锻最大载荷 240.4 kN 降低了约 40%,且成形后期载荷上升较为平缓,有利于模具寿命的提高。终锻最大的成形载荷为 170.4 kN,较原始方案终锻也降低了约 20%。

通过深入分析,原因主要有两方面:一是由于预、终锻上模圆形分流槽的储料作用,减轻了心部坯料的外流;二是阶梯式上模对填充顺序的影响,使心部和外缘的型腔填充趋于同步。

#### 4 生产验证

在金属成形规律研究的基础上,根据极限结构工艺参数曲线图合理设定工艺结构参数,采用分流精锻成形方案进行生产试制。考虑到实际生产中加工模具的难易程度,本文选取标准刀具,拔模斜度为 1.3°,圆角半径为 3 mm。其工艺流程为:高速带锯机精密下料—中频感应加热装置的少无氧化加热—  
在 300 t 摩擦压力机上预锻成形—在 400 t 摩擦压力机上终锻—热处理—冷精整。如图 11 所示的挡位齿轮坯实际生产锻件,筋部齿形成形饱满,端面平整,无折叠缺陷。经检测,相邻筋部同侧的位置度精

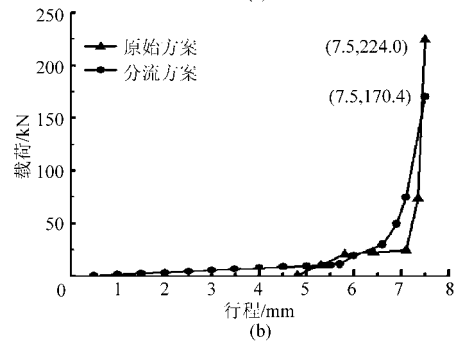
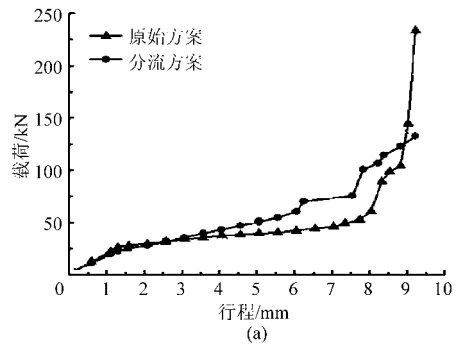


图 10 原始和分流工艺方案预、终锻成形载荷曲线

Fig. 10 Pre-forging and final forging load-time curves under two schemes

(a) 预锻 (b) 终锻

度控制在 0.08 mm 以内,材料利用率达到 67.6%,完全符合设计的各项指标要求。

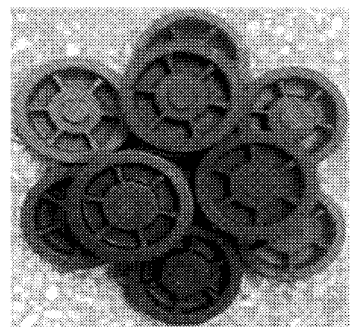


图 11 挡位齿轮坯实际生产的锻件

Fig. 11 Forging parts of shifting gear in practice

#### 5 结论

(1) 利用有限元法深入研究了模具结构参数:

局部拔模斜度、圆角半径对挡位齿轮坯闭式精锻成形缺陷的影响,揭示了其成因,确定了其极限结构工艺参数范围图,选取 D 区范围内的模锻工艺参数,对实际生产具有重要的指导意义。

(2) 基于分流原理设计了分流精锻成形工艺方案,通过数值模拟与生产验证相结合的方法研究该工艺的可行性,结果表明其位置度精度得到了显著提高,成形载荷也明显降低。

#### 参 考 文 献

- 1 Song J H, Im Y T. Process design for closed-die forging of bevel gear by finite element analyses [J]. *Journal of Materials Processing Technology*, 2007, 192 ~ 193: 1 ~ 7.
- 2 寇淑清,杨慎华,赵勇. 直齿圆柱齿轮冷精锻成型过程数值模拟分析 [J]. *农业机械学报*, 2001, 32(1): 96 ~ 98.  
Kou Shuqing, Yang Shenhua, Zhao Yong. A numerical simulation of cold precision forging process for spur gears [J]. *Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery*, 2001, 32(1): 96 ~ 98. (in Chinese)
- 3 Santos C A, Aguilar M T P, Campos H B. Failure analysis of the die in the third hot forging stage of a gear blank [J]. *Engineering Failure Analysis*, 2006, 13(6): 886 ~ 897.
- 4 王广春,赵国群,夏世升. 直齿轮精锻成形新工艺及试验研究 [J]. *机械工程学报*, 2005, 41(2): 123 ~ 126.  
Wang Guangchun, Zhao Guoqun, Xia Shisheng. New precision forging process and experimental study on spur gears [J]. *Chinese Journal of Mechanical Engineering*, 2005, 41(2): 123 ~ 126. (in Chinese)
- 5 Akata E, Altinbalik M T, Can Y. Three point load application in single tooth bending fatigue test for evaluation of gear blank manufacturing methods [J]. *International Journal of Fatigue*, 2004, 26(7): 785 ~ 786.
- 6 Tahir Altinbalik H, Erol Akata, Yilmaz Can. An approach for calculation of press loads in closed-die upsetting of gear blanks of gear pumps [J]. *Materials and Design*, 2007, 28(2): 730 ~ 734.
- 7 彭颖红,周飞,阮雪榆. 齿轮坯模锻成形表面缺陷分析 [J]. *上海交通大学学报*, 1998, 32(5): 1 ~ 5.  
Peng Yinghong, Zhou Fei, Ruan Xueyu. Defect analysis in a semi-finished gear forging process by finite element method [J]. *Journal of Shanghai Jiaotong University*, 1998, 32(5): 1 ~ 5. (in Chinese)
- 8 刘全坤,胡成亮,王强. 齿轮闭式锻造新工艺方案的数值模拟研究 [J]. *合肥工业大学学报*, 2005, 28(9): 1 035 ~ 1 038.  
Liu Quankun, Hu Chengliang, Wang Qiang. Numerical simulation research on a new technological schms for closed-die forging spur gear [J]. *Journal of Hefei University of Technology*, 2005, 28(9): 1 035 ~ 1 038. (in Chinese)
- 9 罗善明,房媛. 弧齿锥齿轮精锻成形工艺的数值模拟 [J]. *中国机械工程*, 2009, 20(4): 485 ~ 487.  
Luo Shanming, Fang Yuan. Numerical simulation on precision forging of spiral bevel gear [J]. *China Mechanical Engineering*, 2009, 20(4): 485 ~ 487. (in Chinese)
- 10 刘建生,陈慧琴. 金属塑性加工有限元模拟技术与应用 [M]. 北京:冶金工业出版社, 2003: 28 ~ 95.

(上接第 218 页)

- 6 熊馨,赵建军. 基于图像形态学的棉花异纤识别算法 [J]. *机械科学与技术*, 2009, 28(1): 121 ~ 123.  
Xiong Xin, Zhao Jianjun. An algorithm for recognition of cotton foreign fiber based on image morphology [J]. *Mechanical Science and Technology for Aerospace Engineering*, 2009, 28(1): 121 ~ 123. (in Chinese)
- 7 Church J S, O'Neill J A, Woodhead A L. Detection of fibrillated polymeric contaminants in wool and cotton yarns [J]. *Applied Spectroscopy*, 1998, 56(8): 1 039 ~ 1 046.
- 8 Hogan H. Spectroscopy focus: tracking cotton trash via fluorescence [J]. *Photonics Spectra*, 2007, 41(8): 98 ~ 99.
- 9 Zhou Fei, Ding Tianhuai. Detection of cotton lint trash within the ultraviolet-visible spectral range [J]. *Applied Spectroscopy*, 2010, 64(8): 936 ~ 941.
- 10 郭俊先,应义斌,成芳,等. 皮棉表面多类异性纤维的高光谱图像检测 [J]. *农业工程学报*, 2010, 26(10): 355 ~ 360.  
Guo Junxian, Ying Yibin, Cheng Fang, et al. Detection of foreign materials on the surface of ginned cotton by hyper-spectral imaging [J]. *Transactions of the Chinese Society of Agricultural Engineering*, 2010, 26(10): 355 ~ 360. (in Chinese)
- 11 杨文柱,李道亮,魏新华,等. 基于光谱分析的棉花异性纤维最佳波段选择方法 [J]. *农业工程学报*, 2009, 25(10): 186 ~ 192.  
Yang Wenzhu, Li Daoliang, Wei Xinhua, et al. Selection of optimal band for detecting foreign fibers in lint cotton using spectroscopic analysis [J]. *Transactions of the Chinese Society of Agricultural Engineering*, 2009, 25(10): 186 ~ 192. (in Chinese)
- 12 华才健,苏真伟,乔丽,等. 基于线激光的棉花中白色异性纤维检测 [J]. *农业机械学报*, 2012, 43(2): 204 ~ 208.  
Hua Caijian, Su Zhenwei, Qiao Li, et al. White foreign fibers detection in cotton using line laser [J]. *Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery*, 2012, 43(2): 204 ~ 208. (in Chinese)
- 13 阿里漫. 棉纤维微观结构及与纤维性能的关系 [J]. *中国纤检*, 2010(13): 80 ~ 82.
- 14 赵林,姚穆. 纤维反光和透光性质的研究 [J]. *西北纺织工学院学报*, 2001, 15(2): 207 ~ 212.  
Zhao Lin, Yao Mu. A study of light reflectivity and transmission properties of single fiber [J]. *Journal of Northwest Institute of Textile Science and Technology*, 2001, 15(2): 207 ~ 212. (in Chinese)