

# 基于承载接触分析的双重功率分流机构均载特性\*

董 皓 方宗德 王宝宾 杜进辅

(西北工业大学机电学院, 西安 710072)

**摘要:** 建立了双重功率分流系统弹性支承下的力学模型。运用轮齿几何接触分析(TCA)和承载接触分析(LTCA)方法对齿轮副实际啮合过程进行仿真,拟合了齿轮副的时变啮合刚度,提高了计算精确度。根据系统构成功率流闭环的特点推导出系统的变形协调条件,并结合力矩平衡方程和弹性支承条件计算各齿轮副传递的扭矩,得到系统的均载系数。讨论了各种误差对系统功率分流的影响,为双重功率分流传动系统的设计提供了参考。

**关键词:** 双重功率分流 变形协调 轮齿承载接触分析 均载

**中图分类号:** TH132.4 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-1298(2013)02-0248-07

## Load Sharing Characteristics Analysis of Dual Power-split Gear Train Based on Loaded Tooth Contact Analysis

Dong Hao Fang Zongde Wang Baobin Du Jinfu

(School of Mechanical Engineering, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

**Abstract:** In order to research load sharing characteristics of the dual power-split gear train, the mechanical structure model was established. With the method of the tooth contact analysis and loaded tooth contact analysis, the actual meshing process of gear pair was simulated and the time-varying mesh stiffness was obtained, which can enhance the precision of the computation. According to the closed-loop characteristic of the power flow of the system, the reverse angle deformation coordination conditions were deduced, which were combined with the mechanical equilibrium equations and elastic support conditions to calculate the transfer torque and load sharing coefficient of system. The influences of errors on the power split characteristics were analyzed. It provided an important role in the reference for the design of the dual power-split transmission system.

**Key words:** Dual power-split Deformation coordination Loaded tooth contact analysis Load sharing

### 引言

双重功率分流传动系统采用功率分支技术,可实现四路功率的分流,结构紧凑,在很小的体积质量下满足高速重载的工况要求。国内外对功率分流传动系统作了大量研究<sup>[1-10]</sup>。但是,以往对传动系统的研究大多采用齿轮副等效平均啮合刚度,并不能准确反映真实的啮合过程,并且,以往研究大多仅考虑构件之间的力学平衡关系,而忽略了整个系统实际构成功率流动的闭环特征,这种功率流闭环中构

件各类误差会相互叠加或者抵消,所以考虑功率流闭环中的这种联系,能够更好地反映整个系统的均载特性。本文基于轮齿几何接触分析(Tooth contact analysis, TCA)和轮齿承载接触分析(Loaded tooth contact analysis, LTCA)将齿轮副整个啮合过程离散为有限的啮合点,对每个啮合位置进行静力学特性分析,得到其力学特性,利用该轮系力学闭环的特征,建立双重功率分支机构的力学结构模型,推导出系统各构件变形协调条件,并结合力矩平衡方程和弹性支承条件进行求解,得到系统的均载系数。

提出一种分析双重功率分支机构均载特性的算法。

### 1 系统静力学模型

图1是双重功率分支系统的结构示意图。双重功率分支又称为功率四分支,其特点是输入功率在两级减速齿轮传动装置中的第I级小齿轮采用功率两分支,第II级各小齿轮再采用两分支,实现双重功率分支,功率最终由第II级分支中间齿轮汇流到II级大齿轮输出。

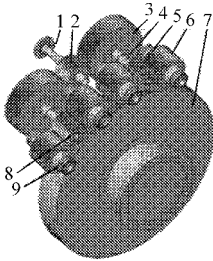


图1 双重功率分流传动系统简图

Fig.1 Dual power-split transmission system

- 1. 输入轴 2. I级小齿轮 3. I级大齿轮 4. 扭力轴 5. II级小齿轮
- 6. II级分支中间齿轮 7. II级大齿轮 8. 花键 9. 轴承

双重功率分支系统可进一步提高传动装置功率密度比,有效解决传动装置大扭矩、大功率、大速比的要求。图2为系统的力学结构模型,系统输入扭矩为 $T_1$ ,输出扭矩为 $T_{10}$ 。规定驱动力矩为正,负载力矩为负,再根据作用力和反作用力平衡条件,齿轮副啮合传递扭矩可表示为 $T_{ij} = -i_{ij}T_{ji}$  ( $i = 1, 2, \dots, 10; j = 1, 2, \dots, 10$ ),其中 $i_{ij} = r_{bj}/r_{bi}$ , $r_{bi}$ 和 $r_{bj}$ 为各齿轮的基圆半径。 $K_{ij}$ 为各齿轮副的平均啮合刚度, $p_u$ 和 $g_v$  ( $u = 1, 4, 5; v = 2, 3, 6, 7, \dots, 10$ )为各齿轮的代号。

系统力矩平衡条件为

$$\begin{cases} T_1(k) + T_{12}(k) + T_{13}(k) = 0 \\ T_{12}(k)i_{12} + T_{46}(k) + T_{47}(k) = 0 \\ T_{13}(k)i_{13} + T_{58}(k) + T_{59}(k) = 0 \\ T_{610}(k) + T_{46}(k)i_{46} = 0 \\ T_{710}(k) + T_{47}(k)i_{47} = 0 \\ T_{710}(k) + T_{58}(k)i_{58} = 0 \\ T_{810}(k) + T_{59}(k)i_{59} = 0 \end{cases} \quad (1)$$

式中  $T_{ij}(k)$ ——齿轮 $j$ 对齿轮 $i$ 在一个啮合周期中第 $k$ 个啮合位置的扭矩, $k = 1, 2, 3, 4, 5$

### 2 变形协调条件

各齿轮副啮合转角之间满足

$$\Delta\varphi_{ij}(T_{ij}(k)) = \Delta\varphi_i(T_{ij}(k)) - (r_{bj}/r_{bi})\Delta\varphi_j(T_{ij}(k)) \quad (2)$$

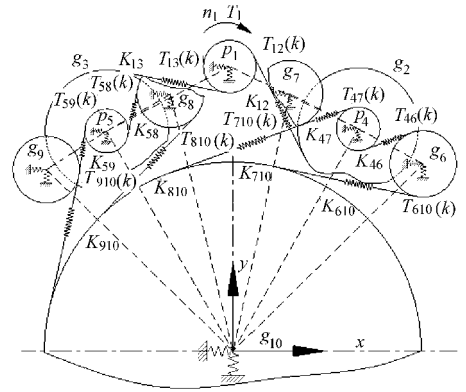


图2 双重功率分流传动系统的力学结构模型

Fig.2 Mechanical model of system

式中  $\Delta\varphi_i, \Delta\varphi_j$ ——齿轮 $i$ 和齿轮 $j$ 的转角  
 $\Delta\varphi_{ij}(T_{ij}(k))$ ——齿轮 $i$ 在扭矩作用下相对于齿轮 $j$ 的角变形,即承载传动误差,是 $T_{ij}(k)$ 的函数

如图3所示,齿轮副之间的啮合看作是弹簧作用,根据系统本身的结构特点,系统功率流动可以分为4个通道,例如通道1包含齿轮1、2,轴2、4,齿轮4、6、10,依次建立各通道模型。将4个通道中各齿轮的相对啮合点的转角等效成I级小齿轮1的相对转角 $\varphi_1^{(k)}$  ( $k = 1, 2, 3, 4$ ),则有

$$\Delta\varphi_1^{(1)}(k) = \Delta\varphi_{12}(T_{12}(k)) + i_{12}\Delta\varphi_{24}(T_{24}(k)) + i_{12}\Delta\varphi_{46}(T_{46}(k)) + i_{12}i_{46}\Delta\varphi_{610}(T_{610}(k)) = \Delta\varphi_1(k) - i_{12}i_{46}i_{610}\Delta\varphi_{10}(k) \quad (3)$$

$$\Delta\varphi_1^{(2)}(k) = \Delta\varphi_{12}(T_{12}(k)) + i_{12}\Delta\varphi_{24}(T_{24}(k)) + i_{12}\Delta\varphi_{47}(T_{47}(k)) + i_{12}i_{47}\Delta\varphi_{710}(T_{710}(k)) = \Delta\varphi_1(k) - i_{12}i_{47}i_{710}\Delta\varphi_{10}(k) \quad (4)$$

$$\Delta\varphi_1^{(3)}(k) = \Delta\varphi_{13}(T_{13}(k)) + i_{13}\Delta\varphi_{35}(T_{35}(k)) + i_{13}\Delta\varphi_{58}(T_{58}(k)) + i_{13}i_{58}\Delta\varphi_{810}(T_{810}(k)) = \Delta\varphi_1(k) - i_{13}i_{58}i_{810}\Delta\varphi_{10}(k) \quad (5)$$

$$\Delta\varphi_1^{(4)}(k) = \Delta\varphi_{13}(T_{13}(k)) + i_{13}\Delta\varphi_{35}(T_{35}(k)) + i_{13}\Delta\varphi_{59}(T_{59}(k)) + i_{13}i_{59}\Delta\varphi_{910}(T_{910}(k)) = \Delta\varphi_1(k) - i_{13}i_{59}i_{910}\Delta\varphi_{10}(k) \quad (6)$$

其中  $i_{12} = i_{13}$   $i_{46} = i_{47} = i_{58} = i_{59}$   
 $i_{610} = i_{710} = i_{810} = i_{910}$

因此有, $\Delta\varphi_1^{(1)}(k) = \Delta\varphi_1^{(2)}(k) = \Delta\varphi_1^{(3)}(k) = \Delta\varphi_1^{(4)}(k)$ ,取 $\Delta\varphi_1^{(1)}(k) = \Delta\varphi_1^{(2)}(k)$ 、 $\Delta\varphi_1^{(2)}(k) = \Delta\varphi_1^{(3)}(k)$ 、 $\Delta\varphi_1^{(3)}(k) = \Delta\varphi_1^{(4)}(k)$ ,得到变形协调条件为

$$\Delta\varphi_{46}(T_{46}(k)) + i_{46}\Delta\varphi_{610}(T_{610}(k)) = \Delta\varphi_{47}(T_{47}(k)) + i_{47}\Delta\varphi_{710}(T_{710}(k)) \quad (7)$$

$$\Delta\varphi_{12}(T_{12}(k)) + i_{12}\Delta\varphi_{24}(T_{24}(k)) + i_{12}\Delta\varphi_{47}(T_{47}(k)) + i_{12}i_{47}\Delta\varphi_{710}(T_{710}(k)) = \Delta\varphi_{13}(T_{13}(k)) + i_{13}\Delta\varphi_{35}(T_{35}(k)) + i_{13}\Delta\varphi_{58}(T_{58}(k)) + i_{13}i_{58}\Delta\varphi_{810}(T_{810}(k)) \quad (8)$$

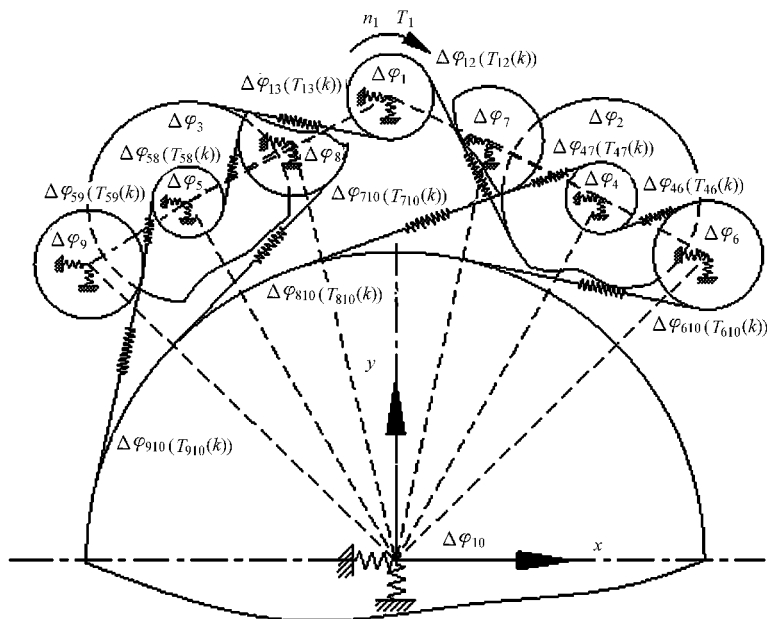


图3 双重功率分流传动系统各齿轮转角对应关系

Fig. 3 Corresponding relationships between gear rotary angles in dual power-split gear train system

$$\Delta\varphi_{58}(T_{58}(k)) + i_{58}\Delta\varphi_{810}(T_{810}(k)) = \Delta\varphi_{59}(T_{59}(k)) + i_{59}\Delta\varphi_{910}(T_{910}(k)) \quad (9)$$

把制造和安装误差对齿轮副啮合的影响体现在啮合线方向上的位移变化用简谐函数形式表示,有

$$\Delta S_{ij} = [x_i + \Delta A_{xi} - (x_j + \Delta A_{xj})] \cos A_{ij} + [y_i + \Delta A_{yi} - (y_j + \Delta A_{yj})] \sin A_{ij} \quad (10)$$

式中  $\Delta A_{xi}$ 、 $\Delta A_{xj}$ ——齿轮  $i$ 、 $j$  的  $x$  向误差幅值  
 $\Delta A_{yi}$ 、 $\Delta A_{yj}$ ——齿轮  $i$ 、 $j$  的  $y$  向误差幅值  
 $A_{ij}$ ——各齿轮副啮合线与  $x$  轴正向夹角  
 各齿轮副的啮合扭转角关系为

$$\Delta\varphi_{ij}(T_{ij}(k)) = (T_{ij}(k)/K_{ij} - \Delta S_{ij})/r_i \quad (11)$$

式中  $K_{ij}$ ——各齿轮副的时变啮合刚度

弹性扭力轴的扭转角关系为

$$\begin{cases} \Delta\varphi_{24}(T_{24}(k)) = \Delta\varphi_2 - \Delta\varphi_4 = T_{24}(k)/K_{24} \\ \Delta\varphi_{35}(T_{35}(k)) = \Delta\varphi_3 - \Delta\varphi_5 = T_{35}(k)/K_{35} \end{cases} \quad (12)$$

式中  $K_{24}$ 、 $K_{35}$ ——扭力轴扭转刚度

考虑弹性支承条件,可以表示为

$$\begin{cases} \sum T_{ij}(k) \cos A_{ij} - K_{xi} x_i = 0 \\ \sum T_{ij}(k) \sin A_{ij} - K_{yi} y_i = 0 \end{cases} \quad (13)$$

式中  $K_{xi}$ 、 $K_{yi}$ —— $x$ 、 $y$  向的等效支承刚度

$x_i$ 、 $y_i$ —— $x$ 、 $y$  向的轴心横向弯曲变形量

式(11)代入式(7)、(8)和(9)中,可以得到误差影响下的变形协调条件,将其与弹性支承条件和力矩平衡条件联立,即可求得各齿轮副的传递扭矩  $T_{ij}$ ,进而求得各级齿轮的均载系数。

### 3 基于 LTCA 的时变啮合刚度

啮合刚度是周期性变化的,参照文献[11]的理

论计算和文献[12]的实验研究,提出了较精确的齿轮副啮合刚度模型。轮齿在外载荷作用下啮合时,角变形主要由几何传动误差、弯曲变形和接触变形导致<sup>[13]</sup>。几何传动误差由齿面设计和加工形成,与载荷大小无关,可以表示为  $\delta_1(T) = a$ 。当齿轮副材料、几何参数及啮合位置一定时,弯曲变形和接触变形由载荷决定,美国格里森公司的计算方法<sup>[14]</sup>认为弯曲变形与载荷呈线性关系,有  $\delta_2(T) = bT$ ,接触变形与载荷的关系为  $\delta_3(T) = cT^{2/3}$ 。 $\delta_1$ 、 $\delta_2$  和  $\delta_3$  为由几何传动误差、弯曲变形和接触变形导致的角变形。这3组引起的扭转角变形和扭矩  $T_{ij}(k)$  的函数式为

$$\Delta\phi_{ij}(T_{ij}(k)) = a + bT_{ij}(k) + cT_{ij}(k)^{2/3} \quad (14)$$

式中  $a$ 、 $b$ 、 $c$ ——常数

忽略轮齿齿面摩擦,假设两对齿(I和II)同时接触<sup>[11]</sup>,在载荷  $p$  作用下,轮齿发生弹性变形。轮齿接触变形后位移协调方程为

$$F_k p_{jk} + w_k = Z + d_{jk} \quad (k = \text{I}, \text{II}) \quad (15)$$

其中  $\sum_{j=1}^n p_{j\text{I}} + \sum_{j=1}^n p_{j\text{II}} = p$  (16)

$$p_{jk} = [p_1 \ p_2 \ \dots \ p_n]^T \quad d_{jk} = [d_1 \ d_2 \ \dots \ d_n]^T$$

$$Z = [1 \ 1 \ \dots \ 1]^T$$

$$w_k = \delta_k + b_j \quad \delta_k = \delta [1 \ 1 \ \dots \ 1]^T$$

式中  $p_{jk}$ ——齿对  $k$  的瞬时接触椭圆长轴离散点  $j$  处的法向载荷

$d_{jk}$ ——齿对  $k$  的瞬时接触椭圆长轴离散点  $j$  处变形后的齿面间隙

$Z$ ——轮齿的法向位移

$F_k$ ——齿对  $k$  的法向柔度矩阵

$w_k$ ——齿面初始间隙

$b_j$ ——齿对  $k$  的齿面法向间隙

若  $p_{jk} > 0$ , 则  $d_{jk} = 0$ ; 若  $p_{jk} = 0$ , 则  $d_{jk} > 0$  ( $j = 1, 2, \dots, n$ )。

对一个啮合周期中所有啮合位置上顺序进行有限元和 LTCA 计算, 可得到  $Z$ 、 $p$  和  $d$ 。其中  $Z$  为当前接触位置载荷  $p$  作用下的齿轮变形后的法向线位移传动误差, 将其变换为角位移误差  $\Delta\varphi_{ij}$ , 假定各齿轮副所承受扭矩为  $0.1T_1$ 、 $0.5T_1$  和  $0.9T_1$ , 由 LTCA 的结果可得到各齿轮副某一啮合位置  $k$  下不同载荷作用下对应的多组承载传动误差 (扭转角变形)  $\Delta\varphi_{ij}(0.1T(k))$ 、 $\Delta\varphi_{ij}(0.5T(k))$  和  $\Delta\varphi_{ij}(0.9T(k))$ , 将其分别代入式 (14), 确定系数  $a$ 、 $b$  和  $c$ , 则可以推导出承载传动误差与名义载荷的函数关系式, 再拟合出一个啮合周期中各啮合位置下承载传动误差随扭矩  $T_{ij}(k)$  变化的函数关系式, 最后得到各对齿轮副时变啮合刚度, 可表示为

$$K_{ij}(k) = \frac{T_{ij}(k)}{r_i \cos\alpha_n \Delta\phi_{ij}(T_{ij}(k))} \quad (17)$$

该刚度能更加直接地反映出齿轮在各啮合位置的啮合特性。对于误差 (轴交角误差等) 的影响, 可以将由此引起的齿轮空间位置的变化代入到与齿轮固联的坐标系的转换矩阵中, 重新计算 TCA 与 LTCA, 最后得到误差位置下齿轮的啮合状况。假设轮齿的几何特性和力学特性都按此重复, 则齿间间隙、齿面间隙和柔度矩阵系数的计算都只需在一对齿上进行, 再建立多对齿啮合的 LTCA 模型。

无轴交角误差时如图 4a 所示,  $A_0$ 、 $B_0$ 、 $C$  和  $D$  分别表示轴  $A_0B_0$  和轴  $CD$  的 4 个轴承点支承位置, 如果存在轴交角误差, 位置关系如图 4b 所示,  $A_0B_0$  到了一个新的位置  $AB$ ,  $XA_0Y$  表示为平面内  $S$ ,  $YA_0Z$  表示为垂面内  $V$ , 误差角分别用夹角  $\theta$  和夹角  $\phi$  表示, 图 4c 中平面内的误差为  $E_c$ , 垂面内的误差为  $E_l$ , 现主要考虑平面内的误差  $E_c$  时对均载特性的影响。

就第 4 小节算例中给出的系统载荷和齿轮参数, 建立第 I 级齿轮副 12 的时变啮合刚度, 同理可以建立其他多对齿轮副的时变啮合刚度。并给出齿轮副 12 中齿轮 1 的齿向修形前后有无  $E_c$  误差时的齿面载荷分布, 如图 5 所示。

比较图 5a 和图 5b, 齿向修形前有轴交角误差时, 载荷向齿宽一端集中, 造成应力集中; 齿向修形后如图 5c 和图 5d 所示, 齿面载荷均向齿宽中间方

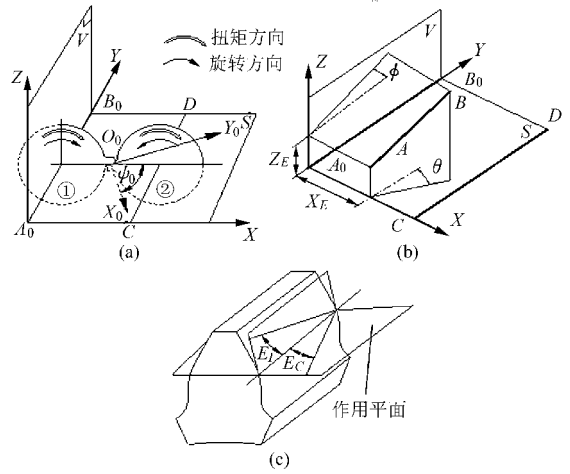


图 4 轴交角误差示意图

Fig. 4 Diagrams of misalignment

(a) 无轴交角安装误差 (b) 有轴交角安装误差  
(c) 不同平面内误差示意

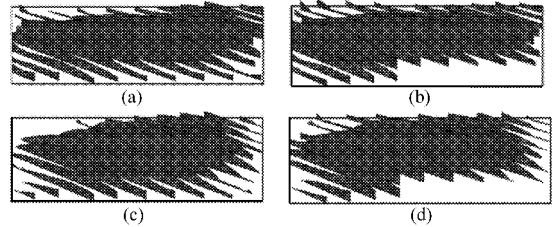


图 5 修形前后有无轴交角误差载荷分布

Fig. 5 Load distribution diagrams with or without misalignment when before and after axial relief

(a)  $E_c = 0^\circ$  (未修形) (b)  $E_c \neq 0^\circ$  (未修形)  
(c)  $E_c = 0^\circ$  (修形后) (d)  $E_c \neq 0^\circ$  (修形后)

向集中, 轴交角误差的影响降低。

$E_c = 0^\circ$  和  $E_c = 3^\circ$  时的载荷作用下每 5 个啮合位置共 4 个啮合周期的承载传动误差和时变啮合刚度, 如图 6 所示。  $E_c = 0^\circ$  时刚度平均值为  $1.79 \times 10^6$  N/mm, 波动范围为  $(1.63 \sim 1.95) \times 10^6$  N/mm,  $E_c = 3^\circ$  时刚度平均值为  $1.38 \times 10^6$  N/mm, 波动范围为  $(1.27 \sim 1.43) \times 10^6$  N/mm, 轴交角误差导致时变啮合刚度曲线发生变化。

对齿轮 1 进行齿向修形 0.015 mm, 修形后的刚度结果如图 7 所示。

齿向修形后,  $E_c = 0^\circ$  时刚度波动为图 6a 的 71.88%,  $E_c = 3^\circ$  时刚度波动为图 6b 的 93.75%, 修形后刚度波动均在  $1.5 \times 10^5$  N/mm 附近, 修形后刚度平均值和波动范围均减小, 进而减小刚度波动引起的不均载。

图 8 为  $E_c = E_l = 3^\circ$  下的刚度曲线。可以看出  $E_c$  比  $E_l$  对啮合刚度的影响大, 本文主要考虑平面内的误差  $E_c$  对系统均载特性的影响。

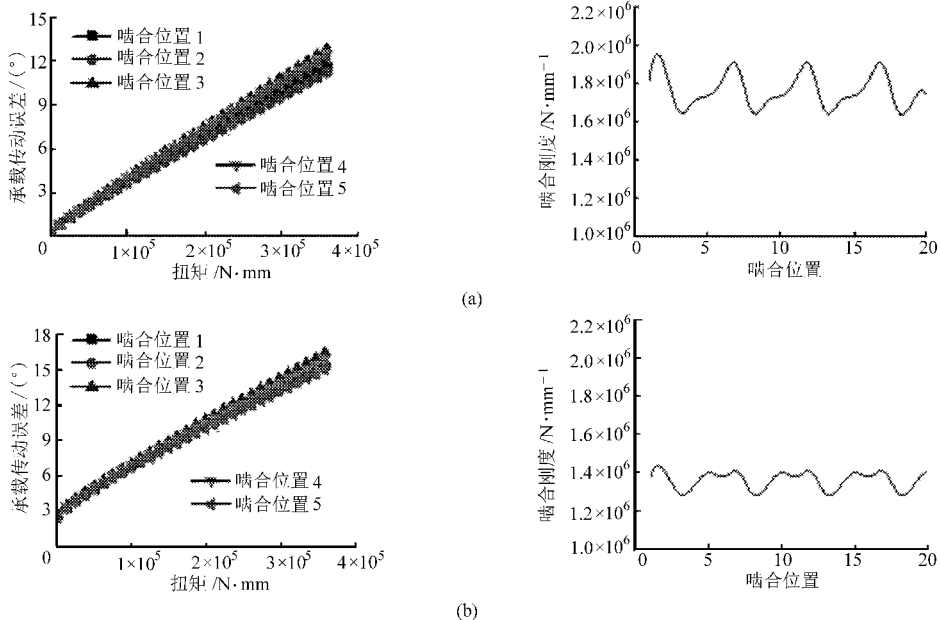


图6 有无轴交角误差时承载传动误差和刚度曲线

Fig. 6 Curves of loaded transmission errors and stiffness with or without misalignment

(a)  $E_C = 0^\circ$  (b)  $E_C = 3^\circ$

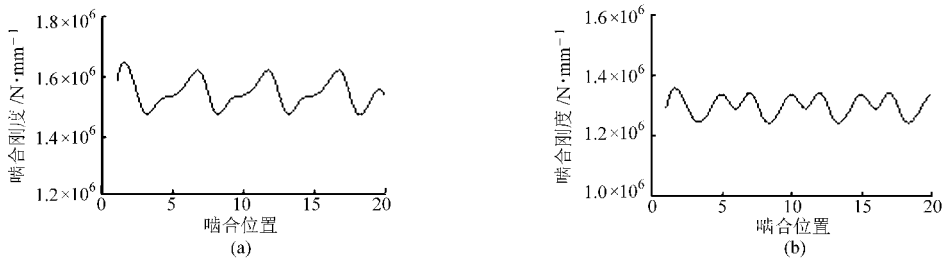


图7 齿向修形0.015 mm后的刚度曲线

Fig. 7 Curves after axial relief of 0.015 mm

(a)  $E_C = 0^\circ$  (b)  $E_C = 3^\circ$

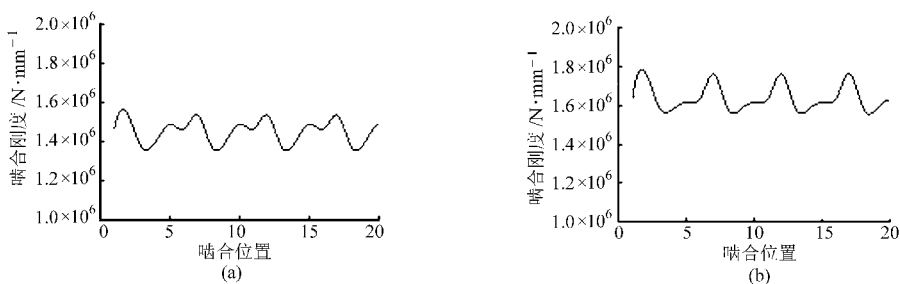


图8 不同平面内轴夹角误差影响下的刚度曲线

Fig. 8 Curves of stiffness under influence of misalignment in different planes

(a)  $E_I = 3^\circ$  (b)  $E_I = 3^\circ$

### 4 算例求解与结果分析

系统功率  $P_w = 8\ 000\ \text{kW}$ , 转速  $n = 5\ 000\ \text{r/min}$ , 扭  
力轴外径  $d = 68.12\ \text{mm}$ , 有效承载长度  $L = 317.44\ \text{mm}$ 。  
各齿轮参数如表1所示。各齿轮处等效支承刚度参  
数如表2所示。

图9表示  $E_C = 3^\circ$  时齿向修形前后的第II级各  
齿轮  $i (i = 6, 7, 8, 9)$  的均载系数  $J_i$ 。图9可以看出,  
修形后啮合位置上的刚度波动减小, 均载性能有所

表1 双重功率分支机构各齿轮参数

Tab. 1 Gear parameters of dual power-split gear train system

参数	齿轮				
	1	2~3	4~5	6~9	10
齿数 $z$	42	117	24	51	198
模数 $m/\text{mm}$		3	4		
齿宽 $b/\text{mm}$		62	96		
压力角 $\alpha/(\circ)$			20		
螺旋角 $\beta/(\circ)$		15.48			15.28

提高。图 10 为  $E_C$  单独变化时的均载系数,可以看出  $E_C$  越大,均载性能越低。

表 2 等效支承刚度参数

Tab. 2 Equivalent support stiffness parameters

齿轮	x 方向刚度/ $N \cdot mm^{-1}$	y 方向刚度/ $N \cdot mm^{-1}$
1	$2.85 \times 10^7$	$1.75 \times 10^7$
2~3	$9.31 \times 10^7$	$2.38 \times 10^8$
4~5	$4.16 \times 10^4$	$5.34 \times 10^4$
6~9	$4.68 \times 10^7$	$5.01 \times 10^8$
10	$1.45 \times 10^8$	$1.09 \times 10^8$

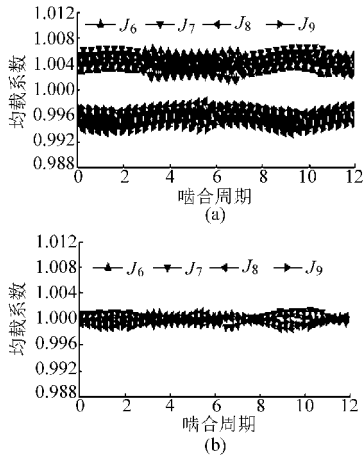


图 9  $E_C = 3''$  时修形前后均载系数变化曲线  
Fig. 9 Curves of load sharing coefficient with  $E_C = 3''$  before and after axial relief  
(a) 未修形 (b) 修形后

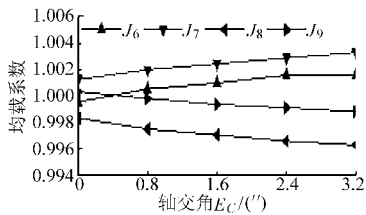


图 10 轴交角误差单独作用的均载系数变化曲线  
Fig. 10 Curves of load sharing with misalignment

图 11 表示安装误差单独变化时的均载系数。随着构件误差的增大,系统的均载系数变大,其中 II 级大齿轮的误差影响较大, II 级中间齿轮误差影响次之, I 级小齿轮误差影响居中, I 级大齿轮和 II 级小齿轮误差影响较小。

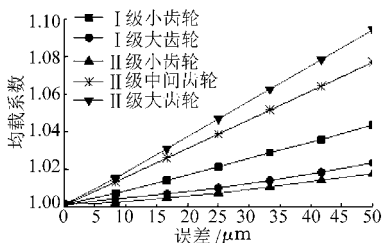


图 11 各安装误差单独变化时系统的均载系数  
Fig. 11 Load sharing with each error alone change

## 5 实验和数据分析

针对双重功率分支轮系的实验分析,利用该轮系对称结构的特点,其一侧可认为是一个单独的功率分支系统,即功率二分支,通过对比国外功率二分支系统的实验,从而验证本文方法的正确性。根据文献[4]提供的传动系统,该系统给定功率为 373 kW,转速为 8 780 r/min,并结合所提供的计算数据(表 1、2)和最终的实验结果,利用本文提出的计算方法和建立的数学模型对该实验数据进行计算,并对计算结果和文献[4]结果进行对比,如图 12 所示。

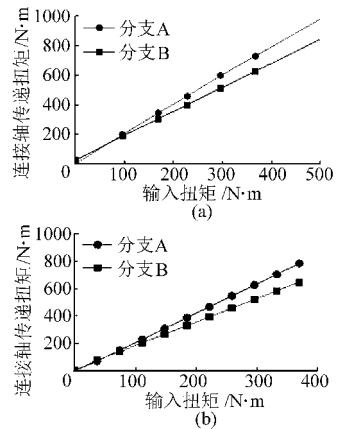


图 12 实验和理论数据对比  
Fig. 12 Comparison between experimental and theoretical data  
(a) 实验 (b) 计算

文献[4]中给定安装误差为 0.3 mm,如图 12a 所示,实验结果得连接轴处的一侧分支扭矩为 728.61 N·m,另一侧分支扭矩 625.32 N·m,一侧功率分配为 53.88%,均载系数为 1.077 6。利用本文提出的方法进行计算,如图 12b 所示,得连接轴的一侧分支扭矩 773.53 N·m,另一侧分支扭矩 648.59 N·m,得到单支功率分配为 54.36%,均载系数为 1.087 2,从实验和数值计算结果对比,趋势一致,数据相符,从而验证了本文计算功率分支机构方法的准确性。

## 6 结论

(1) 通过 LTCA 结果拟合各齿轮副的时变啮合刚度,提高了均载系数计算的精确度。

(2) 轴交角误差对齿面载荷分布产生影响,引起时变啮合刚度波动,并引起均载系数在各个啮合位置上的波动,最终影响系统载荷均匀分布。通过轮齿修形可以改善这种状况。对于各个构件的安装误差,在误差相同的情况下,II 级大齿轮的误差对系统的均载影响最大,其次是 II 级中间齿轮、I 级小齿轮,最后是 I 级大齿轮、II 级小齿轮,因此,应注意第

Ⅱ级各构件的误差分布情况。各误差共同对系统均载情况起作用。

流动闭环的分流传动系统的均载性能研究提供参考。通过数据对比和实验分析,验证了本文方法的正确性。

(3)变形协调条件的方法可以为其他构成功率

### 参 考 文 献

- 1 Kish J G. Sikorsky aircraft advanced rotorcraft transmission (ART) program-final report [R]. NASA CR-191079, NASA Lewis Research Center, 1993.
- 2 Kish J G. Comanche drive system [C] // Proceedings of the Rotary Wing Propulsion System Specialists' Meeting, American Helicopter Society, 1993.
- 3 Timothy L K, Irebert R D. A method to analyze and optimize load sharing of split path transmission [R]. NASA Lewis Research Center, NASA TM-107201, Cleveland, 1996.
- 4 Timothy L K, Irebert R D. Experimental study of split-path transmission load sharing [R]. NASA Lewis Research Center, NASA TM-107212, Cleveland, 1996.
- 5 White G. Split torque helicopter transmissions with widely separated engines [J]. Proc. IMech. E., Part G: Journal of Aerospace Engineering, 1989, 203(1): 53~69.
- 6 White G. Design study of a split-torque helicopter transmission [J]. Proc. IMech. E., Part G: Journal of Aerospace Engineering, 1998, 212(2): 117~123.
- 7 刘琳辉, 张超, 况季孙. 船舶传动装置双重功率分支机构研究[J]. 舰船科学技术, 2010, 32(8): 151~153.  
Liu Linhui, Zhang Chao, Kuang Jisun. Double power embranchment gear train for marine power transmission [J]. Ship Science and Technology, 2010, 32(8): 151~153. (in Chinese)
- 8 日高照晃, 衫本信行, 石田武. 遊星歯車装置の荷重等配機構における各種誤差と荷重配分の関係 [C] // 日本機械学会論文集, 1986, 52(480): 2 200~2 206.  
Hidaka T, Sugimoto N, Ishida T. Effects of errors of elements on load distribution in planetary gears with various load equalizing mechanisms [C] // Japanese Mechanical Academic Society Collection, 1986, 52(480): 2 200~2 206. (in Japanese)
- 9 方宗德, 沈允文, 黄镇东. 三路功率分流恒星式减速器的动态特性[J]. 航空学报, 1990, 17(7): 341~350.  
Fang Zongde, Shen Yunwen, Huang Zhendong. The dynamic behaviour of star gearing with three branches [J]. Journal of Aerospace, 1990, 17(7): 341~350. (in Chinese)
- 10 袁擎宇, 朱如鹏, 朱自冰, 等. 两级星型齿轮传动静力学均载分析[J]. 机械科学与技术, 2004, 23(7): 789~792.  
Yuan Qingyu, Zhu Rupeng, Zhu Zibing, et al. Analysis of static load sharing in a 2-stage star gearing system [J]. Mechanical Science and Technology, 2004, 23(7): 789~792. (in Chinese)
- 11 方宗德. 修形斜齿轮的承载接触分析[J]. 航空动力学报, 1997, 12(3): 251~254, 329.  
Fang Zongde. Loaded tooth contact analysis of modified helical gears [J]. Journal of Aerospace Power, 1997, 12(3): 251~254, 329. (in Chinese)
- 12 Cai Y. Simulation on the rotational vibration of helical gears in consideration of the tooth separation phenomenon (a new stiffness function of helical involute tooth pair) [J]. ASME Journal of Mechanical Design, 1995, 117(9): 460~468.
- 13 谷建功, 方宗德, 庞辉, 等. 弧齿锥齿轮功率分流传动系统建模与承载特性分析[J]. 航空动力学报, 2009, 24(11): 2 625~2 630.  
Gu Jiagong, Fang Zongde, Pang Hui, et al. Modeling and load analysis of spiral bevel gears power split system [J]. Journal of Aerospace Power, 2009, 24(11): 2 625~2 630. (in Chinese)
- 14 齿轮手册编委会. 齿轮手册[M]. 2版. 北京: 机械工业出版社, 2000.
- 15 Litvin F L, Lu Jian, Townsend D P, et al. Computerized simulation of meshing of conventional helical involute gears and modification of geometry [J]. Mechanism and Machine Theory, 1999, 34(1): 123~147.
- 16 肖望强, 段东平, 李威, 等. 双压力角非对称齿轮轮齿接触分析[J]. 农业机械学报, 2010, 41(8): 200~206.  
Xiao Wangqiang, Duan Dongping, Li Wei, et al. Tooth contact analysis for unsymmetric gear with double pressure angles [J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2010, 41(8): 200~206. (in Chinese)