

doi:10.6041/j.issn.1000-1298.2013.02.042

平面3-RRR柔性并联机器人残余振动主动控制*

张清华 张宪民

(华南理工大学广东省精密装备与制造技术重点实验室, 广州 510640)

摘要: 对平面3-RRR柔性并联机器人残余振动主动控制问题进行了研究。基于有限元法和拉格朗日方程,建立了带压电陶瓷制动器和传感器的智能梁单元的运动方程。考虑刚体运动和弹性变形运动的约束关系,通过组装,形成了3-RRR柔性并联机器人系统的运动学方程,基于模态理论把物理空间下描述的高阶运动方程变换到模态空间下的低阶模态方程。根据导出的低阶模态方程,设计了应变速度反馈控制器和最优状态反馈控制器,数值仿真结果表明,两种控制器都能有效地抑制系统的残余振动。同时,相对于应变速度反馈控制,最优状态反馈控制能以更低控制输入电压取得更好的控制效果。

关键词: 平面3-RRR柔性并联机器人 振动主动控制 模态理论

中图分类号: TH112.5 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-1298(2013)02-0232-06

Active Residual Vibration Control of Planar 3-RRR Flexible Parallel Robots

Zhang Qinghua Zhang Xianmin

(Guangdong Province Key Laboratory of Precision Equipment and Manufacturing Technology, South China University of Technology, Guangzhou 510640, China)

Abstract: A research concerning active residual vibration control of planar 3-RRR flexible parallel robots was presented. First, based on the finite element method and the Lagrange's equation, the equations of motion of the smart beam bonded lead zirconate titanate (PZT) actuators and sensors were modeled. Considering constraint equations of rigid motion and elastic motion, the general motion equations of planar 3-RRR flexible parallel robots were determined by the compatibility. The high-order equations of the system in physical space were transformed into modal space through the modal theory. According to the low-order modal equations, both the strain rate feedback controller and the optimal state feedback controller were designed for suppressing residual vibration of the system. The numerical simulation results revealed that two kinds of controllers could effectively suppress residual vibration of the system. Moreover, comparing the strain rate feedback control, the optimal state feedback control could obtain better control results in a lower control voltage.

Key words: Planar 3-RRR flexible parallel robots Active vibration control Modal theory

引言

柔性多体系统的建模与振动主动控制一直是机构学研究的热点^[1~2]。在系统建模方面,研究者们提出了各种不同的方法,主要可以分为连续建模

法^[3]和离散建模法^[4]。高速、高加速度柔性机器人的主要缺点是容易产生振动。目前,已有一些控制策略能够在一定程度上抑制或削弱柔性机器人系统的弹性振动^[5~9]。

Zhang等研究了带压电制动器和传感器的柔性

收稿日期: 2012-08-21 修回日期: 2012-09-25

* 国家自然科学基金重大研究计划资助项目(91223201)、国家杰出青年科学基金资助项目(50825504)、NSFC-广东联合基金资助项目(U0934004)、中央高校基本科研业务费专项资金资助项目(2012ZP0004)和广东省高等学校珠江学者岗位计划资助项目(2010)

作者简介: 张清华, 博士生, 主要从事柔性并联机器人建模与控制研究, E-mail: zhang_h_hua@yahoo.com.cn

通讯作者: 张宪民, 教授, 博士生导师, 主要从事精密定位与精密操作、精密电子装备与现代控制技术研究, E-mail: zhangxm@scut.edu.cn

四杆机构的弹性动力学建模和振动主动控制, 讨论了缩减阶模态控制、经典 H_∞ 控制和鲁棒 H_∞ 控制^[9-11]。由输出反馈和干扰前馈组成的最优控制器被用来抑制机械系统的噪声^[11], Vasques 等^[12] 利用压电制动器和传感器薄片研究了智能压电梁的振动主动控制, 比较了经典控制、常增益速度反馈控制、最优控制、LQR 控制和 LQG 控制在压电智能梁振动主动控制中的性能。基于混合驱动方法, Shin 等^[13] 研究了柔性两杆操纵器的位置控制, 滑模控制器被用来追踪理想的电机角位移, 幅度控制器被用来抑制柔性杆的弹性振动。基于复模态理论和最优状态反馈策略, 研究了旋转柔性梁的振动控制问题^[14]。

然而, 上述振动控制问题的研究主要集中在柔性梁-梁机构、柔性两杆机构和柔性四杆机构等简单柔性机械系统^[9-14], 而对复杂的柔性并联机器人系统的振动主动控制问题研究得较少, Zhang 等对平面3-PRR柔性并联机器人进行了研究^[15-18], 并取得了一定的成果。胡俊峰等^[19] 针对一般柔性并联机器人, 提出了一种精确而简单的动力学建模方法。文献^[20] 研究了平面3-RRR 并联机器人的刚体动力学建模与控制。本文将探讨平面3-RRR 柔性并联机器人的残余振动主动控制问题。

1 3-RRR 柔性机器人系统的运动方程

平面3-RRR 柔性并联机器人示意图如图1所示。平面3-RRR 柔性并联机器人由动平台 $C_1C_2C_3$ 、静平台 $A_1A_2A_3$ 以及3条连接动平台和静平台的柔性支链 $A_1B_1C_1$ 、 $A_2B_2C_2$ 、 $A_3B_3C_3$ 组成, 且3条支链完全一致, 即 $l_{A_1B_1} = l_{A_2B_2} = l_{A_3B_3}$ 、 $l_{B_1C_1} = l_{B_2C_2} = l_{B_3C_3}$, 静平台与主动杆、主动杆与从动杆、从动杆与动平台之间用转动关节连接, 连杆 A_1B_1 、 B_1C_1 、 A_2B_2 、 B_2C_2 、 A_3B_3 、 B_3C_3 都是柔性杆件, A_1 、 A_2 、 A_3 是驱动关节, B_1 、 C_1 、 B_2 、 C_2 、 B_3 、 C_3 是被动关节, O 为静平台正 $\triangle A_1B_1C_1$ 的中心, P 为动平台正 $\triangle C_1C_2C_3$ 的中心, OXY 为全局固定坐标系。 α_1 、 β_1 、 α_2 、 β_2 、 α_3 、 β_3 分别为连杆 A_1B_1 、 B_1C_1 、 A_2B_2 、 B_2C_2 、 A_3B_3 、 B_3C_3 与 X 轴正方向所成的夹角, θ 为正 $\triangle C_1C_2C_3$ 的边 C_1C_2 与 X 轴正方向所成的夹角。

1.1 单元动力学模型

为了建立含压电传感器和激振器的单元梁动力学方程, 首先计算单元的动能和应变能。如图2所示, 假设单元为梁单元, OXY 为全局固定坐标系, Ax 为固连于单元端点 A 处的局部坐标系, 且 x 轴沿着未变形梁单元的中性线。 A 、 B 为单元的两端点, C 为单元中轴线上任意一点, 经弹性变形后到达 C' 处, 假设单元两端点在局部坐标系下广义弹性坐标

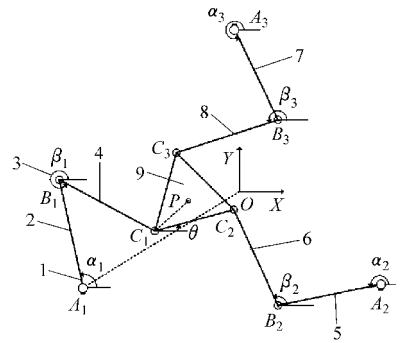


图1 并联机器人示意图

Fig. 1 Diagram of parallel robot

1. 驱动关节 2. 连杆1 3. 被动关节 4. 从动杆1 5. 主动杆2
6. 从动杆2 7. 主动杆3 8. 从动杆3 9. 动平台

用向量 e_f 表示, 且 $e_f = [e_1 \ e_2 \ e_3 \ e_4 \ e_5 \ e_6 \ e_7 \ e_8]^T$, 其中 e_1 、 e_5 表示两端点 A 、 B 轴向变形位移, e_2 、 e_6 表示其横向变形位移, e_3 、 e_7 表示其弹性转角, e_4 、 e_8 表示两端点处的曲率。则点 C' 的位移可以表示为

$$v(x, t) = \begin{bmatrix} v_1(x, t) \\ v_2(x, t) \end{bmatrix} = Ne_f \quad (1)$$

式中 N ——型函数矩阵

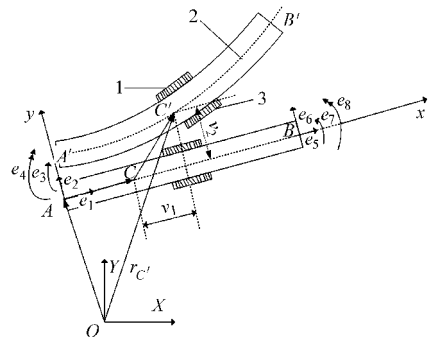


图2 单元动力学模型

Fig. 2 Dynamic model of beam element

1. PZT 制动器 2. PZT 传感器 3. 中性线

由图2可知, 点 C' 在固定坐标系 OXY 中的位移为

$$r_{C'} = r_A + RNe \quad (2)$$

其中

$$e = e_0 + e_f$$

$$R = \begin{bmatrix} \cos\varphi & -\sin\varphi \\ \sin\varphi & \cos\varphi \end{bmatrix}$$

$$e_0 = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ l \ 0 \ 0 \ 0]^T$$

式中 R ——坐标变换矩阵

e_0 ——梁单元未变形时两端点在单元坐标系中的广义坐标

式(2)对时间 t 求偏导数

$$\dot{r}_{C'} = \frac{\partial r_{C'}}{\partial t} = \dot{r}_A + R_\varphi Ne \dot{\varphi} + RN \dot{e}_f \quad (3)$$

其中

$$R_\varphi = \frac{\partial R}{\partial \varphi}$$

设 $\mathbf{q} = [\mathbf{r}_A^T \quad \varphi \quad \mathbf{e}_f^T]^T$, $\mathbf{S} = [\mathbf{I} \quad \mathbf{R}_\varphi \mathbf{N}_e \quad \mathbf{RN}]$, 则式(3)可以写成

$$\dot{\mathbf{r}}_{c'} = \mathbf{S} \dot{\mathbf{q}} \quad (4)$$

因此单元动能可以表示为

$$T = \frac{1}{2} \int_V \rho \dot{\mathbf{r}}_{c'}^T \dot{\mathbf{r}}_{c'} dV + \int_0^{L_e} \frac{1}{2} \dot{\theta}^2(x, t) dJ_c + \frac{1}{2} (m_A \dot{\mathbf{r}}_{A'}^T \dot{\mathbf{r}}_{A'} + m_B \dot{\mathbf{r}}_{B'}^T \dot{\mathbf{r}}_{B'}) + \frac{1}{2} (J_A \dot{\theta}^2(0, t) + J_B \dot{\theta}^2(L, t)) = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{q}}^T \mathbf{m} \dot{\mathbf{q}} \quad (5)$$

式中第一个等号右边第1项为梁单元的平动动能, 第2项为截面转动动能, 第3、4项分别为集中质量平动、转动动能。

忽略剪切和屈曲应变能, 根据材料力学, 单元应变能可以表达为

$$U = \frac{1}{2} \int_0^{L_e} EI(x) (v_2''(x, t))^2 dx + \frac{1}{2} \int_0^{L_e} ES(x) (v_1'(x, t))^2 dx = \frac{1}{2} \mathbf{q}^T \mathbf{k} \mathbf{q} \quad (6)$$

式中 E ——单元材料的弹性模量

$I(x)$ ——梁单元截面的惯性矩函数

$S(x)$ ——梁单元截面面积函数

L_e ——单元长度

利用PZT材料的正逆压电效应, PZT片被广泛地应用于柔性机械系统的振动主动控制器设计中, 如图2所示, 一对PZT片对称地粘贴在梁单元的两个表面上, 其中一个用作制动器, 另一个用作传感器。根据文献[15], 传感器的压电方程可以表示为

$$V_{se} = k_{se} \frac{\partial v_2^2(x_k, t)}{\partial x^2} = k_{se} \mathbf{N}_2''^T(x_k) \mathbf{e}_f \quad (7)$$

其中 $k_{se} = \frac{E_s d_{31} w_s}{C_s} (L_s + L_e)$

式中 E_s ——压电传感器的弹性模量

d_{31} ——压电常数 w_s ——压电传感器宽度

L_s ——压电传感器长度

C_s ——压电传感器电容

x_k ——传感器中点在单元坐标系下沿 x 轴的坐标

$\mathbf{N}_2(x_k)$ —— $\mathbf{N}(x)$ 的第2行行向量在 x_k 处的取值

根据逆压电效应, PZT制动器的压电方程可以表示为^[15]

$$\mathbf{F}_{Pe} = \mathbf{k}_{ae} V_{ae} \quad (8)$$

式中 V_{ae} ——施加给制动器的电压

\mathbf{k}_{ae} ——与制动器参数和单元参数有关的常值向量

根据拉格朗日方程, 可以导出单元运动学方程

$$\mathbf{m}_r^T \ddot{\mathbf{r}}_A + \mathbf{m}_\varphi^T \ddot{\varphi} + \mathbf{m}_f \ddot{\mathbf{e}}_f + \mathbf{k} \mathbf{e}_f = \mathbf{p}_v + \mathbf{k}_{ae} V_{ae} \quad (9)$$

其中

$$\mathbf{m}_r = \mathbf{R}(\bar{\mathbf{N}}_m + \bar{\mathbf{N}}_c) = \mathbf{R} \bar{\mathbf{N}}$$

$$\mathbf{m}_\varphi = \mathbf{e}^T \widetilde{\mathbf{N}} + J_A \mathbf{N}_2'^T(0) + J_B \mathbf{N}_2'^T(L) + \int_0^L \rho I \mathbf{N}_2'^T dx = \mathbf{e}^T \widetilde{\mathbf{N}} + C_2$$

$$\mathbf{m}_f = \widetilde{\mathbf{N}}_c + \widetilde{\mathbf{N}}_m + \int_0^L \rho I \mathbf{N}_2'^T \mathbf{N}_2' dx + J_A \mathbf{N}_2'(0) \mathbf{N}_2'^T(0) + J_B \mathbf{N}_2'(L) \mathbf{N}_2'^T(L) =$$

$$\widetilde{\mathbf{N}} + \int_0^L \rho I \mathbf{N}_2' \mathbf{N}_2'^T dx + J_A \mathbf{N}_2'(0) \mathbf{N}_2'^T(0) +$$

$$J_B \mathbf{N}_2'(L) \mathbf{N}_2'^T(L) = \widetilde{\mathbf{N}} + C_3$$

$$\mathbf{k} = \int_0^L EI(x) \mathbf{N}_2''^T(x) \mathbf{N}_2''(x) dx + \int_0^L ES(x) \mathbf{N}_1'^T(x) \mathbf{N}_1'(x) dx$$

$$\mathbf{p}_v = -\dot{\mathbf{m}} \dot{\mathbf{e}}_f + \frac{\partial}{\partial \mathbf{e}_f} \left(\frac{1}{2} \dot{\mathbf{e}}_f^T \mathbf{m} \dot{\mathbf{e}}_f \right) = 2 \widetilde{\mathbf{N}} \dot{\mathbf{e}}_f \dot{\varphi} + \widetilde{\mathbf{N}} \dot{\varphi}^2$$

$$\bar{\mathbf{N}}_m = \int_V \rho \mathbf{N} dV \quad \bar{\mathbf{N}}_c = \int_V \rho \mathbf{N}^T \mathbf{N} dV$$

$$\widetilde{\mathbf{N}}_m = \int_V \rho \mathbf{N}^T \dot{\mathbf{I}} \mathbf{N} dV \quad \bar{\mathbf{N}}_c = m_A \mathbf{N}(0) + m_B \mathbf{N}(L)$$

$$\widetilde{\mathbf{N}}_c = m_A \mathbf{N}(0)^T \mathbf{N}(0) + m_B \mathbf{N}(L)^T \mathbf{N}(L)$$

$$\widetilde{\mathbf{N}}_c = m_A \mathbf{N}(0)^T \dot{\mathbf{I}} \mathbf{N}(0) + m_B \mathbf{N}(L)^T \dot{\mathbf{I}} \mathbf{N}(L)$$

$$\bar{\mathbf{N}} = \bar{\mathbf{N}}_m + \bar{\mathbf{N}}_c \quad \widetilde{\mathbf{N}} = \widetilde{\mathbf{N}}_m + \widetilde{\mathbf{N}}_c \quad \widetilde{\mathbf{N}} = \widetilde{\mathbf{N}}_m + \widetilde{\mathbf{N}}_c$$

式中 \mathbf{p}_v 为单元的二次速度向量, 包括科氏力和离心力, 且是广义坐标 \mathbf{q} 和 $\dot{\mathbf{q}}$ 的函数。

上述单元运动学方程是在局部坐标系下建立的, 在组装成系统运动学方程之前, 必须把它转换到全局坐标系上来。定义坐标变换矩阵 \mathbf{B} , 则

$$\mathbf{e}_f = \mathbf{B} \mathbf{U}_e \quad (10)$$

式(10)对时间 t 求导数, 得

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{e}}_f = \mathbf{B}_\varphi \mathbf{U}_e \dot{\varphi} + \mathbf{B} \dot{\mathbf{U}}_e \\ \ddot{\mathbf{e}}_f = \mathbf{B}_{\varphi\varphi} \mathbf{U}_e \dot{\varphi}^2 + 2\mathbf{B}_\varphi \dot{\mathbf{U}}_e \dot{\varphi} + \mathbf{B}_\varphi \mathbf{U}_e \ddot{\varphi} + \mathbf{B} \ddot{\mathbf{U}}_e \end{cases} \quad (11)$$

将式(10)、(11)代入式(9)并左乘 \mathbf{B}^T 得

$$\mathbf{M}_e \ddot{\mathbf{U}}_e + \mathbf{C}_e \dot{\mathbf{U}}_e + \mathbf{K}_e \mathbf{U}_e = \mathbf{Q}_e + \bar{\mathbf{K}}_e V_{ae} \quad (12)$$

其中

$$\mathbf{C}_e = 2(\mathbf{B}^T \mathbf{m}_f \mathbf{B}_\varphi - \mathbf{B}^T \widetilde{\mathbf{N}} \mathbf{B}) \dot{\varphi}$$

$$\mathbf{M}_e = \mathbf{B}^T \mathbf{m}_f \mathbf{B} \quad \bar{\mathbf{K}}_e = \mathbf{B}^T \bar{\mathbf{k}}_{ae}$$

$$\mathbf{Q}_e = \mathbf{B}^T (\widetilde{\mathbf{N}} \mathbf{e}_0 \dot{\varphi}^2 - \mathbf{m}_r^T \ddot{\mathbf{r}}_A - \mathbf{C}_2^T \ddot{\varphi} + \widetilde{\mathbf{N}} \mathbf{e}_0 \ddot{\varphi})$$

$$\mathbf{K}_e = \mathbf{B}^T (\mathbf{m}_f \mathbf{B}_\varphi \dot{\varphi}^2 + \mathbf{m}_f \mathbf{B}_\varphi \ddot{\varphi} + \mathbf{K} \mathbf{B} -$$

$$2\widetilde{\mathbf{N}} \mathbf{B}_\varphi \dot{\varphi}^2 - \widetilde{\mathbf{N}} \mathbf{B} - \widetilde{\mathbf{N}} \mathbf{B} \dot{\varphi})$$

1.2 系统运动学方程

建立单元运动学方程后, 利用坐标协调矩阵, 并

考虑刚体坐标变量和弹性坐标变量的约束关系,可以把单元运动学方程组装成系统运动学方程,定义坐标协调矩阵 D_e , 则

$$U_e = D_e U \quad (13)$$

式中 U ——系统广义坐标列阵

U_e ——单元坐标列阵

将式(13)代入式(12)并左乘 D_e^T , 假设整个系统有 m 个制动器和 m 个传感器, 可得系统运动学方程为

$$M\ddot{U} + C\dot{U} + KU = Q + \bar{K}V_{in} \quad (14)$$

其中 $M = \sum_e D_e^T M_e D_e$ $K = \sum_e D_e^T K_e D_e$

$$\bar{K} = \sum_{e_a} D_{e_a}^T \bar{K}_e$$

$$V_{in} = [V_{ae_1} \quad V_{ae_2} \quad \cdots \quad V_{ae_m}]$$

式中 \sum_e ——对所有的单元求和

U ——系统的广义坐标列阵

C ——阻尼矩阵 \bar{K} ——输入矩阵

Q ——广义力矩阵, 包括广义外力、科式力和离心力

V_{in} —— m 维输入向量

同理, 对所有传感器进行组装, 可得传感器输出方程

$$V_s = C_s U \quad (15)$$

其中 $V_s = [V_{se_1} \quad V_{se_2} \quad \cdots \quad V_{se_m}]^T$

式中 V_s —— m 维输出向量

C_s —— $m \times n$ 阶输出矩阵

联合式(14)、(15), 可得系统总运动方程为

$$\begin{cases} M\ddot{U} + C\dot{U} + KU = Q + \bar{K}V_{in} \\ V_s = C_s U \end{cases} \quad (16)$$

2 控制器设计

本文的控制目标是抑制系统柔性连杆的残余振动, 以使动平台精确地到达给定的位姿, 而不考虑机器人在运动过程中的振动。残余振动是机器人在名义运动停止后产生的振动, 因此式(16)的系数矩阵中与名义运动速度和加速度相关的量都变为零, 从而质量矩阵 M 为对称正定常数矩阵, 刚度矩阵 K 为常对称矩阵, 外力矩阵 Q 为零矩阵, 阻尼矩阵 C 为结构阻尼, 即

$$\begin{cases} M_s\ddot{U} + C_s\dot{U} + K_s U = \bar{K}V_{in} \\ V_s = C_s U \end{cases} \quad (17)$$

采用有限元方法建立的运动方程式(17)是高维二阶微分方程, 考虑到系统的弹性振动主要由其低阶模态被激励而产生以及构造控制器的成本, 因

此在设计控制器时, 需对系统运动方程进行降阶处理, 采用实模态方法把在物理空间描述的运动方程式(17)变换到模态空间上来, 作变换

$$U = \Phi \eta \quad (18)$$

式中 Φ ——振型矩阵 η ——模态坐标向量

将式(18)代入式(17), 并左乘 Φ^T , 同时考虑到实模态的正交性, 有

$$\begin{cases} \ddot{\eta} + \text{diag}(2\zeta_i w_i) \dot{\eta} + \text{diag}(w_i^2) \eta = K_o V_{in} \\ V_s = C_o \eta \end{cases} \quad (19)$$

取其前 r 阶低阶模态进行控制。因此, 系统的控制模型可以简化为

$$\begin{cases} \ddot{\eta}_r + \text{diag}(2\zeta_i w_i) \dot{\eta}_r + \text{diag}(w_i^2) \eta_r = K_r V_{in} \\ V_s = C_r \eta_r \end{cases} \quad (20)$$

2.1 应变速度反馈控制器设计

应变速度反馈控制(SRF)可以用来减弱柔性连杆的弹性振动, 传感器的输出电压经微分后反馈给对应的制动器, 即

$$V_{in} = -K_d \dot{V}_s = -K_d C_r \dot{\eta}_r = -K_v \dot{\eta}_r \quad (21)$$

式中 K_d ——反馈增益矩阵

因此被控系统的运动方程可以表示为

$$\ddot{\eta}_r + (\text{diag}(2\zeta_i w_i) + K_r K_v) \dot{\eta}_r + \text{diag}(w_i^2) \eta_r = 0 \quad (22)$$

假设经反馈控制后, 系统的阻尼系数为 $\bar{\zeta}_i$, 则反馈增益矩阵可以表示为

$$K_d = K_r^+ \text{diag}(2(\bar{\zeta}_i - \zeta_i) w_i) C_r^+ \quad (23)$$

式中 K_r^+ 、 C_r^+ —— K_r 、 C_r 的广义逆矩阵

从式(22)可知, 应变速度反馈控制的本质是通过增加系统的阻尼来达到减弱系统的振动。

2.2 最优控制器设计

将式(20)写成状态空间的表达形式

$$\begin{cases} \dot{X}_o = A_o X_o + B_o V_{in} \\ V_s = C_o X_o \end{cases} \quad (24)$$

其中

$$X_o = \begin{bmatrix} \dot{\eta}_r \\ \eta_r \end{bmatrix}_{2r \times 1} \quad C_o = [0 \quad C_r]_{m \times 2r} \quad B_o = \begin{bmatrix} K_r \\ 0 \end{bmatrix}_{2r \times m}$$

$$A_o = \begin{bmatrix} -\text{diag}(2\zeta_i w_i) & -\text{diag}(w_i^2) \\ 0 & I \end{bmatrix}_{-2r \times 2r}$$

最优状态反馈控制器被用来最大限度地减弱系统的残余振动。定义性能函数

$$J(X_o, V_{in}, t) = \frac{1}{2} \int_0^\infty (X_o^T Q X_o + V_{in}^T R V_{in}) dt \quad (25)$$

式中 Q 、 R ——权重矩阵

假设控制输入

$$V_{in} = -G X_o \quad (26)$$

式中 G ——增益矩阵

根据 LQR 理论,最小化性能指标式(25),最优控制增益矩阵可以表示为

$$G = R^{-1} B_0^T P \quad (27)$$

其中 P 为矩阵黎卡提代数方程的解,即

$$P A_0 + A_0^T P + Q - P B R^{-1} B_0^T P = 0 \quad (28)$$

3 数值仿真

假设动平台中心点绕点 $(-0.02, 0)$ 作圆周运动,圆周运动半径为 0.04 m ,则动平台运动轨迹为

$$\begin{cases} X_p = 0.04 \cos(10\pi t) - 0.02 \\ Y_p = 0.04 \sin(10\pi t) \\ \theta = \pi/4 \end{cases} \quad (29)$$

杆件和动平台的材料为铝合金,连杆两端的集中质量为 0.2 kg ,集中转动惯量为 $0.0005 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$,PZT 制动器和 PZT 传感器参数相同。每根柔性杆被划分为 3 个梁单元,3 对 PZT 制动器和 PZT 传感器对称绑定在 3 根主动杆第 1 个单元的中点处,杆件、PZT 制动器和 PZT 传感器参数如表 1 所示。取系统前 3 阶模态作为被控模态,加权矩阵 $R = I, Q = 10^3 I, I$ 为 6×6 阶单位矩阵。

表 1 构件参数

Tab.1 Link parameters

参数	主动杆	从动杆	PZT 激振器	PZT 传感器
长/mm	0.254	0.252	0.05	0.05
宽/mm	0.027	0.025	0.01	0.01
高/mm	0.012	0.01	0.002	0.002
弹性模量/MPa	7.102×10^4	7.102×10^4	1.17×10^{11}	1.17×10^{11}
密度/ $\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$	2712	2712	-	-
压电常数	-	-	2.0×10^{-10}	2.0×10^{-10}

仿真结果如图 3~8 所示。其中图 3~5 是动平台弹性位移和弹性转角在无控制和有控制下的响应,图 6~8 是 3 根主动杆上制动器在不同控制策略下所需施加的控制电压。从图 3~8 可以发现应变速度反馈控制和最优状态反馈控制都能有效地抑制系统的残余振动。而且最优状态反馈在较低的控制电压下能取得更好的控制效果(相对应应变速度反馈)。尽管通过系统固有阻尼也能减弱残余振动,但是那种减弱是有限的,而且花费很长的时间。而采用应变速度反馈控制和最优状态反馈控制能在较短的时间内抑制系统的残余振动,使其在一个小的范围内波动。

表 2 反映了在有和无控制的情况下动平台弹性振动幅值小于 10^{-5} 、 10^{-6} m 所需的时间。由表 2 可知,使动平台 X 方向弹性振动幅值小于 10^{-5} m ,应变速度反馈控制和最优状态反馈控制所需时间分别

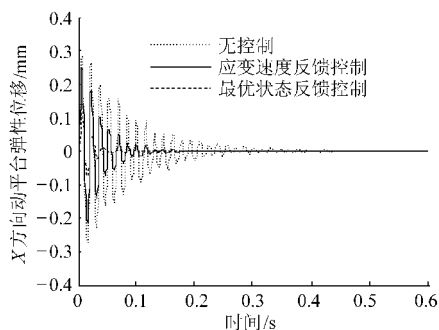


图 3 动平台沿 X 方向的弹性变形响应

Fig.3 Elastic displacement of moving platform in X -direction

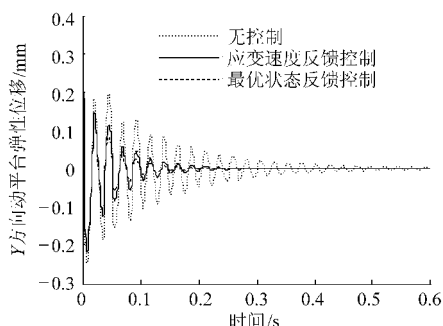


图 4 动平台沿 Y 方向的弹性变形响应

Fig.4 Elastic displacement of moving platform in Y -direction

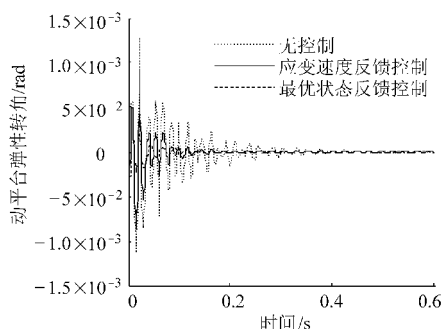


图 5 动平台的弹性转角响应

Fig.5 Elastic angle of moving platform

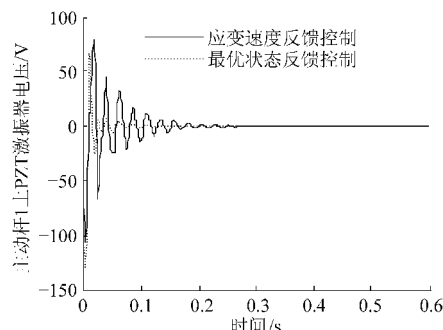


图 6 主动杆 1 上的控制电压

Fig.6 Control voltage of active link 1

是系统无控制所需时间的 40.2% 和 12.5%;使动平台 Y 方向的弹性振动幅值小于 10^{-5} m ,应变速度反馈控制和最优状态反馈控制所需时间分别是系统无控制所需时间的 41.3% 和 30.0%;使动平台弹性转

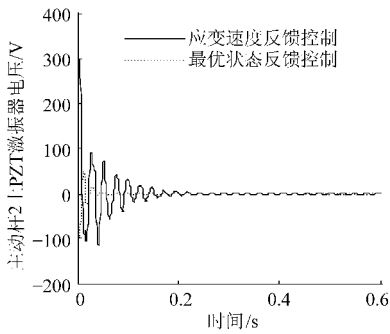


图7 主动杆2上的控制电压

Fig. 7 Control voltage of active link 2

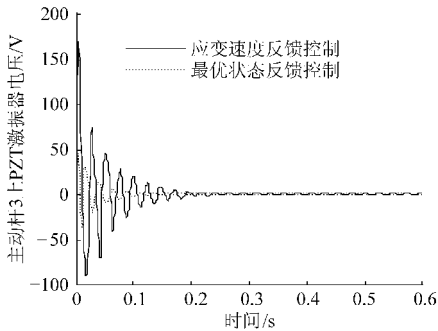


图8 主动杆3上的控制电压

Fig. 8 Control voltage of active link 3

角幅值小于 10^{-5} rad, 应变速度反馈控制和最优状态反馈控制所需时间分别是系统无控制所需时间的 38.2% 和 29.9%。

从图 6~8 可以发现, 随着残余振动的衰减, 所需施加给 PZT 制动器的控制电压也变得越来越大。最优控制所需的电压要小于应变速度反馈控制所需

表2 时间统计

Tab. 2 Time statistics

控制方式	X 方向幅值/m		Y 方向幅值/m		弹性转角幅/rad	
	$<10^{-5}$	$<10^{-6}$	$<10^{-5}$	$<10^{-6}$	$<10^{-5}$	$<10^{-6}$
无控制	0.296	0.511	0.403	>0.6	0.437	>0.6
应变速度反馈控制	0.119	0.212	0.167	0.297	0.167	0.299
最优状态反馈控制	0.037	0.132	0.121	0.215	0.131	0.225

的电压。采用应变速度反馈控制, 3 个制动器所需最大绝对电压分别是 106.5、300.2、169.7 V。而采用最优状态反馈控制, 3 个制动器所需最大绝对电压分别是 131.4、97.7、44.7 V。

4 结束语

建立了带压电制动器和传感器的平面 3-RRR 柔性并联机器人系统的运动学方程。基于模态理论, 把物理空间下描述的高阶运动方程转换到模态空间下的低阶方程。并基于低阶模态方程分别设计了应变速度反馈控制器和最优状态反馈控制器。通过数值仿真, 得出两种控制器都能有效地抑制系统的残余振动。相对于无控制的原始系统, 使系统的振动幅值小于 10^{-5} m, 应变速度反馈控制需要的时间减少了 60%, 而最优状态反馈控制所需的时间减少了 70%。相对应应变速度反馈控制, 最优状态反馈控制在更低的控制电压下能取得更好的控制效果。

参 考 文 献

- Bensoman M, Vey G L. Control of flexible manipulators: a survey[J]. Robotica, 2004, 22(5): 533~545.
- Dwivedy S K, Eberhard P. Dynamic analysis of flexible manipulators, a literature review[J]. Mechanism and Machine Theory, 2006, 41(7): 749~777.
- Tadjhakhsh I G. Stability of motion of elastic planar linkage with application to slider crank mechanism[J]. ASME Journal of Mechanical Design, 1982, 104(4): 698~703.
- Cleghorn W L, Taborok B, Fenton R G. Finite element analysis of high-speed flexible mechanisms[J]. Mechanism and Machine Theory, 1981, 16(4): 407~424.
- Zhang Xianmin, Shen Yunwen, Liu Hongzhao, et al. Optimal design of flexible mechanisms with frequency constraints[J]. Mechanism and Machine Theory, 1995, 30(1): 131~139.
- El-Dannah E H, Farghaly S H. Vibratory response of a sandwich link in a high-speed mechanism[J]. Mechanism and Machine Theory, 1993, 28(3): 447~457.
- Ghazavi A, Gardanine F, Ghalhout N G. Dynamic analysis of a composite material flexible robot arm[J]. Computers and Structures, 1993, 49(2): 315~325.
- Soong K, Sunappan D, Thompson B S. The elastodynamic response of a class of intelligent machinery, part 1: theory[J]. ASME Journal Vibration Acoustics and Reliability in Design, 1989, 111(4): 430~436.
- Zhang Xianmin, Shao Changjian, Li S, et al. Robust H_{∞} vibration control for flexible linkage mechanism system with piezoelectric sensors and actuators[J]. Journal of Sound and Vibration, 2001, 243(1): 145~155.
- Zhang Xianmin, Shao Changjian, Erdman A G. Active vibration controller design and comparison study of flexible linkage mechanism systems[J]. Mechanism and Machine Theory, 2002, 37(9): 985~997.
- Zhang Xianmin, Lu Jianwei, Shen Yunwen. Active noise control of flexible linkage mechanism with piezoelectric actuators[J]. Computers and Structures, 2003, 81(20): 2045~2051.

参 考 文 献

- 1 马宁,胡平,闫康康,等. 高强度硼钢热成形技术研究及其应用[J]. 机械工程学报,2010,46(14):68~72.
Ma Ning, Hu Ping, Yan Kangkang, et al. Research on boron steel for hot forming and its application[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2010, 46(14):68~72. (in Chinese)
- 2 孙宏图,申国哲,胡平,等. 考虑碰撞安全性的汽车车身轻量化设计[J]. 机械科学与技术,2010,29(3):380~386.
Sun Hongtu, Shen Guozhe, Hu Ping, et al. Lightweight design of an auto body considering its crash performance[J]. Mechanical Science and Technology for Aerospace Engineering,2010,29(3):380~386. (in Chinese)
- 3 刘瑞军,褚亚旭,闫康康. 不同压边工况下汽车用高强度钢板拉伸性能研究[J]. 农业机械学报,2011,42(10):230~233.
Liu Ruijun, Chu Yaxu, Yan Kangkang. Deep drawability of high strength steel sheet under different blank holder force conditions [J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2011, 42(10):230~233. (in Chinese)
- 4 Merklein M, Lechler J, Geiger M. Characterisation of the flow properties of the quenchenable ultra high strength steel 22MnB5 [J]. CIRP Annals-Manufacturing Technology,2006,55(1):229~232.
- 5 Turetta A, Bruschi S, Ghiotti A. Investigation of 22MnB5 formability in hot stamping operations [J]. Journal of Materials Processing Technology,2006,177(3):396~400.
- 6 Ruiz-Navas E M, García R, Gordo E, et al. Development and characterisation of high-speed steel matrix composites gradient materials [J]. Journal of Materials Processing Technology, 2003, 143~144: 769~775.
- 7 Ju Chen, Ben Young. Design of high strength steel columns at elevated temperatures [J]. Journal of Constructional Steel Research,2008,64(6):689~703.
- 8 Yu Wei, Qian Yajun, Wu Huibin, et al. Effect of heat treatment process on properties of 1000 MPa ultra-high strength steel [J]. Journal of Iron and Steel Research, 2011,18(2):64~69.
- 9 蒋涛,雷新荣,吴红丹,等. 热处理工艺对碳钢硬度的影响[J]. 材料热处理技术,2011,40(4):167~171.
Jiang Tao, Lei Xinrong, Wu Hongdan, et al. Effects of heat treatment process on hardness of carbon steel [J]. Hot Working Technology,2011,40(4):167~171. (in Chinese)
- 10 Cheng Y T, Cheng C M. Scaling approach to conical indentation in elastic-plastic solids with work hardening [J]. Journal of Applied Physics, 1998, 84(3):1284~1289.
- 11 Yang J, Chen H S. Dynamic response of initially stressed functionally graded rectangular thin plates [J]. Composite Structures, 2001,54(4):497~508.

~~~~~

(上接第 237 页)

- 12 Vasques C M A, Rodrigues J D. Active vibration control of smart piezoelectric beams: comparison of classical and optimal feedback control strategies[J]. Computers and Structures, 2006, 84(22~23):1402~1414.
- 13 Shin Ho-cheol, Choi Seung-Bok. Position control of a two-link flexible manipulator featuring piezoelectric actuators and sensors [J]. Mechatronics, 2001, 11(6):707~729.
- 14 Khulief Y A. Vibration suppression in rotating beams using active modal control[J]. Journal of Sound and Vibration, 2001, 242(4):681~699.
- 15 Zhang Xuping, Wang Xiaoyun, Mills J K, et al. Dynamic modeling and active vibration control of a 3-PRR flexible parallel manipulator with PZT transducers[C]//the 7th World Congress on Intelligent Control and Automation, Chongqing, China, 2008:461~466.
- 16 Zhang Xuping, Wang Xiaoyun, Mills J K, et al. Experimental implementation on vibration mode control of a moving 3-PRR flexible parallel manipulator with multiple PZT transducers[J]. Journal of Vibration and Control, 2010, 16(13):2035~2054.
- 17 Zhang Xuping, Mills J K, Cleghorn W L. Flexible linkage structural vibration control on a 3-PRR planar parallel manipulator: experimental results[J]. Part I: J. Systems and Control Engineering, 2009, 223(1):71~84.
- 18 Zhang Xuping, Mills J K, Cleghorn W L. Multi-mode vibration control and position error analysis of parallel manipulator with multiple flexible links[J]. Transactions of the Canadian Society for Mechanical Engineering, 2010, 34(2):197~213.
- 19 胡俊峰,张宪民,朱大昌,等. 柔性并联机器人动力学建模[J]. 农业机械学报,2011,42(11):208~213.  
Hu Junfeng, Zhang Xianmin, Zhu Dachang, et al. Dynamic modeling of flexible parallel robot[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2011, 42(11):208~213. (in Chinese)
- 20 高明旺,张宪民. 平面宏动并联机器人动态模拟[J]. 农业机械学报,2012,43(8):205~209.  
Gao Mingwang, Zhang Xianmin. Dynamic modeling of planar macro-driven parallel robot[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2012, 43(8):205~209. (in Chinese)