

考虑微凸体弹塑性变形的结合面分形接触模型*

缪小梅 黄筱调 袁 鸿

(南京工业大学机械与动力工程学院, 南京 210009)

摘要: 基于分形接触理论,建立了考虑微凸体弹塑性变形的结合面分形接触模型。通过对所建模型的数值仿真,直观揭示了接触载荷与实际接触面积间的非线性关系,以及弹塑性变形对结合面接触的影响。仿真结果表明,接触载荷随着实际接触面积的增加而增加,两者呈近似线性关系。同样的接触面积下,接触载荷随着分形粗糙度系数 G 的增加而增加,随着分形维数 D 变化的规律比较复杂。弹塑性接触面积占总接触面积的比例随着接触面积的增加而略微减小,同时随着 G 的增加而增加。弹塑性接触面积所占比例与 D 的关系是复杂的。弹塑性接触载荷不可忽略,弹塑性接触载荷占总载荷的比例与粗糙度系数及接触面积无关,只随着分形维数的增加而减小。忽略微凸体弹塑性接触时,接触载荷会略大于考虑弹塑性接触时的结果,误差在 5% ~ 60% 之间,误差随着分形维数的增加而减小。

关键词: 结合面 微凸体 弹塑性变形 分形模型 仿真

中图分类号: TH113.1; O343.3 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-1298(2013)01-0248-05

Fractal Contact Model of Joint Interfaces Considering Elastic-plastic Deformation of Asperities

Miao Xiaomei Huang Xiaodiao Yuan Hong

(School of Mechanical and Power Engineering, Nanjing University of Technology, Nanjing 210009, China)

Abstract: A fractal model of joint interfaces was established based on fractal contact theory. The elastic-plastic deformation of asperities was taken into account in the model. By numerical simulation, the nonlinear relationship between the contact force and the real contact area was obtained, as well as the effects of elastic-plastic deformation on the contact of joint interfaces. The result showed that the contact force increased nearly linearly with the real contact area. The contact force decreased due to the increase of fractal roughness parameter G with the same contact area, but complicatedly varies with the fractal dimension D . The share of elastic-plastic contact area decreased with the increase of real contact area, increased with the increase of G , and complicatedly varies with D . The share of elastic-plastic was large enough and can not be ignored. It decreased with the increase of D . When the elastic-plastic deformation was overlooked, the contact fore was slightly larger than the results involved the elastic-plastic deformation. The error percentage lied within the range 5% ~ 60%, which decreased with the increase of D .

Key words: Joint interfaces Asperities Elastic-plastic deformation Fractal model Simulation

引言

1991年, Majumdar 发现机械结合面具有自仿射分形特征,并据此提出了以分形几何为基础的接触模型——MB 模型^[1]。MB 模型采用分形维数 D 和

分形粗糙度系数 G 对粗糙表面进行表征。对于确定的表面,分形特征参数 D 和 G 具有尺度独立性,可以反映分形表面上所有尺度范围内的粗糙度信息。文献[2~8]在此基础上对结合面的接触特性进行了研究。然而在 MB 模型中,仅仅考虑了微凸

收稿日期: 2011-12-15 修回日期: 2012-02-15

* 国家自然科学基金资助项目(51175242)和国家科技重大专项(2010ZX04011-032)

作者简介: 缪小梅,博士生,主要从事机床结合部特性及其精度衰退机理研究, E-mail: miaoxiaomeinjut@126.com

通讯作者: 黄筱调,教授,博士生导师,主要从事工业装备数字化制造及控制技术研究, E-mail: njgdhxd@189.cn

体的两种变形方式,纯弹性或纯塑性,而对两者的过渡区间——弹塑性变形未予考虑。单个微凸体的研究表明,塑性的临界变形量约为弹性临界变形量的 110 倍,在很大的变形量范围内,微凸体发生的都是弹塑性变形^[9-11]。本文在考虑微凸体弹塑性变形的基础上,对现有的粗糙表面分形接触模型进行修正,提出一种结合面接触分形模型。通过对模型的仿真研究接触面积与接触载荷间的非线性关系,以及弹塑性变形对分形接触模型的影响。

1 临界接触面积

由于任意两个粗糙表面的接触都可以简化为一个粗糙表面与一个刚性平面的接触问题,本文只考虑简化后的情况。结合面之间的接触变形实质上是粗糙表面微凸体的变形,首先考虑一个半球形微凸体与刚性平面的接触情况。变形量与法向接触载荷的大小密切相关。随着载荷的逐渐增加,变形量逐渐增大,微凸体将逐渐由弹性变形向弹塑性转化,最终达到完全塑性。微凸体弹性临界变形量(微凸体从弹性向弹塑性转变时的变形量)为^[12]

$$\delta_{ec} = \left(\frac{\pi KH}{2E} \right)^2 R \quad (1)$$

其中 $K = 0.454 + 0.41v$

式中 E ——材料的等效弹性模量

R ——微凸体的曲率半径

H ——材料的硬度,与材料的屈服强度 σ_s 相关,一般取 $H = 2.8\sigma_s$,

K ——与材料的泊松比相关的系数

v ——材料的泊松比^[10]

Majumdar 等基于 Weierstrass - Mandelbrot (W - M) 函数建立了单个微凸体的接触变形模型,单个微凸体接触变形前的形貌可由 W - M 函数给出

$$z(x) = G^{D-1} l^{2-D} \cos \frac{\pi x}{l} \quad (2)$$

式中 l ——单个微凸体的接触长度

x ——任意点到微凸体最高点的水平距离

分形维数 $1 < D < 2$, 表示轮廓高度中高频和低频成分的分布比例, D 越大, 则高频成分所占的比例越大。 G 决定了轮廓高度, G 越大, 则其表面越粗糙。在微观尺度上, 微凸体接触长度 l 和接触点截面积 a' 的关系为

$$l = a'^{\frac{1}{2}} \quad (3)$$

微凸体顶端的曲率半径为

$$R = \left[\left. \frac{d^2 z(x)}{dx^2} \right|_{x=0} \right]^{-1} = \frac{a'^{\frac{D}{2}}}{\pi^2 G^{D-1}} \quad (4)$$

由式(2)和(4)得到微凸体变形量 δ 和接触点

截面积的关系为

$$\delta = G^{D-1} a'^{\frac{2-D}{2}} \quad (5)$$

由式(1)、(4)和(5)得到微凸体的弹性临界截面积

$$a'_{1c} = \frac{G^2}{\left(\frac{KH}{2E} \right)^{\frac{2}{D-1}}} \quad (6)$$

在弹性阶段, 实际接触面积是截面积的一半, 因此临界的接触面积为

$$a_{1c} = \frac{G^2}{2 \left(\frac{KH}{2E} \right)^{\frac{2}{D-1}}} \quad (7)$$

为了求解塑性临界接触面积, 假设两个半径为 R_1 和 R_2 微凸体, 分别发生从弹性到弹塑性的临界接触和从弹塑性到完全塑性的临界接触。Kogut 指出对于相同半径的半球塑性变形量是弹性临界变形量的 110 倍, 因此有

$$\delta_1 = \left(\frac{\pi KH}{2E} \right)^2 R_1 \quad (8)$$

$$\delta_2 = 110 \left(\frac{\pi KH}{2E} \right)^2 R_2 \quad (9)$$

将式(8)和(9)相比较并将式(4)、(5)、(7)代入有

$$a'_{2c} = \frac{a'_{1c}}{110^{\frac{1}{D-1}}} = \frac{G^2}{110^{\frac{1}{D-1}} \left(\frac{KH}{2E} \right)^{\frac{2}{D-1}}} \quad (10)$$

在塑性接触阶段, 实际接触面积和半球的截面积相等 $a_{2c} = a'_{2c}$ 。当接触点的截面积小于塑性临界截面积时微凸体发生塑性变形, 当接触点的截面积大于弹性截面积时, 微凸体发生弹性变形, 而当接触点的截面积位于弹性临界截面积和塑性截面积之间时, 微凸体发生弹塑性变形, 如图 1 所示。

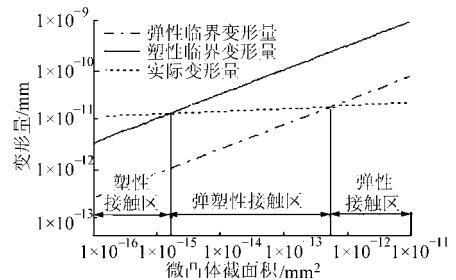


图 1 微凸体变形区域分布

Fig. 1 Distribution of deformation area of micro-bulge

2 粗糙表面的接触模型

2.1 粗糙表面的真实接触面积

MB 模型中指出, 当粗糙表面与刚性平面接触时, 微凸体接触面积 a 的分布规律与海洋岛屿面积的分布规律相似, 分布密度服从幂函数

$$n(a) = \frac{D}{2} \frac{a_m^{\frac{D}{2}}}{a^{\frac{D}{2}+1}} \quad (11)$$

式中 a_m ——最大的接触点面积

根据临界接触面积可以分别确定弹性接触面积、塑性接触面积和弹塑性接触面积为

$$A_{rp} = \int_0^{a_{2c}} n(a) a da = \frac{D}{2-D} a_m^{\frac{D}{2}} a_{2c}^{1-\frac{D}{2}} \quad (12)$$

$$A_{re} = \int_{a_{1c}}^{a_m} n(a) a da = \frac{D}{2-D} (a_m - a_m^{\frac{D}{2}} a_{1c}^{1-\frac{D}{2}}) \quad (13)$$

$$A_{rep} = \int_{a_{2c}}^{a_{1c}} n(a) a da = \frac{D}{2-D} (a_m^{\frac{D}{2}} a_{1c}^{1-\frac{D}{2}} - a_m^{\frac{D}{2}} a_{2c}^{1-\frac{D}{2}}) \quad (14)$$

总的接触面积是最大的接触点面积的函数,即

$$A_f = A_{re} + A_{rp} + A_{rep} = \frac{D}{2-D} a_m \quad (15)$$

2.2 粗糙表面的接触载荷

当 $a \geq a_{1c}$ 时微凸体发生弹性变形,根据 Hertz 接触理论,微凸体的接触面积 a 和接触载荷 p_e 分别为

$$a = \pi R \delta \quad (16)$$

$$p_e = \frac{4E}{3} R^{\frac{1}{2}} \delta^{\frac{3}{2}} \quad (17)$$

对于分形表面,接触载荷与接触面积的关系为

$$p_e = \frac{4 \sqrt{\pi} E G^{D-1} a^{\frac{3}{2}}}{3 a^{\frac{D}{2}}} = \frac{4 \sqrt{\pi} E G^{D-1} a^{\frac{3-D}{2}}}{3 \times 2^{\frac{D}{2}}} \quad (18)$$

结合面上总的弹性接触载荷为

$$P_e = \int_{a_{1c}}^{a_m} p_e n(a) da = \frac{4 \sqrt{\pi} E D G^{D-1} a_m^{\frac{D}{2}}}{3 \times 2^{\frac{D}{2}} (3-2D)} \left(a_m^{\frac{3-D}{2}} - a_{1c}^{\frac{3-D}{2}} \right) \quad (19)$$

当 $D=1.5$, 式(19)中分母为零,此时的载荷值通过将 $D=1.5+\Delta$ 代入式(19)求得,其中 Δ 是一个趋近于无穷小的数。在实际问题中, Δ 的取值取决于求解的精度。这样的处理无需在 $D=1.5$ 处采用一个与 $D \neq 1.5$ 时不同的载荷计算公式。

当 $a \leq a_{2c}$ 微凸体发生塑性变形。按照 AF 塑性接触模型,塑性接触载荷可以表示为

$$p_p = H a \quad (20)$$

结合面上总的塑性接触载荷为

$$P_p = H \int_0^{a_{2c}} a n(a) da = \frac{H D a_m^{\frac{D}{2}}}{2-D} a_{2c}^{\frac{2-D}{2}} \quad (21)$$

当 $a_{2c} \leq a \leq a_{1c}$ 时,微凸体发生弹塑性变形。Kogut 等基于有限元方法对半球的弹塑性接触进行了计算,并对接触面积和接触载荷与变形量的关系进行了函数拟合^[10]。但是 KE 模型在弹性和塑性临界干涉附近都是不连续的,出现了突变,显然这与事实不符。这里采用与 KE 模型相同形式的函数来

拟合平均接触载荷和接触面积的关系,同时保持函数的连续性,即弹性临界变形处接触力为 $KH a_{1c}$,塑性临界变形处接触力为 $H a$,拟合的结果为

$$H_c = 1.615 6 \delta_s \left(\frac{a}{a_{1c}} \right)^{\frac{\lg 1.733}{\lg 2 - \lg(110 D^{-1})}} \quad (22)$$

式中 H_c ——等效弹塑性硬度,即弹塑性变形时接触面积上的压力

微凸体上的弹塑性接触载荷为

$$p_{ep} = H_c a \quad (23)$$

结合面上总的弹塑性接触载荷为

$$P_{ep} = \int_{a_{2c}}^{a_{1c}} H_c a n(a) da = \frac{0.807 8 \delta_s D a_{1c}^{-c} a_m^{\frac{D}{2}}}{C - 0.5 D + 1} \left(a_{1c}^{C-\frac{D}{2}+1} - a_{2c}^{C-\frac{D}{2}+1} \right) \quad (24)$$

$$\text{其中 } C = \frac{\lg 1.733}{\lg 2 - \lg(110 D^{-1})}$$

总的接触载荷为

$$P = P_e + P_{ep} + P_p \quad (25)$$

接触载荷是微凸体最大的接触面积 a_m 的函数,而 a_m 是实际接触面积的函数,因此接触载荷是实际接触面积的函数。

3 数值仿真

仿真参数: $E = 230 \text{ GPa}$, $\nu = 0.3$, G 取 10^{-13} 、 10^{-14} 、 10^{-15} m , D 取 $1.2 \sim 1.9$, 接触面积 $A_R = (0.01 \sim 0.1) A_0$, A_0 为名义接触面积,这里取 $A_0 = 1000 \text{ mm}^2$ 。

图2为接触载荷随实际接触面积的变化规律。由图可见,接触载荷与实际接触面积呈近似的线性关系。在同样的接触载荷下,随着 G 的增加,接触面积减小,这意味着随着表面粗糙度的增加,结合面上实际接触面积减小,实际接触面积上压强增加,应力更加集中。分形维数对接触载荷的影响是复杂的,如图3所示,随着分形维数的增加,接触载荷先减小后增加。

图4和图5是弹塑性接触面积占总的接触面积比与分形维数及实际接触面积间的关系。弹塑性接触面积比随着实际接触面积的增加而略微减小,同时随着 G 值的减小而减小。分形维数的影响规律

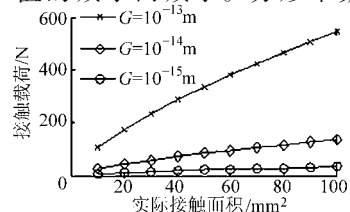


图2 接触载荷随实际接触面积的变化曲线 ($D=1.4$)

Fig. 2 Changing trend of contact force with real contact area ($D=1.4$)

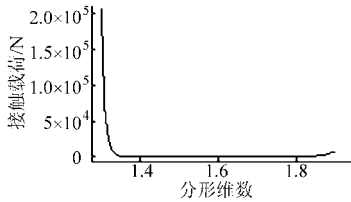


图 3 接触载荷随分析维数的变化曲线 ($A = 100 \text{ mm}^2$, $G = 10^{-15} \text{ m}$)

Fig. 3 Changing trend of contact force with fractal dimension ($A = 100 \text{ mm}^2$, $G = 10^{-15} \text{ m}$)

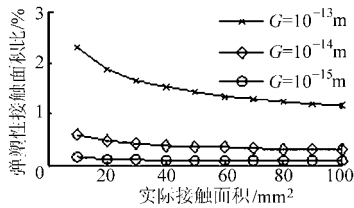


图 4 弹塑性接触面积比与实际接触面积的关系曲线 ($D = 1.4$)

Fig. 4 Changing trend of share of elastic-plastic contact area with real contact area ($D = 1.4$)

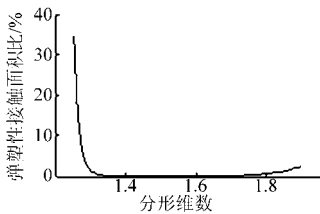


图 5 弹塑性接触面积比与分形维数的关系曲线 ($A = 100 \text{ mm}^2$, $G = 10^{-15} \text{ m}$)

Fig. 5 Changing trend of share of elastic-plastic contact area with fractal dimension ($A = 100 \text{ mm}^2$, $G = 10^{-15} \text{ m}$)

是复杂的,随着分形维数的增加,比值先减小后增加,最小值在 $D = 1.5$ 左右。图 6 和图 7 是弹塑性接触载荷比随实际接触面积变化规律。由图可见,弹塑性接触载荷是不可忽略的,所占的比例与粗糙度系数及接触面积无关,只随着分形维数的增加而减小。

图 8 和图 9 是忽略微凸体弹塑性变形与考虑微凸弹塑性变形所得的接触力比较以及相应的误差。忽略弹塑性变形的模型计算得到的接触力大于考虑

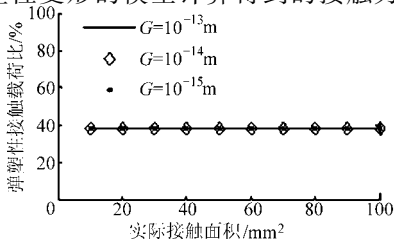


图 6 弹塑性接触载荷比与实际接触面积的关系曲线 ($D = 1.8$)

Fig. 6 Changing trend of share of elastic-plastic contact force with real contact area ($D = 1.8$)

弹塑性变形时的接触力,这是由于忽略弹塑性时将弹塑性变形视为完全塑性变形,显然对于同样的接触面积完全塑性接触力大于弹塑性的接触力。误差只与分形维数相关,随着分形维数的增加近似线性减小,在本文研究的范围内,误差的范围为 5% ~ 60%。

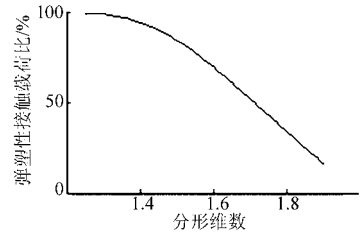


图 7 弹塑性接触载荷比与分形维数的关系曲线 ($A = 100 \text{ mm}^2$, $G = 10^{-15} \text{ m}$)

Fig. 7 Changing trend of share of elastic-plastic contact force with fractal dimension ($A = 100 \text{ mm}^2$, $G = 10^{-15} \text{ m}$)

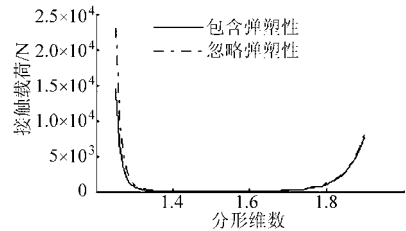


图 8 忽略弹塑性变形和考虑弹塑性变形所得的接触载荷曲线 ($A = 100 \text{ mm}^2$, $G = 10^{-15} \text{ m}$)

Fig. 8 Comparisons between contact force with and without elastic-plastic contact force ($A = 100 \text{ mm}^2$, $G = 10^{-15} \text{ m}$)

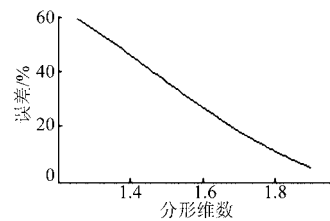


图 9 忽略弹塑性接触所产生的误差曲线
Fig. 9 Error due to the indifference to the elastic-plastic contact

4 结论

(1) 结合面之间的接触变形实质上是粗糙表面微凸体的接触,整个结合面上的微凸体处于弹性变形、弹塑性变形、塑性变形共存的状态。本文建立的结合面接触分形模型中考虑了微凸体的弹塑性变形,对现有的结合面接触分形模型进行了修正。

(2) 结合面的接触载荷与实际接触面积呈近似线性关系,且随着粗糙度的增加,结合面的应力集中情况加剧。分形维数对结合面接触载荷的影响是复杂的。弹塑性接触面积占总的接触面积的比例随着接触面积、分形维数和粗糙度幅值的变化而变化。

(3) 弹塑性接触载荷是不可忽略的,弹塑性接触载荷占总的载荷比例取决于表面分形维数的大小。忽略弹塑性变形会使得预估的接触载荷偏大,误差的大小取决于表面分形维数的大小。

参 考 文 献

- 1 Majumdar A, Bhushan B. Fractal model of elastic-plastic contact between rough surfaces[J]. ASME Journal of Tribology, 1991, 113(1):1~11.
- 2 尤晋闽,陈天宇.基于分形接触理论的结合面法向接触参数预估[J].上海交通大学学报,2011,45(9):1275~1280.
You Jinmin, Chen Tianning. Estimation for normal parameters of joint surfaces based on fractal theory [J]. Journal of Shanghai Jiaotong University, 2011, 45(9): 1275~1280. (in Chinese)
- 3 陈辉,胡元中,王慧,等.粗糙表面分形特征的模拟及其表征[J].机械工程学报,2006,42(9):219~223.
Chen Hui, Hu Yuanzhong, Wang Hui, et al. Simulation and characterization of fractal rough surfaces[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2006, 42(9): 219~223. (in Chinese)
- 4 张学良,温淑花,兰国生,等.平面结合面切向接触阻尼分形模型及其仿真[J].西安交通大学学报,2011,45(5):74~77.
Zhang Xueliang, Wen Shuhua, Lan Guosheng, et al. Fractal model for tangential contact damping of plane joint interfaces with simulation [J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2011, 45(5):74~77. (in Chinese)
- 5 温淑花,张学良,文晓光,等.结合面切向接触刚度分形模型建立与仿真[J].农业机械学报,2009,40(12):223~227.
Wen Shuhua, Zhang Xueliang, Wen Xiaoguang, et al. Fractal model of tangential contact stiffness of joint interfaces and its simulation[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2009, 40(12):223~227. (in Chinese)
- 6 温淑花,张学良,武美先,等.结合面法向接触刚度分形模型及其仿真[J].农业机械学报,2009,40(11):197~202.
Wen Shuhua, Zhang Xueliang, Wu Meixian, et al. A fractal model of normal contact stiffness of joint interfaces and its simulation [J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2009, 40(11): 197~202. (in Chinese)
- 7 兰国生,张学良,丁红钦,等.基于分形理论的结合面静摩擦因数改进模型[J].农业机械学报,2012,43(1):213~218.
Lan Guosheng, Zhang Xueliang, Ding Hongqin, et al. Modified model of static friction coefficient of joint interfaces based on fractal theory[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2012, 43(1):213~218. (in Chinese)
- 8 兰国生,张学良,丁红钦,等.基于分形理论的结合面改进接触模型[J].农业机械学报,2011,42(10):217~223,229.
Lan Guosheng, Zhang Xueliang, Ding Hongqin, et al. Modified contact model of joint interfaces based on fractal theory [J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2011, 42(10):217~223,229. (in Chinese)
- 9 Robert L Jackson, Itzhak Green. A finite element study of elasto-plastic hemispherical contact against a rigid flat[J]. ASME Journal of Tribology, 2005, 127(2): 343~354.
- 10 Kogut L, Etsion I. Elastic-plastic contact analysis of a sphere and a rigid flat[J]. ASME Journal of Applied Mechanics, 2002, 69(5): 657~662.
- 11 赵永武,吕彦明,蒋建忠.新的粗糙表面弹塑性接触模型[J].机械工程学报,2007,43(3):95~101.
Zhao Yongwu, Lü Yanming, Jiang Jianzhong. New elastic-plastic model for the contact of rough surfaces[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2007, 43(3): 95~101. (in Chinese)
- 12 Chang W R, Estion I, Bogy D B. An elastic-plastic model for the contact of rough surfaces[J]. ASME Journal of Tribology, 1987, 109(2):257~263.

(上接第257页)

- 8 Oberpriller B, Burkhardt L, Griesbach B. Benchmark 3-continuous press hardening part B; benchmark analysis [R]. Switzerland: Institute of Virtual Manufacturing, 2008:125~129.
- 9 朱巧红.热成形模具热平衡分析及冷却系统设计优化[D].上海:同济大学,2007.
Zhu Qiaohong. Heat balance analysis of hot stamping and optimizing design of cooling system[D]. Shanghai: Tongji University, 2007. (in Chinese)
- 10 Shapiro A. Using LS-DYNA to model hot stamping[C]//Proceedings of 7th European LS-DYNA Conference, 2009:37~45.
- 11 Merklein M, Lechler J, Geiger M. Characterization of the flow properties of the quenchenable ultra high strength steel 22MnB5 [C]. CIRP Annals-Manufacturing Technology, 2006, 55(1):229~232.
- 12 Sikora S, Lenze F J. Hot-forming important parameters for the production of high-strength BIW parts[C]//Proceedings of the IDDRG 2006 Conference, 2006:295~301.