

五自由度并联机器人机构动力学模型*

陈修龙¹ 冯伟明¹ 赵永生²

(1. 山东科技大学机械电子工程学院, 青岛 266590; 2. 燕山大学机械工程学院, 秦皇岛 066004)

摘要: 提出了4-UPS-UPU 5自由度并联机器人机构,建立了机构的动力学模型。推导了UPS和UPU支链的运动学反解的解析方程,并建立了各个构件速度与动平台速度的映射关系;推导了各个运动构件的外力对应于5个驱动杆的等效驱动力,然后用虚功原理推导了4-UPS-UPU并联机器人机构的动力学模型,为支链中驱动力和约束力矩的求解以及整个机构的动力学分析奠定了基础。最后结合机构的工程应用实例,采用Matlab编程对动力学模型进行了实际计算,并绘制了机构驱动杆驱动力和约束力矩的变化曲线,将上述分析结果与ADAMS虚拟仿真结果对比验证了所建动力学模型的正确性。

关键词: 并联机构 动力学模型 五自由度 虚功原理

中图分类号: TP241; TH112 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-1298(2013)01-0236-08

Dynamics Model of 5-DOF Parallel Robot Mechanism

Chen Xiulong¹ Feng Weiming¹ Zhao Yongsheng²

(1. College of Mechanical and Electronic Engineering, Shandong University of Science and Technology, Qingdao 266590, China

2. College of Mechanical Engineering, Yanshan University, Qinhuangdao 066004, China)

Abstract: A 4-UPS-UPU spatial 5-DOF parallel robot mechanism was introduced. A dynamics model of 4-UPS-UPU was presented. The kinematics of the UPS and UPU chain of leg was analyzed and the velocity mapping relationships between the parts and the driving axis were established. The exterior force load and the equivalent driving force were deduced. The dynamics model of 4-UPS-UPU parallel robot mechanism was deduced by the virtual work principle approach, which was the foundation of the dynamic analysis. Combined with engineering application examples, numerical verification and virtual simulation verification of the results of driving force and constraining torque was carried out.

Key words: Parallel mechanism Dynamics model 5-DOF Virtual work principle

引言

并联机器人机构具有刚度质量比大、误差不累积、承载能力大等优点,在实际应用中与串联机构形成了互补,成为国际上机器人研究与应用的一个热点^[1-2]。5自由度并联机器人机构是少自由度并联机器人机构中极为重要的一类,与6自由度并联机器人机构相比,它具有机械结构简单,制造和控制成本相对较低等优点;比3、4自由度并联机器人机构又具有较多的自由度,5自由度并联机器人机构可

作为并联式五坐标测量机、五轴并联机床或五自由度工业机器人等,因此在工业生产和其他领域有广阔的应用前景。

并联机器人机构的各个构件间相互耦合,因此与传统的串联机构相比,其动力学方程更加复杂。动力学模型是进行动力学分析与综合的基础,建立动力学模型是进行机构动力性能评价、动力学优化设计以及动力学控制的必要条件。目前,建立并联机器人机构动力学模型的方法主要有3种:拉格朗日方法^[3-4]、牛顿-欧拉方法^[5-7]和虚功原理方

收稿日期: 2012-06-05 修回日期: 2012-07-05

* 国家自然科学基金资助项目(51005138)、山东省优秀中青年科学家科研奖励基金资助项目(BS2012ZZ008)、山东科技大学杰出青年基金资助项目(2011KYJQ102)和山东科技大学研究生创新基金资助项目(YCA120329)

作者简介: 陈修龙,副教授,博士后,主要从事并联机器人及其动力学研究,E-mail: cxldy99@163.com

法^[8-10]。拉格朗日方法从能量的角度出发,得到的动力学方程形式相对简单,但当构件数目增加时,该方法的运算量很大。牛顿-欧拉方法以单个构件作为建模对象,采用笛卡尔坐标描述系统位形,该方法物理意义明确,推导过程复杂,计算量也较大。虚功原理方法比较简洁,模型中冗余信息少,处理动力学逆问题效率较高。

本文提出 4-UPS-UPU 空间 5 自由度并联机器人机构,并采用虚功原理建立该机构的动力学模型。分析该机构中各构件的运动特征,建立各构件与驱动轴之间的速度映射矩阵,在此基础上,建立机构的动力学模型,并以该机构用于并联坐标测量机和并联机床为例,采用理论数值分析与 ADAMS 虚拟仿真相结合的方法验证模型的正确性。

1 结构描述

4-UPS-UPU 空间 5 自由度并联机器人机构如图 1 所示。该机构由动平台、定平台和连接动平台、定平台的 5 个分支组成。定平台通过 4 个结构完全相同的驱动分支 UPS(虎克铰-移动副-球副)以及另一个驱动分支 UPU(虎克铰-移动副-虎克铰)与动平台相连接。4-UPS-UPU 并联机器人机构除具有并联机构的主要优点外,还具有以下主要特点:与 6 自由度并联机器人机构相比减少了 1 个多余的驱动支链,与带有约束支链的 5 自由度机器人并联机构(如 5-UPS-PRPU 机构)相比减少了 1 个约束支链,与混联机器人机构相比其运动惯量要小很多,动平台位姿灵活,位置正反解简单。

2 运动学分析

2.1 UPU 约束分支构件的运动学分析

虎克铰可视为两个转动副,则机构的 UPU 分支由转动副构件 1、转动副构件 2、移动副构件 3、转动副构件 4、转动副构件 5 组成。其各个构件的转角和位移分别为 θ_1 、 θ_2 、 l_2 、 θ_3 、 θ_4 。

采用单开链方法对 UPU 约束分支进行运动学

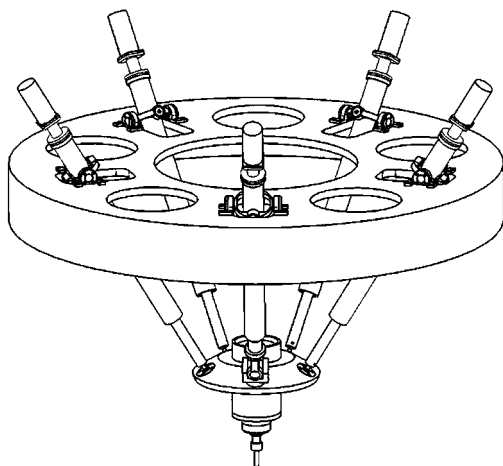


图 1 4-UPS-UPU 并联机器人机构图
Fig. 1 Mechanism diagram of 4-UPS-UPU

分析,首先在虎克铰 U1 处建立坐标系 $\{U_1 X_1 Y_1 Z_1\}$,其方向与定坐标系 $\{O_A X_A Y_A Z_A\}$ 相同,然后在虎克铰 U2 处建立坐标系 $\{U_2 X_2 Y_2 Z_2\}$,使其方向与动坐标系 $\{O_B X_B Y_B Z_B\}$ 相同,其它坐标系如图 2 所示。

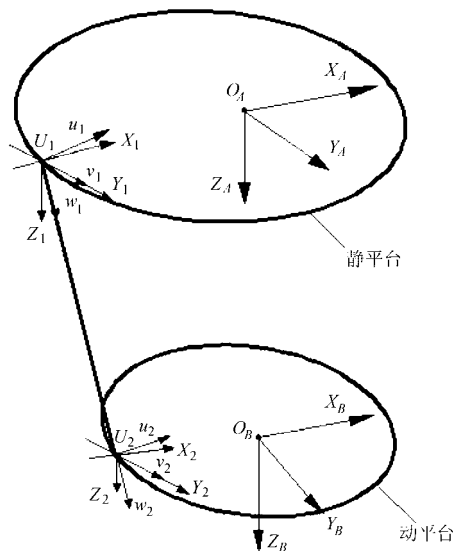


图 2 约束链分支中的坐标系
Fig. 2 Coordinate system of constraint limb

则通过 UPU 约束分支,可得到动坐标系 $\{B\}$ 相对于定坐标系 $\{A\}$ 的坐标转换矩阵为

$$R = \begin{bmatrix} c\theta_1 c\theta_4 - s\theta_1 c(\theta_2 + \theta_3) s\theta_4 & s\theta_1 s(\theta_2 + \theta_3) & c\theta_1 s\theta_4 + s\theta_1 c(\theta_2 + \theta_3) c\theta_4 & c\theta_1 c\theta_4 - l_3 s\theta_1 c(\theta_2 + \theta_3) s\theta_4 + c\theta_1 s\theta_4 + l_4 s\theta_1 c(\theta_2 + \theta_3) c\theta_4 + l_2 s\theta_1 c\theta_2 - l_1 \\ s(\theta_2 + \theta_3) s\theta_4 & c(\theta_2 + \theta_3) & -s(\theta_2 + \theta_3) c\theta_4 & l_3 s(\theta_2 + \theta_3) s\theta_4 - l_4 s(\theta_2 + \theta_3) c\theta_4 - l_2 s\theta_2 \\ -s\theta_1 c\theta_4 - c\theta_1 c(\theta_2 + \theta_3) s\theta_4 & c\theta_1 s(\theta_2 + \theta_3) & -s\theta_1 s\theta_4 + c\theta_1 c(\theta_2 + \theta_3) c\theta_4 & -s\theta_1 c\theta_4 - l_3 c\theta_1 c(\theta_2 + \theta_3) s\theta_4 - s\theta_1 s\theta_4 + l_4 c\theta_1 c(\theta_2 + \theta_3) c\theta_4 + l_2 c\theta_1 c\theta_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

动坐标系 $\{B\}$ 相对于定坐标系 $\{A\}$ 的坐标变换矩阵用欧拉角形式表示为

$${}^A\mathbf{R}_{XYZ}(\alpha, \beta, \gamma) = \begin{bmatrix} c\beta c\gamma & -c\beta s\gamma & s\beta & {}^AX_{B0} \\ sas\beta c\gamma + c\alpha s\gamma & -sas\beta s\gamma + c\alpha c\gamma & -sac\beta & {}^AY_{B0} \\ -cas\beta c\gamma + s\alpha s\gamma & cas\beta s\gamma + s\alpha c\gamma & cac\beta & {}^AZ_{B0} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

式中 l_1 ——定坐标系 $\{A\}$ 向坐标系 $\{U_1X_1Y_1Z_1\}$ 变换时沿 X 轴移动的距离

l_2 ——坐标系 $\{U_1X_1Y_1Z_1\}$ 向坐标系 $\{U_2X_2Y_2Z_2\}$ 变换时沿杆移动的距离

l_3 ——坐标系 $\{U_2X_2Y_2Z_2\}$ 向动坐标系 $\{B\}$ 变换时沿 X 轴移动的距离

l_4 ——坐标系 $\{U_2X_2Y_2Z_2\}$ 向动坐标系 $\{B\}$ 变换时沿 Z 轴移动的距离

α, β, γ ——欧拉变换角

$({}^AX_{B0}, {}^AY_{B0}, {}^AZ_{B0})$ ——动坐标系 $\{B\}$ 原点在定坐标系 $\{A\}$ 中的位置矢量

由于式(1)和(2)都是动坐标系 $\{B\}$ 相对于定坐标系 $\{A\}$ 的变换矩阵,所以两个公式是等价的,则可推出动平台位姿参数和约束分支参数的关系表达式

$${}^A\mathbf{P}_{B0} = \mathbf{G} {}^A\mathbf{P}_Y \quad (3)$$

其中 ${}^A\mathbf{P}_{B0} = [{}^AX_{B0} \quad {}^AY_{B0} \quad {}^AZ_{B0} \quad \alpha \quad \beta]^T$

$${}^A\mathbf{P}_Y = [\theta_1 \quad \theta_2 \quad l_2 \quad \theta_3 \quad \theta_4]^T$$

式中 \mathbf{G} ——变换系数矩阵

对式(3)求导得

$${}^A\dot{\mathbf{P}}_{B0} = \mathbf{G}_Y {}^A\dot{\mathbf{P}}_Y \quad (4)$$

其中 ${}^A\dot{\mathbf{P}}_{B0} = [{}^A\dot{X}_{B0} \quad {}^A\dot{Y}_{B0} \quad {}^A\dot{Z}_{B0} \quad \dot{\alpha} \quad \dot{\beta}]^T$

$${}^A\dot{\mathbf{P}}_Y = [\dot{\theta}_1 \quad \dot{\theta}_2 \quad \dot{l}_2 \quad \dot{\theta}_3 \quad \dot{\theta}_4]^T$$

式中 \mathbf{G}_Y ——一阶影响系数矩阵

对式(4)求导,得

$${}^A\ddot{\mathbf{P}}_{B0} = \mathbf{G}_Y {}^A\ddot{\mathbf{P}}_Y + {}^A\dot{\mathbf{P}}_Y^T \mathbf{M}_Y {}^A\dot{\mathbf{P}}_Y \quad (5)$$

其中 ${}^A\ddot{\mathbf{P}}_{B0} = [{}^A\ddot{X}_{B0} \quad {}^A\ddot{Y}_{B0} \quad {}^A\ddot{Z}_{B0} \quad \ddot{\alpha} \quad \ddot{\beta}]^T$

$${}^A\ddot{\mathbf{P}}_Y = [\ddot{\theta}_1 \quad \ddot{\theta}_2 \quad \ddot{l}_2 \quad \ddot{\theta}_3 \quad \ddot{\theta}_4]^T$$

式中 \mathbf{M}_Y ——二阶影响系数矩阵

由式(4)得

$${}^A\dot{\mathbf{P}}_Y = \mathbf{G}_Y^{-1} {}^A\dot{\mathbf{P}}_{B0} \quad (6)$$

由式(5)得

$${}^A\ddot{\mathbf{P}}_Y = \mathbf{G}_Y^{-1} ({}^A\ddot{\mathbf{P}}_{B0} - {}^A\dot{\mathbf{P}}_Y^T \mathbf{M}_Y {}^A\dot{\mathbf{P}}_Y) \quad (7)$$

将式(6)代入(7)得

$${}^A\ddot{\mathbf{P}}_Y = \mathbf{G}_Y^{-1} \{ {}^A\ddot{\mathbf{P}}_{B0} - (\mathbf{G}_Y^{-1} {}^A\dot{\mathbf{P}}_{B0})^T \mathbf{M}_Y (\mathbf{G}_Y^{-1} {}^A\dot{\mathbf{P}}_{B0}) \} \quad (8)$$

如果已知 ${}^A\mathbf{P}_Y = [\theta_1 \quad \theta_2 \quad l_2 \quad \theta_3 \quad \theta_4]^T$, ${}^A\dot{\mathbf{P}}_Y = [\dot{\theta}_1 \quad \dot{\theta}_2 \quad \dot{l}_2 \quad \dot{\theta}_3 \quad \dot{\theta}_4]^T$, ${}^A\ddot{\mathbf{P}}_Y = [\ddot{\theta}_1 \quad \ddot{\theta}_2 \quad \ddot{l}_2 \quad \ddot{\theta}_3 \quad \ddot{\theta}_4]^T$, 可利用速度、加速度递推公式,得到 UPU 约束分支各构件 i 在 $\{i\}$ 坐标系下的速度和加速度,各构件质心 Z_i 处的速度和加速度(具体结果略)。再通过约束分支 UPU 各构件的 $\{i\}$ 坐标系相对于定坐标系 $\{A\}$ 的坐标变换矩阵 ${}^A\mathbf{T}$, 可求得各个构件质心在定坐标系 $\{A\}$ 下的速度和加速度(具体结果略)。则质心 Z_i 处的速度与 ${}^A\dot{\mathbf{P}}_Y$ 的关系为

$$[{}^A\mathbf{V}_{Z_i} \quad {}^A\boldsymbol{\omega}_i]^T = \mathbf{J}_i {}^A\dot{\mathbf{P}}_Y \quad (9)$$

将式(6)代入式(9)得质心 Z_i 处的速度与动平台位姿参数导数 ${}^A\dot{\mathbf{P}}_{B0}$ 的关系为

$$[{}^A\mathbf{V}_{Z_i} \quad {}^A\boldsymbol{\omega}_i]^T = \mathbf{J}_i \mathbf{G}_Y^{-1} {}^A\dot{\mathbf{P}}_{B0} \quad (10)$$

2.2 UPS 分支构件的运动学分析

动平台上铰点的速度 ${}^A\mathbf{V}_{Si}$ 可表示为

$${}^A\mathbf{V}_{Si} = {}^A\mathbf{n}_i \dot{l}_i + {}^A\boldsymbol{\omega}_i \times {}^A\mathbf{n}_i l_i \quad (11)$$

式中 \dot{l}_i ——各驱动分支的线速度

${}^A\boldsymbol{\omega}_i$ ——各驱动分支的角速度

由于 ${}^A\boldsymbol{\omega}_i \perp {}^A\mathbf{n}_i$, 故可得

$${}^A\mathbf{n}_i \cdot {}^A\mathbf{V}_{Si} = \dot{l}_i \quad (12)$$

将 ${}^A\mathbf{V}_{Si} = {}^A\boldsymbol{\omega}_B \times {}^A\mathbf{r}_{Si} + {}^A\mathbf{V}_{B0}$ 代入式(12)得驱动轴的线速度为

$$\dot{l}_i = {}^A\mathbf{n}_i \cdot ({}^A\boldsymbol{\omega}_B \times {}^A\mathbf{r}_{Si}) + {}^A\mathbf{n}_i \cdot {}^A\mathbf{V}_{B0} = [{}^A\mathbf{n}_i^T \quad ({}^A\hat{\mathbf{r}}_{Si}^T {}^A\mathbf{n}_i)^T] [{}^A\mathbf{V}_{B0} \quad {}^A\boldsymbol{\omega}_B]^T \quad (13)$$

${}^A\hat{\mathbf{r}}_{Si}$ 为矢量 ${}^A\mathbf{r}_{Si}$ 的反对称算子, 如果 ${}^A\mathbf{r}_{Si} = (a \quad b \quad c)$, 则

$${}^A\hat{\mathbf{r}}_{Si} = \begin{bmatrix} 0 & -c & b \\ c & 0 & -a \\ -b & a & 0 \end{bmatrix}$$

对式(13)求导得驱动轴的线加速度为

$$\begin{aligned} \ddot{l}_i = & [{}^A\mathbf{n}_i^T \quad ({}^A\hat{\mathbf{r}}_{Si}^T {}^A\mathbf{n}_i)^T] [{}^A\mathbf{a}_{B0} \quad {}^A\boldsymbol{\varepsilon}_B]^T + \\ & {}^A\boldsymbol{\omega}_B^T {}^A\hat{\mathbf{r}}_{Si}^T {}^A\mathbf{n}_i \cdot {}^A\boldsymbol{\omega}_B + \frac{1}{l_i} [{}^A\mathbf{V}_{B0} \quad {}^A\boldsymbol{\omega}_B] [{}^A\mathbf{I} \quad -{}^A\hat{\mathbf{r}}_{Si}^T]^T \cdot \\ & [{}^A\mathbf{I} \quad -{}^A\hat{\mathbf{r}}_{Si}^T] [{}^A\mathbf{V}_{B0} \quad {}^A\boldsymbol{\omega}_B]^T - \\ & \frac{1}{l_i} [{}^A\mathbf{V}_{B0}^T \quad {}^A\boldsymbol{\omega}_B^T] [{}^A\mathbf{n}_i \quad {}^A\hat{\mathbf{r}}_{Si}^T {}^A\mathbf{n}_i]^T \cdot \\ & [{}^A\mathbf{n}_i^T \quad ({}^A\hat{\mathbf{r}}_{Si}^T {}^A\mathbf{n}_i)^T] [{}^A\mathbf{V}_{B0} \quad {}^A\boldsymbol{\omega}_B]^T \end{aligned} \quad (14)$$

式中 \mathbf{I} ——3 阶单位矩阵

用 ${}^A\mathbf{n}_i$ 叉乘式(11)得

$${}^A\boldsymbol{\omega}_i = \frac{{}^A\mathbf{n}_i \times {}^A\mathbf{V}_{Si}}{l_i} \quad (15)$$

将 ${}^A\mathbf{V}_{Si} = {}^A\boldsymbol{\omega}_B \times {}^A\mathbf{r}_{Si} + {}^A\mathbf{V}_{BO}$ 代入式(15)得驱动轴的角速度为

$${}^A\boldsymbol{\omega}_i = \frac{{}^A\mathbf{n}_i}{l_i} \times ({}^A\boldsymbol{\omega}_B \times {}^A\mathbf{r}_{Si} + {}^A\mathbf{V}_{BO}) = \frac{1}{l_i} [{}^A\hat{\mathbf{n}}_i \quad -{}^A\hat{\mathbf{n}}_i {}^A\hat{\mathbf{r}}_{Si}] [{}^A\mathbf{V}_{BO} \quad {}^A\boldsymbol{\omega}_B]^T \quad (16)$$

对式(16)求导得驱动轴的角加速度为

$${}^A\boldsymbol{\varepsilon}_i = \frac{1}{l_i} ([{}^A\mathbf{n}_i^T \quad -{}^A\mathbf{n}_i {}^A\hat{\mathbf{r}}_{Si}^T] [{}^A\mathbf{a}_{BO} \quad {}^A\boldsymbol{\varepsilon}_B]^T - {}^A\hat{\mathbf{n}}_i {}^A\hat{\boldsymbol{\omega}}_B^T {}^A\hat{\mathbf{r}}_{Si} {}^A\boldsymbol{\omega}_B) - \frac{2}{l_i^2} [{}^A\mathbf{n}_i^T \quad -{}^A\mathbf{n}_i {}^A\hat{\mathbf{r}}_{Si}^T] \cdot [{}^A\mathbf{V}_{BO} \quad {}^A\boldsymbol{\omega}_B]^T [{}^A\mathbf{n}_i^T \quad ({}^A\hat{\mathbf{r}}_{Si} {}^A\mathbf{n}_i)^T] [{}^A\mathbf{V}_{BO} \quad {}^A\boldsymbol{\omega}_B]^T \quad (17)$$

驱动轴可分为两部分:一部分为与定平台连接的摆动轴,质心为 Z_{Ui} ,质心到定平台虎克铰 U_i 的距离为 l_{Ui} ;另一部分为与动平台连接的伸缩轴,质心为 Z_{Si} ,质心到动平台球铰点 S_i 的距离为 l_{Si} 。

摆动轴质心 Z_{Ui} 处的线速度为

$${}^A\mathbf{V}_{ZUi} = {}^A\boldsymbol{\omega}_i \times {}^A\mathbf{n}_i l_{Ui} \quad (18)$$

摆动轴质心 Z_{Ui} 处的线加速度为

$${}^A\mathbf{a}_{ZUi} = {}^A\boldsymbol{\varepsilon}_i \times {}^A\mathbf{n}_i l_{Ui} + {}^A\boldsymbol{\omega}_i \times ({}^A\boldsymbol{\omega}_i \times {}^A\mathbf{n}_i) l_{Ui} \quad (19)$$

伸缩轴质心 S_{Ui} 处的线速度为

$${}^A\mathbf{V}_{ZSi} = {}^A\mathbf{n}_i \dot{l}_i + {}^A\boldsymbol{\omega}_i \times {}^A\mathbf{n}_i (l_i - l_{Si}) \quad (20)$$

伸缩轴质心 S_{Ui} 处的线加速度为

$${}^A\mathbf{a}_{ZSi} = {}^A\mathbf{n}_i \ddot{l}_i + {}^A\boldsymbol{\varepsilon}_i \times {}^A\mathbf{n}_i (l_i - l_{Si}) + {}^A\boldsymbol{\omega}_i \times ({}^A\boldsymbol{\omega}_i \times {}^A\mathbf{n}_i) (l_i - l_{Si}) + 2({}^A\boldsymbol{\omega}_i \times {}^A\mathbf{n}_i) \dot{l}_i \quad (21)$$

将式(16)代入式(18)得

$${}^A\mathbf{V}_{ZUi} = -\frac{l_{Ui}}{l_i} {}^A\hat{\mathbf{n}}_i^2 {}^A\mathbf{V}_{BO} + \frac{l_{Ui}}{l_i} {}^A\hat{\mathbf{n}}_i^2 {}^A\hat{\mathbf{r}}_{Si} {}^A\boldsymbol{\omega}_B \quad (22)$$

整理得摆动轴的速度与动平台的速度关系式为

$$\begin{bmatrix} {}^A\mathbf{V}_{ZUi} \\ {}^A\boldsymbol{\omega}_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{l_{Ui}}{l_i} \frac{{}^A\hat{\mathbf{n}}_i^2}{} & \frac{l_{Ui}}{l_i} \frac{{}^A\hat{\mathbf{n}}_i^2}{} {}^A\hat{\mathbf{r}}_{Si} \\ \frac{{}^A\hat{\mathbf{n}}_i}{} & -\frac{{}^A\hat{\mathbf{n}}_i}{} {}^A\hat{\mathbf{r}}_{Si} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}^A\mathbf{V}_{BO} \\ {}^A\boldsymbol{\omega}_B \end{bmatrix} \quad (23)$$

将式(11)代入式(20)得

$${}^A\mathbf{V}_{ZSi} = {}^A\mathbf{V}_{Si} - ({}^A\boldsymbol{\omega}_i \times {}^A\mathbf{n}_i) l_{Si} \quad (24)$$

将 ${}^A\mathbf{V}_{Si} = {}^A\boldsymbol{\omega}_B \times {}^A\mathbf{r}_{Si} + {}^A\mathbf{V}_{BO}$ 和式(16)代入式(24)得

$${}^A\mathbf{V}_{ZSi} = {}^A\mathbf{V}_{BO} \left(\mathbf{I} + \frac{l_{Si}}{l_i} \frac{{}^A\hat{\mathbf{n}}_i^2}{} \right) - {}^A\boldsymbol{\omega}_B \left({}^A\hat{\mathbf{r}}_{Si} + \frac{l_{Si}}{l_i} \frac{{}^A\hat{\mathbf{n}}_i^2}{} {}^A\hat{\mathbf{r}}_{Si} \right) \quad (25)$$

整理得伸缩轴的速度与动平台的速度关系式为

$$\begin{bmatrix} {}^A\mathbf{V}_{ZSi} \\ {}^A\boldsymbol{\omega}_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} + \frac{l_{Si}}{l_i} \frac{{}^A\hat{\mathbf{n}}_i^2}{} & -\left({}^A\hat{\mathbf{r}}_{Si} + \frac{l_{Si}}{l_i} \frac{{}^A\hat{\mathbf{n}}_i^2}{} {}^A\hat{\mathbf{r}}_{Si} \right) \\ \frac{{}^A\hat{\mathbf{n}}_i}{} & -\frac{{}^A\hat{\mathbf{n}}_i}{} {}^A\hat{\mathbf{r}}_{Si} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}^A\mathbf{V}_{BO} \\ {}^A\boldsymbol{\omega}_B \end{bmatrix} \quad (26)$$

3 各构件与驱动轴之间的速度映射矩阵

将 $\begin{bmatrix} {}^A\mathbf{V}_{BO} \\ {}^A\boldsymbol{\omega}_B \end{bmatrix} = \mathbf{T}_\omega [{}^A\mathbf{V}_{BO} \quad \dot{\alpha} \quad \dot{\beta} \quad \dot{\gamma}]^T$ 代入公式

$\begin{bmatrix} {}^A\mathbf{V}_{BO} & \dot{\alpha} & \dot{\beta} & \dot{\gamma} \end{bmatrix}^T = \mathbf{J}'_A \dot{\mathbf{L}}$,可得

$$\begin{bmatrix} {}^A\mathbf{V}_{BO} \\ {}^A\boldsymbol{\omega}_B \end{bmatrix} = \mathbf{T}_\omega \mathbf{J}'_A \dot{\mathbf{L}} \quad (27)$$

令 $\mathbf{J}''_A = \mathbf{T}_\omega \mathbf{J}'_A$, \mathbf{J}''_A 即为动平台与驱动轴之间的速度映射传递矩阵。

将 $\begin{bmatrix} {}^A\mathbf{V}_{BO} & \dot{\alpha} & \dot{\beta} & \dot{\gamma} \end{bmatrix}^T = \mathbf{J}'_A \dot{\mathbf{L}}$ 代入式(10)得

$$\begin{bmatrix} {}^A\mathbf{V}_{Zi} \\ {}^A\boldsymbol{\omega}_i \end{bmatrix} = \mathbf{J}_i \mathbf{G}_Y^{-1} \mathbf{J}'_A \dot{\mathbf{L}} \quad (28)$$

令 $\mathbf{J}_{Yi} = \mathbf{J}_i \mathbf{G}_Y^{-1} \mathbf{J}'_A$, \mathbf{J}_{Yi} 即为约束分支各构件与驱动轴之间的速度映射传递矩阵。

将式(27)代入式(23)得

$$\begin{bmatrix} {}^A\mathbf{V}_{ZUi} \\ {}^A\boldsymbol{\omega}_i \end{bmatrix} = \mathbf{J}_{Ui} \mathbf{T}_\omega \mathbf{J}'_A \dot{\mathbf{L}} \quad (29)$$

令 $\mathbf{J}'_{Ui} = \mathbf{J}_{Ui} \mathbf{T}_\omega \mathbf{J}'_A$, \mathbf{J}'_{Ui} 即为摆动杆与驱动轴之间的速度映射传递矩阵。

将式(27)代入式(26)得

$$\begin{bmatrix} {}^A\mathbf{V}_{ZSi} \\ {}^A\boldsymbol{\omega}_i \end{bmatrix} = \mathbf{J}_{Si} \mathbf{T}_\omega \mathbf{J}'_A \dot{\mathbf{L}} \quad (30)$$

令 $\mathbf{J}'_{Si} = \mathbf{J}_{Si} \mathbf{T}_\omega \mathbf{J}'_A$, \mathbf{J}'_{Si} 即为伸缩杆与驱动轴之间的速度映射传递矩阵。

4 动力学建模

4.1 动平台的受力分析

动平台在定坐标系 $\{A\}$ 下的惯性力

$${}^A\mathbf{f}_B = -m_B {}^A\mathbf{a}_B \quad (31)$$

动平台在定坐标系 $\{A\}$ 下的惯性力矩

$${}^A\mathbf{n}_B = -{}^A\mathbf{T}^B \mathbf{I}_B {}^A\mathbf{T}^T \boldsymbol{\varepsilon}_B - {}^A\boldsymbol{\omega}_B \times ({}^A\mathbf{T}^B \mathbf{I}_B {}^A\mathbf{T}^T {}^A\boldsymbol{\omega}_B) \quad (32)$$

式中 ${}^B\mathbf{I}_B$ ——动平台的惯量

动平台在定坐标系 $\{A\}$ 下的重力

$${}^A\mathbf{G}_B = m_B {}^A\mathbf{g} \quad (33)$$

机构工作时在定坐标系 $\{A\}$ 下产生的力和力矩

$${}^A\mathbf{F}_B = {}^A\mathbf{T}^B \mathbf{F}_B \quad (34)$$

$${}^A\mathbf{M}_B = {}^A\mathbf{T}^B \mathbf{M}_B \quad (35)$$

4.2 UPU约束分支各构件的受力情况

约束分支各构件在定坐标系 $\{A\}$ 下的惯性力

$${}^A\mathbf{f}_i = -m_i {}^A\mathbf{a}_i \quad (36)$$

约束分支各构件在定坐标系 $\{A\}$ 下的惯性力矩

$${}^A n_i = -{}^A T_i^i I_i^A T_i^T \varepsilon_i - {}^A \omega_i \times ({}^A T_i^i I_i^A T_i^T \omega_i) \quad (37)$$

式中 ${}^i I_i$ ——约束分支各构件的惯量

约束分支各构件在定坐标系 $\{A\}$ 下的重力

$${}^A G_i = m_i {}^A g \quad (38)$$

4.3 UPS 分支各构件的受力情况

在驱动轴上建立坐标系 $\{C_i\}$, 使 Z_i 轴为各驱动轴的单位向量 ${}^A n_i$, 使 X_i 轴为 $X_i = {}^A n_i \times {}^A m_i$, 其中 ${}^A m_i$ 为动平台上虎克铰点在定坐标系下的位置的单位向量, ${}^A m_i = \frac{{}^A p_{ui}}{|{}^A p_{ui}|}$, 则 Y_i 轴为 $Y_i = Z_i \times X_i$ 。

坐标系 $\{C_i\}$ 相对于定坐标系 $\{A\}$ 的坐标变换矩阵为

$${}_{C_i}^A T = [{}^A n_i \times {}^A m_i \quad {}^A n_i \times ({}^A n_i \times {}^A m_i) \quad {}^A n_i]_{3 \times 3} \quad (39)$$

摆动杆在定坐标系 $\{A\}$ 下的惯性力

$${}^A f_{ui} = -m_{ui} {}^A a_{ui} \quad (40)$$

摆动杆在定坐标系 $\{A\}$ 下的惯性力矩

$${}^A n_{ui} = -{}_{C_i}^A T_i^i I_{ui C_i}^A T_i^T \varepsilon_i - {}^A \omega_i \times ({}_{C_i}^A T_i^i I_{ui C_i}^A T_i^T \omega_B) \quad (41)$$

式中 ${}^i I_{ui}$ ——摆动杆的惯量

摆动杆在定坐标系 $\{A\}$ 下的重力

$${}^A G_{ui} = m_{ui} {}^A g \quad (42)$$

伸缩杆在定坐标系 $\{A\}$ 下的惯性力

$${}^A f_{si} = -m_{si} {}^A a_{si} \quad (43)$$

伸缩杆在定坐标系 $\{A\}$ 下的惯性力矩

$${}^A n_{si} = -{}_{C_i}^A T_i^i I_{si C_i}^A T_i^T \varepsilon_i - {}^A \omega_i \times ({}_{C_i}^A T_i^i I_{si C_i}^A T_i^T \omega_B) \quad (44)$$

式中 ${}^i I_{si}$ ——伸缩杆的惯量

伸缩杆在定坐标系 $\{A\}$ 下的重力

$${}^A G_{si} = m_{si} {}^A g \quad (45)$$

4.4 动力学模型的建立

在定坐标系 $\{A\}$ 下, 首先把机构构件所受的外力简化为各自质心处的六维合力矢量, 然后再求出该矢量转化到 5 个驱动轴的等效驱动力。

动平台上所受的外力转化为 5 个等效驱动力

$$F_B = [{}^A J'']^T \begin{bmatrix} {}^A f_B + {}^A G_B + {}^A F_B \\ {}^A f_B + {}^A M_B \end{bmatrix} \quad (46)$$

UPU 分支构件所受的外力转化为 5 个等效驱动力

$$F_{Ui} = [J_m]^T \begin{bmatrix} {}^A f_i + {}^A G_i \\ {}^A n_i \end{bmatrix} \quad (47)$$

UPS 分支构件所受的外力转化为 5 个等效驱动力

$$F_{Si} = [{}^A J'_{ui}]^T \begin{bmatrix} {}^A f_{ui} + {}^A G_{ui} \\ {}^A n_{ui} \end{bmatrix} + {}^A J_{si}^T \begin{bmatrix} {}^A f_{si} + {}^A G_{si} \\ {}^A n_{si} \end{bmatrix} \quad (48)$$

由虚功原理可得机构 5 个驱动轴的驱动力与等效驱动力平衡方程

$$F + F_B + \sum_{i=1}^5 F_{Ui} + \sum_{i=1}^5 F_{Si} = 0 \quad (49)$$

则机构的动力学方程为

$$F = -F_B - \sum_{i=1}^5 F_{Ui} - \sum_{i=1}^5 F_{Si} \quad (50)$$

$F = (f_1, f_2, f_3, f_4, f_5)$, 为 5 个驱动轴的驱动力。

机构的力矩平衡方程为

$$\sum_{i=1}^5 r_i \times n_i f_i + M_1 + M = 0 \quad (51)$$

式中 M_1 ——UPU 分支作用在动平台上的约束力矩

M ——并联机器人机构的动平台受到的合外力偶矩

5 机构的动力学分析实例

分别以 4-UPS-UPU 并联机器人机构用于并联坐标测量机和并联机床为例, 对机构进行动力学仿真分析。

5.1 机构的结构参数

动平台的质量 $m_B = 105.85$ kg, 动平台的转动惯量 ${}^B I_B$ 为

$${}^B I_B = \begin{bmatrix} 2.744 & 0 & 0 \\ 0 & 1.920 & 0 \\ 0 & 0 & 1.854 \end{bmatrix}$$

摆动杆的长度 $l_{ui} = 0.76$ m, 摆动杆的质量 $m_{ui} = 26$ kg, 摆动杆的转动惯量 ${}^B I_{ui}$ 为

$${}^B I_{ui} = \begin{bmatrix} 1.255 & 0 & 0 \\ 0 & 1.255 & 0 \\ 0 & 0 & 0.033 \end{bmatrix}$$

伸缩杆的长度 $l_{si} = 0.88$ m, 伸缩杆的质量 $m_{si} = 8.45$ kg, 伸缩杆的转动惯量 ${}^B I_{si}$ 为

$${}^B I_{si} = \begin{bmatrix} 0.528 & 0 & 0 \\ 0 & 0.528 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0016 \end{bmatrix}$$

约束分支各构件的质量 $m_1 = 0.77$ kg、 $m_2 = 26$ kg、 $m_3 = 9.6$ kg、 $m_4 = 0.588$ kg、 $m_5 = 0.28$ kg, 约束分支各构件的动惯量 ${}^i I_i$ 为

$${}^1 I_1 = \begin{bmatrix} 0.0038 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0029 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0011 \end{bmatrix}$$

$${}^2I_2 = \begin{bmatrix} 1.2546 & 0 & 0 \\ 0 & 1.2542 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0331 \end{bmatrix}$$

$${}^3I_3 = \begin{bmatrix} 0.7821 & 0 & 0 \\ 0 & 0.7821 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0019 \end{bmatrix}$$

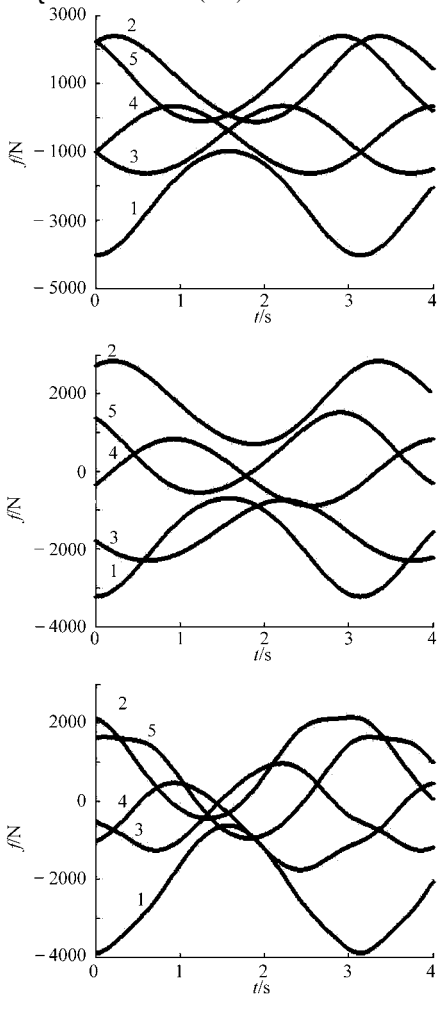
$${}^4I_4 = \begin{bmatrix} 0.0003 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0004 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0001 \end{bmatrix}$$

$${}^5I_5 = \begin{bmatrix} 0.0003 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0003 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0001 \end{bmatrix}$$

5.2 机构的动力学分析结果

并联机器人机构的动平台在 $Z = 980 \text{ mm}$ 的 XY 平面内作逆时针圆周运动, 圆周半径 $r = 150 \text{ mm}$ 、动平台的角速度 $\omega = 2 \text{ rad/s}$, 在整个运动过程中动平台的姿态角 $\alpha = \beta = 0^\circ$, 则动平台的运动位置函数为

$$\begin{cases} X = 150\cos(2t) \\ Y = -150\sin(2t) \end{cases} \quad (52)$$



根据上述推导出的 4-UPS-UPU 并联机器人机构的动力学模型, 利用 Matlab 数值计算可分别得到机构作为并联坐标测量机时动平台空载以及机构作为并联机床时动平台受外载荷、受外力偶矩时 5 个驱动杆的驱动力和 UPU 分支力矩变化曲线 (图 3)。利用 ADAMS 虚拟样机仿真得到 4-UPS-UPU 并联机器人机构作为并联坐标测量机时动平台空载以及机构作为并联机床时动平台受外载荷、受外力偶矩时 5 个驱动杆的驱动力和力矩变化曲线 (图 4)。

由图 3a 和图 4a 可知, 5 个驱动力的变化规律为正弦或余弦的曲线, 这与运动位置函数相对应。由于不受外力载荷, 在初始位置时 f_2 和 f_5 、 f_3 和 f_4 的大小相等, 第一轴受到的力最大。在开始位置时由于机构的对称性, 所以力矩在零时刻为零, 随着运动的进行第一杆 UPU 的力偶矩也有弦函数的变化规律。

图 3b 和图 4b 分别为数值计算和 ADAMS 虚拟

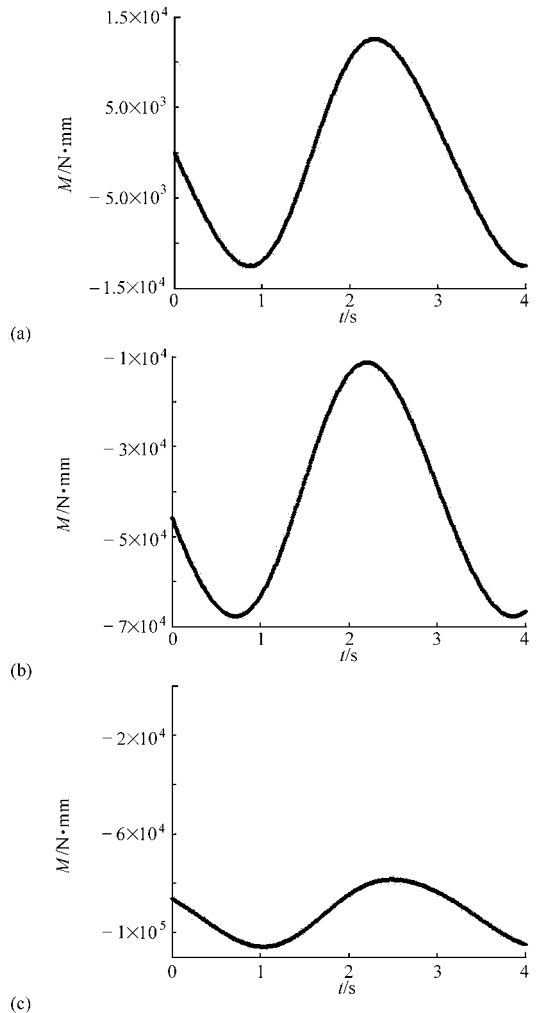


图 3 数值计算得到的驱动力及力矩变化曲线

Fig. 3 Five driving force and constraining torque obtained by numerical verification

(a) 空载时的圆周运动 (b) 受外载荷时的圆周运动 (c) 受外力偶矩时的圆周运动

样机仿真得到的机构作为并联机床动平台受外载荷 ${}^B\mathbf{F}_B = [-312.16 \quad 156.09 \quad -249.74]^T$, ${}^B\mathbf{M}_B = [60.438 \quad -124.864 \quad 2.497]^T$ 作用时5个驱动力及力矩变化曲线。由图3b和图4b可知,由于外载荷的存在,使得在初始位置时 f_2 和 f_5 、 f_3 和 f_4 的大小不再相等, f_1 的受力情况得到改善,在运动过程中它的数值有时并不是最大。其它各驱动力的变化规律仍大致为正弦或余弦的曲线。由于外载荷的作用力偶矩的大小在零时刻也不为零,但是随着运动的

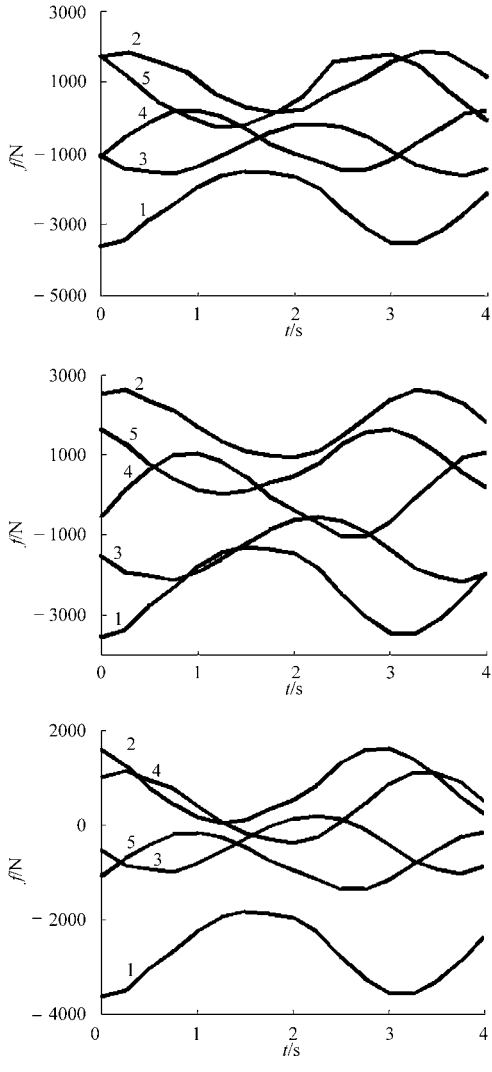


图4 ADAMS虚拟仿真得到的驱动力及力矩变化曲线

Fig. 4 Five driving force and constraining torque obtained by virtual simulation on ADAMS

(a) 空载时的圆周运动 (b) 受外载荷时的圆周运动 (c) 受外力偶矩时的圆周运动

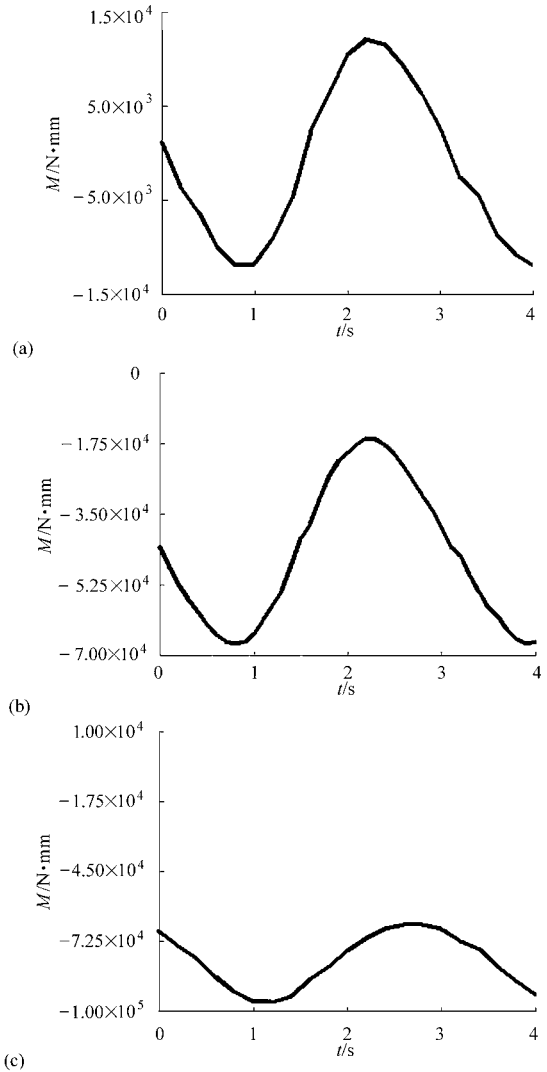
由图3和图4可以得出,用Matlab理论计算的结果与ADAMS的虚拟仿真结果基本上吻合,说明了理论运算与虚拟仿真运算的正确性。

6 结束语

分析了4-UPS-UPU5自由度并联机器人机构中各构件的运动情况,推导了UPS分支和UPU分支中各构件速度与动平台速度之间的关系矩

阵,建立了各构件运动速度与驱动速度之间的映射矩阵,推导了各个运动构件的外力对应于5个驱动杆的等效驱动力,基于虚功原理建立了机构驱动力与机构系统运动参数之间的动力学解析模型,并得到了机构的力矩平衡方程,结合具体的工程应用实例验证了理论模型的正确性,为4-UPS-UPU并联机器人机构的设计、刚度校核和控制奠定了理论基础。

图3c和图4c分别为数值计算和ADAMS虚拟样机仿真得到的机构作为并联机床动平台受到 $[0 \quad 0 \quad 100]^T$ 外力偶矩的作用时5个杆受力及力矩变化曲线。由图3c与图3a、3b相对应可知(或者由图4c与图4a、4b相对应可知),外力偶矩对5个杆的受力情况影响不大,5个驱动力的变化规律仍为正弦或余弦的曲线,但外力偶矩对第一轴UPU的力矩影响很大。



参 考 文 献

- 1 陈修龙, 贾帅帅, 邓昱, 等. 新型 4-UPS-UPU 并联坐标测量机刚柔耦合动力学性能[J]. 吉林大学学报: 工学版, 2011, 41(4): 1020 ~ 1024.
Chen Xiulong, Jia Shuaishuai, Deng Yu, et al. Dynamic behaviors of rigid-flexible coupling for novel 4-UPS-UPU parallel coordinate measuring machine [J]. Journal of Jilin University: Engineering and Technology Edition, 2011, 41(4): 1020 ~ 1024. (in Chinese)
- 2 陈修龙, 贾帅帅, 邓昱. 高速空间并联式坐标测量机动力学优化设计[J]. 农业机械学报, 2012, 43(3): 213 ~ 218.
Chen Xiulong, Jia Shuaishuai, Deng Yu. Dynamics optimization design of high-speed spatial parallel coordinate measuring machine [J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2012, 43(3): 213 ~ 218. (in Chinese)
- 3 白志富, 韩先国, 陈五一. 基于 Lagrange 方程三自由度并联机构动力学研究[J]. 北京航空航天大学学报, 2004, 30(1): 51 ~ 54.
Bai Zhifu, Han Xianguo, Chen Wuyi. Study of a 3-DOF parallel manipulator dynamics based on Lagranges equation [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2004, 30(1): 51 ~ 54. (in Chinese)
- 4 王洪波, 黄真. 六自由度并联式机器人拉格朗日动力方程[J]. 机器人, 1990, 12(1): 23 ~ 26.
Wang Hongbo, Huang Zhen. Lagranges dynamic equation of six-DOF parallel multi-loop robot manipulator [J]. Robot, 1990, 12(1): 23 ~ 26. (in Chinese)
- 5 陈根良, 王皓, 来新民, 等. 基于广义坐标形式牛顿-欧拉方法的空间并联机构动力学正问题分析[J]. 机械工程学报, 2009, 45(7): 41 ~ 48.
Chen Genliang, Wang Hao, Lai Xinmin, et al. Forward dynamics analysis of spatial parallel mechanisms based on the Newton-Euler method with generalized coordinates [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2009, 45(7): 41 ~ 48. (in Chinese)
- 6 孔令富, 张世辉, 肖文辉, 等. 基于牛顿-欧拉方法的 6-PUS 并联机构刚体动力学模型[J]. 机器人, 2004, 26(5): 395 ~ 399.
Kong Lingfu, Zhang Shihui, Xiao Wenhui, et al. Rigid body dynamics model of the 6-PUS parallel mechanism based on Newton-Euler method [J]. Robot, 2004, 26(5): 395 ~ 399. (in Chinese)
- 7 郭祖华, 陈五一, 陈鼎昌. 6-UPS 型并联机构的刚体动力学模型[J]. 机械工程学报, 2002, 38(11): 53 ~ 57.
Guo Zuhua, Chen Wuyi, Chen Dingchang. Dynamics model on the 6-UPS parallel mechanism [J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2002, 38(11): 53 ~ 57. (in Chinese)
- 8 Tsai L W. Solving the inverse dynamics of a Stewart Gough manipulator by the principle of virtual work [J]. ASME Journal of Mechanical Design, 2000, 122(1): 3 ~ 9.
- 9 赵永生, 郑魁敬, 施毅. 5-UPS/PRPU 五自由度并联机床动力学建模[J]. 机械设计与研究, 2004, 20(3): 45 ~ 47.
Zhao Yongsheng, Zheng Kuijing, Shi Yi. Dynamics modeling of 5-UPS/PRPU 5-DOF parallel machine tool [J]. Machine Design & Research, 2004, 20(3): 45 ~ 47. (in Chinese)
- 10 Zhao Y J, Yang Z Y, Huang T. Inverse dynamics of delta robot based on the principle of virtual work [J]. Transactions of Tianjin University, 2005, 11(4): 268 ~ 273.

~~~~~

(上接第 247 页)

- 8 Tu Chaoqiang, Yu Lizhen. Research on collision detection algorithm based on AABB-OBB bounding volume [C] // First International Workshop on Education Technology and Computer Science, ETCS'09, 2009, 5(26): 331 ~ 333.
- 9 Khatib O. Real-time obstacle avoidance for manipulators and mobile robot [J]. The International Journal of Robotics Research, 1986, 5(1): 90 ~ 98.
- 10 侯敬巍, 赵丁选, 巩明德, 等. 液压力觉双向伺服系统的策略切换控制[J]. 农业机械学报, 2012, 43(7): 190 ~ 193.  
Hou Jingwei, Zhao Dingxuan, Gong Mingde, et al. Strategy-switching control for hydraulic force bilateral servo system when catching objects [J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2012, 43(7): 190 ~ 193. (in Chinese)