

doi:10.6041/j.issn.1000-1298.2013.01.012

# 轴流泵叶轮非线性环量数学模型建立与试验\*

张德胜 施卫东 李通通 高雄发 关醒凡

(江苏大学流体机械工程技术研究中心, 镇江 212013)

**摘要:** 以轴流泵叶轮出口速度梯度方程和轴面速度表达式为基础,建立了轴流泵叶轮非线性环量数学模型,并推导了叶片出口流动方程式。采用微型五孔球形探针,对南水北调工程用轴流泵模型(TJ04-ZL-06)最优工况下叶轮出口不同半径位置的环量和轴面速度分别进行了试验测量。试验结果表明,高效轴流泵叶轮出口环量呈现非线性分布,在叶片中部较为平直,在轮毂侧环量降低至中部的0.8倍左右,而轮缘侧增大至中部的1.2倍左右;同时叶轮出口轴面速度分布呈现抛物线流型,叶片中部速度最大。基于建立的非线性环量数学模型对叶轮出口轴面速度分布进行了计算,结果表明不同半径的轴面速度计算值与试验值误差均小于5%,验证了数学模型的可靠性。

**关键词:** 轴流泵 非线性环量 数学模型 流动测量

**中图分类号:** TH311 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-1298(2013)01-0058-04

## Establishment and Experiment on Nonlinear Circulation Mathematical Model of Axial Flow Pump Impeller

Zhang Desheng Shi Weidong Li Tongtong Gao Xiongfa Guan Xingfan

(Research Center of Fluid Machinery Engineering and Technology, Jiangsu University, Zhenjiang 212013, China)

**Abstract:** The nonlinear circulation mathematical model of axial flow pump impeller was established based on the independence assumption of the cylindrical layer, the velocity gradient equation and meridional velocity equation in axial-flow impeller outlet. Miniature five-hole spherical probe was used to measure circulation and meridional velocity of South-to-North Water Diversion Project axial flow pump model (TJ04-ZL-06) in the blade outlet at the optimal condition. The experimental results show that the nonlinear circulation distribution appears in the axial flow impeller outlet. The circulation curve is relatively flat in the central of blade, while it reduces to about 0.8 times near hub and increases to about 1.2 times near tip. The meridional velocity distribution shows parabolic flow pattern and the maximum velocity appears in the middle of blade. The meridional velocity in blade outlet was calculated based on nonlinear circulation mathematical model. The results show that the calculated values show agreement with the experimental results, and the calculation errors of different radius points are less than 5%.

**Key words:** Axial-flow pump Nonlinear circulation Mathematical model Flow measurement

### 引言

轴流泵叶轮出口环量与轴面速度分布是轴流泵设计中的主要问题之一。传统的轴流泵水力设计通常采用等轴面速度、等环量流型方法进行轴流泵水力设计,实践表明,等环量分布方法难以研制出具有

高效率、高汽蚀性能的轴流泵<sup>[1-2]</sup>。20世纪80年代起,我国开始研究采用非均匀轴面速度、变环量流型方法进行轴流泵的水力设计<sup>[3-9]</sup>。轴流泵水力模型及其内部流动特性研究已取得了一定的进展<sup>[10-18]</sup>,但目前尚未形成高效轴流泵设计理论和方法。为完善轴流泵非线性环量设计,阐明高效轴流

收稿日期: 2012-02-07 修回日期: 2012-03-15

\* 国家自然科学基金资助项目(51109093、51079063)、江苏省自然科学基金资助项目(BK2011503)、中国博士后科学基金资助项目(2011M500117)和江苏大学高层次人才启动基金资助项目(11JDG038)

作者简介: 张德胜,助理研究员,博士,主要从事轴流泵理论及其流动特性研究,E-mail: zds@ujs.edu.cn

泵叶轮环量分布机理,本文以南水北调工程同台测试轴流泵模型为研究对象,建立轴流泵叶轮非线性环量数学模型,并通过五孔球形探针测量叶轮出口的环量和轴面速度分布,旨在为轴流泵非线性环量设计提供理论依据。

## 1 非线性环量分布数学模型的建立

考虑到工程设计需要,定义非线性环量系数的形式为

$$K_r(r) = a_0 + a_1 r + a_2 r^2 \quad (1)$$

式中  $K_r$ ——环量分布系数

$a_0, a_1, a_2$ ——常数

$r$ ——叶片出口半径, mm

该非线性环量分布形式,实质上是强制涡、等旋流和自由涡3种分布规律的综合。它的形状呈二次抛物线,作为环量非线性修正系数。

假设轴流泵叶轮内部流动相对流动是定常的,液体为理想流体,液体在不同半径的圆柱形流面上流动。则在轴流泵叶轮出口,可用  $v_{m2}$  和  $v_{u2}$  组成速度梯度方程,即

$$v_{m2} \frac{dv_{m2}}{dr} = \left( \omega - \frac{v_{u2}}{r} \right) \frac{dv_{u2} r}{dr} \quad (2)$$

式中  $v_{m2}$ ——叶轮出口轴面速度, m/s

$v_{u2}$ ——叶轮出口液体绝对速度圆周方向分速度, m/s

$\omega$ ——叶轮旋转角速度, rad/s

$r$ ——叶轮出口半径, mm

由式(2)可知,轴面速度  $v_{m2}$  与环量  $\Gamma$  是相关联的参数。因此,根据  $K_r$  最佳分布式(1)和式(2),可求出轴面速度分布。

根据式(1),则轴流泵叶轮出口非线性环量分布数学模型为

$$v_{u2} r = \frac{\Gamma}{2\pi} (a_0 + a_1 r + a_2 r^2) \quad (3)$$

为求解轴流泵转轮叶片沿径向出口处轴面速度和非线性环量分布,从理论上阐明轴面速度和环量的关系,联立

$$v_{m2} = \left\{ \frac{\Gamma}{2\pi} \left[ \left[ a_2 \left( \omega - \frac{\Gamma}{2\pi} a_2 \right) r^2 + a_1 \left( \omega - \frac{3\Gamma}{2\pi} a_2 \right) \right] r - \frac{\Gamma}{2\pi} (a_1^2 + a_0 a_2) \ln r + \frac{\Gamma}{2\pi} a_0 a_1 \frac{1}{r} + C_0 \right] \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (4)$$

$$Q_T = 2\pi \int_{r_h}^{r_t} v_{m2} r dr \quad (5)$$

式中  $Q_T$ ——理论流量,  $\text{m}^3/\text{s}$

$r_t$ ——叶轮出口轮缘半径, mm

$r_h$ ——叶轮出口轮毂半径, mm

$C_0$ ——常数

$$\frac{gQ_T H_T}{\Gamma \omega} = \int_{r_h}^{r_t} v_{m2} (a_0 r + a_1 r^2 + a_2 r^3) dr \quad (6)$$

式中  $H_T$ ——理论扬程, m

$g$ ——重力加速度,  $\text{m}/\text{s}^2$

从式(4)~(6)可知,  $a_0, a_1$  和  $a_2$  对求解方程组最为关键,本文中可依据试验测量结果给定。为了满足式(5)和式(6),可通过调整常数  $C_0$  获得满足方程组的轴面速度分布。为了快速、准确地计算,采用 VC++ 语言编程计算。

## 2 轴面速度和环量测量试验

### 2.1 试验模型

试验选用水利部南水北调工程天津同台测试高效轴流泵模型(TJ04-ZL-06),如图1所示。在  $0^\circ$  叶片转角最优工况下,流量  $Q = 401.64 \text{ L/s}$ ,扬程  $H = 4.80 \text{ m}$ ,效率  $\eta = 85.72\%$ ,汽蚀比转数为 1 002。

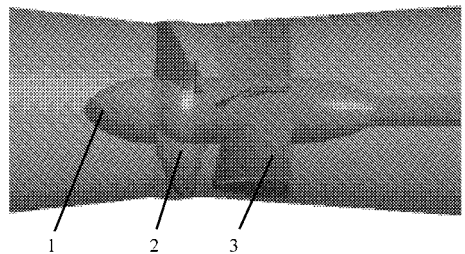


图1 系列轴流泵模型

Fig. 1 3-D models of axial flow pump

1. 轮毂 2. 叶轮 3. 导叶

### 2.2 试验装置

流动测量试验在江苏大学  $\Phi 400$  水泵模型泵段及水泵模型装置试验台上进行,试验装置如图2所示。

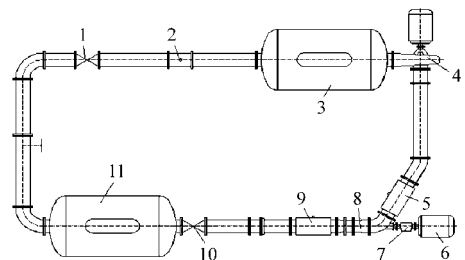


图2 轴流泵试验台示意图

Fig. 2 Test bed of axial flow pump

1. 调节阀 2. 电磁流量计 3. 稳压阀 4. 增压泵 5. 出口测压管 6. 电动机 7. 转速转矩仪 8. 模型泵 9. 进口测压管 10. 进口截止阀 11. 汽蚀罐

试验装置主要由稳压罐、汽蚀罐、进出口测压管、增压泵、电磁流量计、转速转矩仪、调节阀和模型泵等组成。转速转矩仪测量泵轴转速、转矩和轴功率,泵扬程由进出口压差传感器测量,流量由电磁流量计测量,并由采集系统输送到计算机。

在叶轮出口水平位置设计探针固定装置,探针测点布置见图3,通过调整探针水平距离,逐点推进测量。

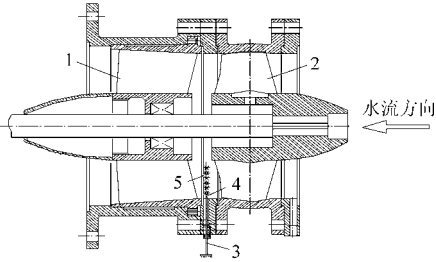


图3 探针测点布置图

Fig. 3 Probe measurement locations

1. 导叶 2. 叶轮 3. 五孔球形探针 4. 探头 5. 出口测点

### 2.3 测量方法

试验采用微型五孔球形探针,其具有测量精度较高、对流体特性及流动适应性较强、操作相对简便等优点,结构如图4所示。考虑到轴流泵叶轮出口水流冲击较大,对探针内部进行了密封胶加固处理,以减小探针变形和振动。探针圆球头部直径为5 mm,在球面上开有5个压力感应孔,中间的孔5用来测量流体的总压,其他4个互相垂直方向上的侧孔1~3及孔4用来测量流动方向及静压。每个压力感应孔分别与探针体内不锈钢管相通,探针末端通过连接嘴将橡胶管与测压计相连,并根据压力管之间的压力关系获得流场信息。

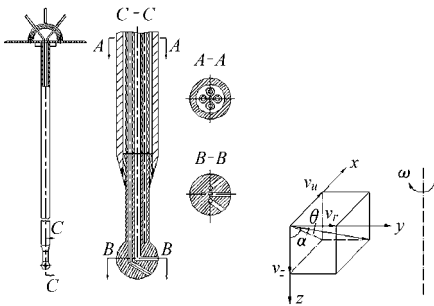


图4 五孔探针结构示意图

Fig. 4 Five-hole probe structure

采用半对向测量法逐点测量叶轮出口空间点的速度矢量。叶轮流道的空间尺寸大于探头直径的10倍,探针对流动的影响可忽略不计。为了减小壁面对流动的干扰,探针测点与壁面的最小距离为10 mm。根据理想流体绕流圆球的理论,可测得速度矢量。

空间速度矢量的投影坐标速度矢量在上述坐标轴上的投影可表示为

$$\begin{cases} v_u = v \cos \theta \sin \alpha \\ v_r = v \sin \theta \\ v_z = v \cos \theta \cos \alpha \end{cases} \quad (5)$$

式中  $v$ ——叶片出口绝对速度, m/s

$v_r$ ——径向速度, m/s

$v_z$ ——轴向速度, m/s

$\theta$ ——流动方向在孔1、2、3平面内偏斜角, ( $^\circ$ )

$\alpha$ ——流动方向在孔4、2、5平面内偏斜角, ( $^\circ$ )

### 2.4 试验结果与分析

图5和图6分别为试验测量的最优工况下叶轮出口轴面速度和环量分布。 $r^*$ 为径向位置的无量纲数,  $r^* = (r - r_h) / (r_t - r_h)$ 。

从图5中明显可见轴面速度呈现抛物线分布流型,即在叶片中部轴面速度最大,在轮毂和轮缘侧均逐渐降低。图6中可见叶片出口呈现非线性环量分布特征,在叶片中部较为平直,在轮毂侧逐渐降低了约20%,而轮缘侧与之相反,增大了约20%。通过回归拟合最优工况下环量分布数学函数式为  $\Gamma(r) = 5 \times 10^{-6} r^3 - 1.5 \times 10^{-2} r^2 + 0.1635r - 3.2516$ , 其中  $r \in [60, 150]$ 。

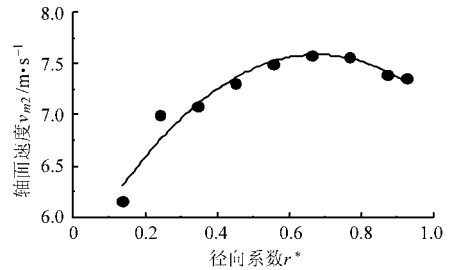


图5 叶轮出口轴面速度分布图

Fig. 5 Meridional velocity in impeller outlet

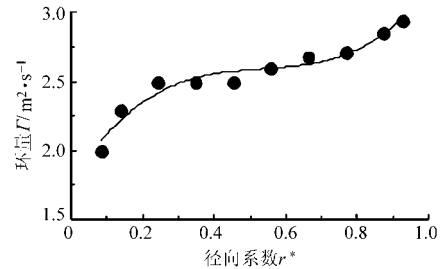


图6 叶轮出口环量分布图

Fig. 6 Circulation distribution in impeller outlet

对于本文试验的比转数为1000的轴流泵模型,式(3)中环量设计值  $\Gamma = 2.16 \text{ m}^2/\text{s}$ ,根据轴流泵模型(TJ04-ZL-06)的流场测量数据,拟合成式(1)结构的二次多项式方程,即

$$K_r(r) = -2 \times 10^{-5} r^2 + 0.0084r + 0.5492$$

根据联立式(4)~(6)组成的方程组,求解叶片出口不同半径离散的轴面速度值,计算结果与试验测量值对比如表1所示。

数值对比表明,采用非线性环量分布计算的轴面速度分布与试验测量结果吻合度较好,叶片不同半径离散点的计算误差均小于5%,因此,从理论上证明了本文建立的轴流泵非线性环量数学模型及其

表 1 轴面速度计算值与测量值对比

Tab.1 Meridional velocity comparison of calculated values and measurement values

半径 $r/\text{mm}$	轴面速度 $v_{m2}/\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$		误差/ $\%$
	计算值	测量值	
143	7.64	7.35	3.80
138	7.59	7.39	2.64
128	7.48	7.56	1.07
118	7.36	7.58	2.99
108	7.22	7.49	3.74
98	7.07	7.30	3.25
88	6.89	7.08	2.76
78	6.70	7.00	4.48
68	6.48	6.16	4.94

约束方程组的正确性,且非线性环量分布规律可以供轴流泵水力设计参考。

### 3 结论

(1) 以轴流泵叶轮出口速度梯度方程和轴面速度表达式为基础,建立了轴流泵叶轮非线性环量数学模型,并推导了基于非线性环量的轴面速度方程式及其约束方程组。

(2) 通过五孔探针逐点测量方法,对我国南水北调工程用高效轴流泵叶轮出口速度矢量进行了测量,在最优工况下轴流泵(TJ04-ZL-06)叶轮出口轴面速度均呈抛物线分布和非线性环量分布流型,并通过二次回归拟合了环量分布数学方程式。

(3) 根据测量的非线性环量分布系数,通过约束方程组求解了轴面速度分布,并与试验测量结果一致,验证了建立的非线性环量数学模型的正确性,也为高效轴流泵的水力设计提供了理论依据和参考。

### 参 考 文 献

- 赵锦屏,朱俊华.轴流式泵设计中环量分布规律的分析[J].华中工学院学报,1982,10(2):93~100.  
Zhao Jinping, Zhu Junhua. Circulation distribution in propeller-type pump design[J]. Journal of Huazhong University of Science and Technology, 1982, 10(2):93~100. (in Chinese)
- 金仲华.轴流泵变环量设计方法[J].水泵技术,1982(2):14~20.
- 郎继兴.轴流泵轴面速度流型设计理论的研究[J].北京农业工程大学学报,1987,7(4):47~55.  
Lang Jixing. The variable meridional velocity flow pattern design theory for axial-flow pump [J]. Journal of Beijing Agricultural Engineering University, 1987, 7(4):47~55. (in Chinese)
- 李文广,苏发章,黎义斌,等.轴流泵叶片设计中叶轮出口液体速度矩分布[J].兰州理工大学学报,2005,31(3):54~58.  
Li Wenguang, Su Fazhang, Li Yibin, et al. Distributuon of velocity-moment at rotor outlet in blade design of axial flow pumps[J]. Journal of Lanzhou University of Technology, 2005, 31(3):54~58. (in Chinese)
- 李文广,苏发章,黎义斌,等.轴流泵的叶片设计理论与应用研究现状[J].兰州理工大学学报,2004,30(5):59~63.  
Li Wenguang, Su Fazhang, Li Yibin, et al. State-of-the-art of vane design theories for axial-flow pumps and their application[J]. Journal of Lanzhou University of Technology, 2004, 30(5):59~63. (in Chinese)
- 关醒凡.轴流泵与斜流泵[M].北京:中国宇航出版社,2009.
- 张德胜.轴流泵叶轮非线性环量分布理论及试验研究[D].镇江:江苏大学,2010.
- 张德胜,施卫东,关醒凡,等.轴流叶轮进出口流场的测量[J].排灌机械,2009,27(4):210~214.  
Zhang Desheng, Shi Weidong, Guan Xingfan, et al. Measurement on flow field at inlet and outlet of axial-flow pump impeller[J]. Drainage and Irrigation Machinery, 2009, 27(4):210~214. (in Chinese)
- 李忠,杨敏官,王春林.轴流泵叶轮出口流场试验[J].农业机械学报,2009,40(9):94~97.  
Li Zhong, Yang Minguan, Wang Chunlin. Experiment of the flow field at the outlet of impeller of axial-flow pump[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2009, 40(9):94~97. (in Chinese)
- Zierke W C, Straka W A, Taylor P D. An experimental investigation of the flow through an axial-flow pump[J]. ASME Journal of Fluids Engineering, 1995, 117(3):485~490.
- 杨敬江,关醒凡.高比转数轴流泵水力模型设计[J].农业机械学报,2008,39(12):89~92.  
Yang Jingjiang, Guan Xingfan. Hydraulic design of high specific speed model axial-flow pump[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2008, 39(12):89~92. (in Chinese)
- Zhang Desheng, Shi Weidong, Chen Bin, et al. Unsteady flow analysis and experimental investigation of axial-flow pump[J]. Journal of Hydrodynamics, Ser. B, 2010, 22(1):35~44.
- Shi Weidong, Zhang Desheng, Guan Xingfan, et al. Numerical and experimental investigation on high-efficiency axial-flow pump [J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2010, 23(1):38~44.
- 王国玉,霍毅,张博,等.湍流模型在轴流泵性能预测中的应用与评价[J].北京理工大学学报,2009,29(4):309~313.  
Wang Guoyu, Huo Yi, Zhang Bo, et al. Evaluation of turbulence models for predicting the performance of an axial flow pump [J]. Transations of Beijing Institute of Technology, 2009, 29(4):309~313. (in Chinese)

动,但随后振幅将逐渐减小并最终趋于稳定,这些动力学特性的分析以及泵的实际运行效果表明该高压多级泵的水润滑轴承-转子系统是一个稳定的刚性转子系统。

## 参 考 文 献

- 1 周仲荣. 摩擦学发展前沿/学科发展战略研究报告[M]. 北京: 科学出版社, 2006: 135 ~ 138.
- 2 温诗铸, 黄平. 摩擦学原理[M]. 3版. 北京: 清华大学出版社, 2008: 147 ~ 170.
- 3 温诗铸. 纳米摩擦学研究进展[J]. 机械工程学报, 2007, 43(10): 1 ~ 8.  
Wen Shizhu. Progress of research on nanotribology[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2007, 43(10): 1 ~ 8. (in Chinese)
- 4 余江波. 基于资源节约与环境友好的高性能水润滑轴承关键技术研究[D]. 重庆: 重庆大学, 2006.  
Yu Jiangbo. Key technology study of resource-saving and environmental friendly high performance water lubricated bearings [D]. Chongqing: Chongqing University, 2006. (in Chinese)
- 5 关醒凡. 现代泵理论与设计[M]. 北京: 宇航出版社, 2011.
- 6 叶晓琰, 张军辉, 丁亚娜, 等. 海水淡化泵水润滑轴承间隙的优化设计[J]. 排灌机械工程学报, 2010, 28(2): 117 ~ 121.  
Ye Xiaoyan, Zhang Junhui, Ding Ya'na, et al. Optimization design for water buricated bearing clearance of seawater-desalination pump[J]. Journal of Drainage and Irrigation Machinery Engineering, 2010, 28(2): 117 ~ 121. (in Chinese)
- 7 吕延军, 虞烈, 刘恒. 流体动压滑动轴承-转子系统非线性动力特性及稳定性[J]. 摩擦学学报, 2005, 25(1): 61 ~ 66.  
Lü Yanjun, Yu Lie, Liu Heng. Stability and nonlinear dynamic behavior of a hydrodynamic journal bearing-rotor system [J]. Tribology, 2005, 25 (1): 61 ~ 66. (in Chinese)
- 8 张新敏, 王延合, 原宗久, 等. 多级离心泵转子临界转速的计算[J]. 水泵技术, 1999(3): 3 ~ 6.  
Zhang Xinmin, Wang Yanhe, Yuan Zongjiu, et al. Critical speed calculation to rotor of multistage centrifugal pumps[J]. Pump Technology, 1999(3): 3 ~ 6. (in Chinese)
- 9 何芝仙, 桂长林, 李震, 等. 轴-轴承系统动力学摩擦学弹性力学耦合分析[J]. 农业机械学报, 2007, 38(9): 116 ~ 121.  
He Zhixian, Gui Changlin, Li Xia, et al. Research on integrated effects of dynamics tribology and elastic mechanics of shaft-bearing system on variable load[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2007, 38(9): 116 ~ 121. (in Chinese)
- 10 闻邦椿, 顾家柳, 夏松波, 等. 高等转子动力学[M]. 北京: 机械工业出版社, 2000.
- 11 钟一谔, 何衍宗, 王正, 等. 转子动力学[M]. 北京: 清华大学出版社, 1987.
- 12 Zhang K, Zhao L, Zhao H B. Research on control of flywheel suspended by active magnetic bearing system with significant gyroscopic effects[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2004, 17(1): 63 ~ 66.
- 13 虞烈, 刘恒. 轴承-转子系统动力学[M]. 西安: 西安交通大学出版社, 2001.
- 14 Sattar F, Gao Xinting. Image enhancement based on a nonlinear multiscale method using dual-tree complex wavelet transform[C] //2003 IEEE Pacific Rim Conference on Communications, Computers, and Signal Processing-Proceedings, 2003, 2: 716 ~ 719.
- 15 张卫, 朱均. 转子-滑动轴承系统的稳定裕度[J]. 机械工程学报, 1995, 31(2): 57 ~ 62.  
Zhang Wei, Zhu Jun. Stability MARGIN of rotor-sliding bearing systems [J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 1995, 31(2): 57 ~ 62. (in Chinese)
- 16 Ho Y S, Liu H, Yu L. Stability and bifurcation of a rigid rotor-magnetic bearing system equipped with a thrust magnetic bearing [J]. Proc. IMechE, Part J: Journal of Engineering Tribology, 2001, 215(5): 457 ~ 470.

(上接第 61 页)

- 15 陈红勋, 朱兵. 单台轴流泵模型 0° 安放角的数值计算分析[J]. 水动力学研究与进展 A 辑, 2009, 24(4): 480 ~ 481.  
Cheng Hongxun, Zhu Bing. Analysis of numerical calculation on an axial-flow pump model with 0° installation angle[J]. Journal of Hydrodynamics Ser. A, 2009, 24(4): 480 ~ 481. (in Chinese)
- 16 施卫东, 张华, 陈斌, 等. 不同叶顶间隙下的轴流泵内部流场数值计算[J]. 排灌机械, 2010, 28(5): 374 ~ 377.  
Shi Weidong, Zhang Hua, Chen Bin, et al. Numerical simulation of internal flow field in axial-flow pump with different blade tip clearance sizes [J]. Drainage and Irrigation Machinery, 2010, 28(5): 374 ~ 377. (in Chinese)
- 17 张德胜, 施卫东, 张华, 等. 不同湍流模型在轴流泵性能预测中的应用[J]. 农业工程学报, 2012, 28(1): 66 ~ 70.  
Zhang Desheng, Shi Weidong, Zhang Hua, et al. Application of different turbulence models for predicting performance of axial flow pump[J]. Transactions of the Chinese Society of Agricultural Engineering, 2012, 28(1): 66 ~ 70. (in Chinese)
- 18 张德胜, 施卫东, 张华, 等. 轴流泵叶轮端壁区流动特性数值模拟[J]. 农业机械学报, 2012, 43(3): 73 ~ 77.  
Zhang Desheng, Shi Weidong, Zhang Hua, et al. Numerical simulation of flow field characteristics in tip clearance region of axial-flow impeller[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2012, 43(3): 73 ~ 77. (in Chinese)