

DOI:10.6041/j.issn.1000-1298.2012.09.042

# 基于声束追踪的变厚度曲面工件超声探头位姿规划\*

张杨<sup>1</sup> 周晓军<sup>1</sup> 杨辰龙<sup>1</sup> 李雄兵<sup>1,2</sup> 陈汝蒋<sup>1</sup> 牛彦牧<sup>1</sup>

(1. 浙江大学机械工程学系, 杭州 310027; 2. 中南大学 CAD/CAM 研究所, 长沙 410075)

**【摘要】** 针对传统变厚度曲面工件穿透法自动超声检测时各检测点声压变化大、信噪比低等问题,将多元高斯声束叠加声场建模方法引入曲面工件超声检测系统,建立接收声场数学模型,分析了检测参数对接收声压的影响,仿真与试验表明接收声压对探头姿态十分敏感,常规方法中探头位姿与声束路径间存在的小角度不可忽略,提出了基于声束追踪的探头位姿规划方法。针对双三次 B 样条曲面工件,先以常规方法确定发射探头位姿,然后从发射探头开始,追踪系统中声束,确定接收探头位姿。实际应用表明,与常规方法相比,基于声束追踪的探头位姿接收到的信号强、信噪比高,检测更精确。

**关键词:** 变厚度 曲面工件 超声检测 多元高斯声束叠加 探头位姿 声束追踪

**中图分类号:** TB553; TP391.76 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-1298(2012)09-0230-05

## Ultrasonic Probe Position and Orientation Planning for Curved Components with Variable Thickness Based on Ultrasonic Beam Analysis

Zhang Yang<sup>1</sup> Zhou Xiaojun<sup>1</sup> Yang Chenlong<sup>1</sup> Li Xiongbing<sup>1,2</sup> Chen Rujiang<sup>1</sup> Niu Yanmu<sup>1</sup>

(1. Department of Mechanical Engineering, Zhejiang University, Hangzhou 310027, China

2. CAD/CAM Institute, Central South University, Changsha 410075, China)

### Abstract

In traditional through transmission ultrasonic detection for curved components with variable thickness, the amplitude of receiving pressure was unsteady and the signal to noise ratio was always low. In order to solve this problem, an acoustic modeling method, called multi-Gaussian beam superposition technique was introduced into the curved component ultrasonic detection system. A receiving pressure model was established to analyze the effect on receiving pressure under different parameters. Analysis and the experiment results showed that the receiving pressure is very sensitive to the probe position and orientation. The angle existed between ultrasonic beam propagating path and probe position and orientation planning by conventional path generation method shouldn't be ignored. Taking bi-cubic B-spline surface workpiece for example, a new probe position and orientation planning method was proposed based on tracking ultrasonic beam propagation. The triggering probe position and orientation was planned firstly by regular method, then the receiving probe position and orientation was decided by tracking beam propagation from the trigger probe. Compared with the conventional method, practical application showed that the receiving signal is better and the detection results are more accurate by the proposed method.

**Key words** Variable thickness, Curved components, Ultrasonic detection, Multi-Gaussian beam superposition, Probe position and orientation, Ultrasonic beam propagation tracking

收稿日期: 2011-10-31 修回日期: 2011-12-29

\* 国家自然科学基金资助项目(51075358, 51005252)和浙江省自然科学基金资助项目(Y1090189)

作者简介: 张杨, 博士生, 主要从事超声自动化检测研究, E-mail: zhangyzju@163.com

通讯作者: 周晓军, 教授, 博士生导师, 主要从事自动化检测与信息处理研究, E-mail: emeesky@163.com

## 引言

变厚度曲面工件在车辆、模具等工业领域应用日趋广泛,对其实现高精度、高效率、高可靠性的超声自动检测是近年来该领域的前沿研究课题<sup>[1]</sup>。由于超声波在介质中传播具有很强的指向性,曲面工件超声检测时要求探头位姿随工件形状适时调整,因而国内外学者把研究重点放在曲面工件型面跟踪问题上。然而,用穿透法<sup>[2-4]</sup>检测变厚度曲面工件时,仅在近似等厚曲面工件中取得较好效果,而对形状、厚度变化剧烈的工件无法保证检测精度。因此进一步研究变厚度曲面工件超声检测探头位姿规划,对提高复杂工件检测能力具有重要的应用价值。

近年来,通过定量化和数字化的声场计算与分析模拟,解释和预测复杂检测系统中的声场变化,优化检测参数,已逐渐成为提高检测能力的重要手段<sup>[5]</sup>。在众多声场计算方法中,多元高斯声束叠加方法模型简单、计算快,容易描述声束在介质中传播、在界面处反射和折射时振幅衰减和相位变化,Jeong、Kimh<sup>[6-7]</sup>等已将其应用于斜探伤系统解释接收到的信号,而在复杂形状工件方面的应用还很少。

本文将多元高斯声束叠加方法应用到变厚度曲面工件超声检测系统中,建立接收声场模型,分析探头位姿对接收信号的影响,并针对双三次B样条曲面工件,提出基于声束跟踪的探头位姿规划方法。

## 1 问题描述

常规曲面工件检测要求声束入射方向与零件表面外法线方向保持一致<sup>[8]</sup>,其基本方法为:先获取满足检测要求的产品模型,然后,根据扫查间距生成曲面上的扫查点,由扫查点及其法矢通过运动学方程求解探头运动点位,引导探头跟踪曲面工件型面<sup>[9-10]</sup>。检测过程中,为防止碰撞,探头与工件表面保持一个设定距离,即以工件表面的等距面为探头运动轨迹面,如图1所示。检测方法分为反射法和穿透法,反射法检测时,只要保证探头位姿沿曲面法矢方向,使声束垂直入射,缺陷回波或底面回波沿原路径返回,接收到的缺陷信号清晰易辨,如图1a所示。然而,反射法存在如下不足:当缺陷分布集中在近表面或构件较薄时,缺陷回波与发射波、底面回波混叠在一起难以分辨;当构件为粗晶材料或内部为蜂窝、多层结构时,回波信号嘈杂,需要特殊的信号处理方法提取缺陷信号;同时,在变厚度工件自动检测时,为区别缺陷波与底面回波需要实时跟踪工件厚度变化,增加了系统负荷,降低了效率。对于这

些类型工件,穿透法是更好的选择。穿透法检测时,探头布置如图1b所示,探伤时两探头需配合运动,在近似等厚度曲面工件中,常规的探头位姿规划方法依然适用,发射探头位姿沿曲面法矢方向,由于工件近似等厚,两侧表面相当于等距面,声束近似直线传播,接收探头与发射探头位姿关于工件厚度对称。然而,在厚度变化剧烈或两侧表面形状变化不一致的工件中,声束传播较复杂,以曲面法矢方向为探头位姿进行探伤时,不同检测点声压变化大、信噪比低,检测效果不理想。为此,本文改进变厚度曲面工件检测方法,通过建立系统中声束传播模型,分析检测参数对接收信号的影响,进而优化检测参数。

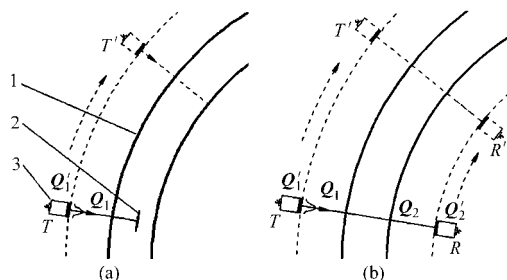


图1 曲面构件超声检测方法示意图

Fig. 1 Ultrasonic detection method for curved components

(a) 反射法 (b) 穿透法

1. 工件 2. 缺陷 3. 探头

## 2 声场建模与分析

### 2.1 声场建模

图2所示为变厚度曲面工件检测系统中的声束传播过程,从探头T射出的声束沿工件表面法线方向入射到界面 $S_1$ 后,一部分反射,一部分穿过界面并沿原方向在工件内部传播至另一侧表面 $S_2$ ,由于变厚度曲面两侧面非对称,在界面 $S_2$ 处通常会发生反射、折射和波型转换现象,声束方向遵循Snell定律。为分析检测参数对接收声场的影响,引入了声场建模方法。本文采用ABCD模块化<sup>[11]</sup>多元高斯声束叠加法建立接收探头所处空间声场分布模型

$$P(y) = \sum_{n=1}^{15} A^n \rho_1 c_1 v_0 \frac{\sqrt{\det M_1^n(d_1)}}{\sqrt{\det M_1^n(0)}} T_{12} \frac{\sqrt{\det M_2^n(d_2)}}{\sqrt{\det M_2^n(0)}} T_{21} \frac{\sqrt{\det M_3^n(d_3)}}{\sqrt{\det M_3^n(0)}} d \exp \left( i\omega \left( \frac{d_1}{c_1} + \frac{d_2}{c_2} + \frac{d_3}{c_3} + \frac{1}{2} \mathbf{Y}^T \mathbf{M}_3^n(d_3) \mathbf{Y} \right) \right) \quad (1)$$

其中  $\mathbf{Y} = [y_1 \ y_2]$   $\mathbf{y} = [y_1 \ y_2 \ y_3]$

式中 A——高斯系数  $n$ ——高斯系数序列号

$\omega$ ——声束频率

$\mathbf{y}$ ——接收端声场空间分布

$Y$ ——与声束传播方向  $y_3$  垂直的截面

$v_0$ ——发射探头表面速度

$\rho_1$ ——水密度

$c_1$ ——发射侧介质中声速

$c_2$ ——工件中声速

$c_3$ ——接收侧介质中声速

$d$ ——声束传播方向单位向量

$d_1$ ——发射探头水声距

$d_2$ ——工件中声束传播距离

$d_3$ ——接收探头水声距

$T_{12}$ ——射入工件时的声压穿透系数

$T_{21}$ ——射出工件时的声压穿透系数

$M_1^n, M_2^n, M_3^n$ ——声束传播中与声束幅值、相位相关的  $2 \times 2$  矩阵

上述各参数的推导计算见文献[12],文中不再赘述。线性超声检测系统中,接收信号的强弱取决于探头接收声场的强度,而探头接收声场是探头表面各质点总的响应,用探头表面平均声压表示接收声场的强弱,表示为

$$\bar{P} = \frac{\int_S P(\mathbf{y}) dS}{S} \quad (2)$$

式中  $S$ ——探头面积

分析接收声场模型可知,接收探头所处空间的声场分布取决于发射探头的位姿,而自动探伤时发射探头按常规方法规划探头位姿,当发射探头位姿确定后,接收信号取决于接收探头的位姿。

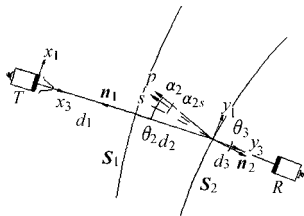


图2 检测系统中的声束传播示意图

Fig.2 Beam propagation in ultrasonic detection system

## 2.2 探头位姿分析

为考察接收探头位姿的影响,以图3所示蹄形试块为例进行了仿真和试验。试块材料为正火处理普通碳钢,表面研磨抛光,圆弧面半径  $R = 100$  mm,  $L = 50$  mm,探头主频率 5 MHz,晶片直径 6 mm。结果如图4所示,为准确反映声压变化趋势,避免发射声压不同对结果带来的影响,纵坐标表示接收声压相对于发射声压的比值。图4a所示为探头位置变化对接收声压的影响,保持探头轴心线与声束路径重合,沿轴心线前后移动探头,定义探头沿轴心线方向至工件距离为水声距  $d_3$ ,声压随水声距近似线性衰减。图4b所示为探头姿态对接收声压的影响,保

持水声距  $d_3 = 25$  mm 不变,调整探头轴心线与声束间夹角  $\theta$ ,随着夹角增大,探头偏离声束中心越远,接收声压强度快速下降,当偏转角度在  $1^\circ \sim 2^\circ$  时幅值下降小于 2 dB,而大于  $4^\circ$  时幅值下降超过 6 dB,可见接收声压对探头姿态十分敏感。超声自动探伤时,探头运动轨迹为工件等距面,探头位置引起水声距的变化很小,而探头姿态对接收声压影响很大,以图3中探头布置为例,从工件内部射出声束入射角为  $30^\circ$ ,钢中声速为 5 910 m/s,射出声束偏离法线  $7.2^\circ$ ,若探头仍沿法线方向则接收到的信号很弱。因此,在检测变厚度曲面工件时,接收探头应跟踪声束方向变化调整位姿。

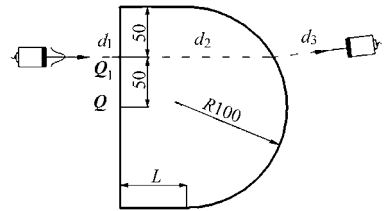


图3 蹄形试块及探头布置

Fig.3 U-shape test block and probe assignment

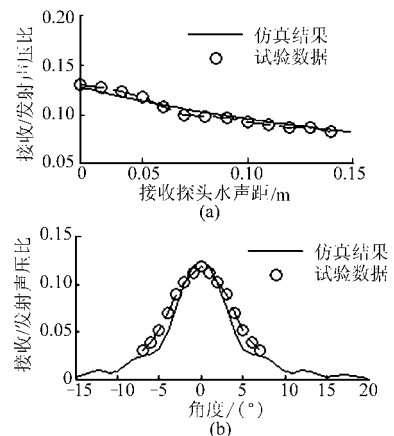


图4 探头位姿对接收声场的影响

Fig.4 Probe position and orientation effect on receiving pressure

(a) 探头位置对接收声压影响 (b) 探头姿态对接收声压影响

## 3 探头位姿规划

由于 B 样条曲面在工业中应用越来越广泛,对于双三次 B 样条曲面,为保证探头以最佳位姿检测,以发射侧工件表面为基准,离散生成各检测点位及其法矢,确定发射探头位姿,然后追踪声束路径,计算接收探头的位姿。

### 3.1 声束追踪

声束追踪可看成射线与曲面求交问题。设射线基点为  $Q_0$ ,方向为  $t$ ,则射线  $T$  的参数方程可表示为

$$T(s) = Q_0 + st \quad (3)$$

一张双三次 B 样条曲面表示为

$$S(u, v) = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m d_{i,j} B_{i,3}(u) B_{j,3}(v) \quad (4)$$

式中  $d_{i,j}$ ——控制顶点

$B_{i,3}(u)$ 、 $B_{j,3}(v)$ ——三次 B 样条基函数

如图 5 所示,将射线  $T$  平移旋转至与  $Z$  轴重合,曲面  $S(u, v)$  的控制顶点也一起做相应的平移旋转,得到新坐标系下的控制顶点为  $d_{i,j}^T$ 。

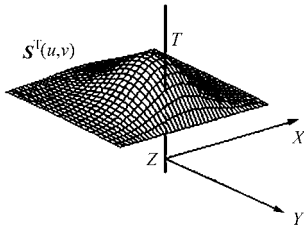


图 5 线面求交示意图

Fig. 5 Line intersection with surface

曲面方程改写为

$$S^T(u, v) = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m d_{i,j}^T B_{i,3}(u) B_{j,3}(v) \quad (5)$$

经过坐标变换,将  $T$  与  $S(u, v)$  的求交转化为  $S^T(u, v)$  与  $Z$  轴的求交,交点的  $X$ 、 $Y$  坐标为零,即

$$\begin{cases} S_x^T(u, v) = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m d_{xi,j}^T B_{i,3}(u) B_{j,3}(v) = 0 \\ S_y^T(u, v) = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m d_{yi,j}^T B_{i,3}(u) B_{j,3}(v) = 0 \end{cases} \quad (6)$$

式中  $d_{xi,y}^T$ ——控制顶点  $X$  坐标值

$d_{yi,j}^T$ ——控制顶点  $Y$  坐标值

这个非线性二元方程组的解  $(u, v)$  即为交点在曲面上的参数值,通常用牛顿法求解。其算法过程<sup>[13-14]</sup>大致如下:利用 B 样条曲面的凸包性与可分割性,快速判断射线是否与曲面相交区域,确定初始值进行牛顿法迭代求解。若存在多个交点,在判断与曲面是否相交时需估算射线基点与各相交区域距离,距离最近的区域即为所求交点搜索范围。

### 3.2 探头位姿计算

如图 1、2 所示,设探头入射侧工件表面为  $S_1(u, v)$ ,接收侧表面为  $S_2(u, v)$ ,探头移动轨迹面为距工件表面  $d$  的等距面,表示为

$$\begin{cases} S'_1 = S_1(u, v) + dn_1(u, v) \\ S'_2 = S_2(u, v) + dn_2(u, v) \end{cases} \quad (7)$$

以发射侧工件表面为基准,离散生成待测点集  $Q_1 = S_1(u_i, v_j)$  ( $i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n$ ),发射探头姿态为待测点外法矢方向

$$n_1(u_i, v_j) = \frac{S_{1u}(u_i, v_j) \times S_{1v}(u_i, v_j)}{|S_{1u}(u_i, v_j) \times S_{1v}(u_i, v_j)|} \quad (8)$$

式中  $S_{1u}(u_i, v_j)$ ——曲面点  $S_1(u_i, v_j)$  处  $u$  向切矢  
 $S_{1v}(u_i, v_j)$ ——曲面点  $S_1(u_i, v_j)$  处  $v$  向切矢

发射探头位置为

$$Q'_1 = Q_1 + d_1 n_1 \quad (9)$$

接收探头的位姿需要跟踪声束路径,设工件上声束入射点为  $Q_1$ ,则工件内部声束沿  $n_1(u_i, v_j)$  传播,利用声束追踪求出声束射出点  $Q_2$ ,并计算出该点法矢  $n_2$ ,然后求出声束入射角并根据 Snell 定律确定射出声束方向  $n_3$ ,同时利用声束追踪计算射出声束与等距面  $S'_2$  的交点  $Q'_2$ 。则接收探头姿态为  $n_3$  逆方向,位置为

$$Q'_2 = Q_2 + d_3 n_3 \quad (10)$$

## 4 实际应用

将提出的基于声束追踪的探头位姿规划方法编制成软件模块,嵌入到杭州浙大本月科技有限公司研发的十自由度超声检测系统,并成功应用于某车辆偏心环形构件的检测。十自由度超声检测系统有左右对称的机械手,各有  $x$ 、 $y$ 、 $z$  3 个平移自由度及绕  $x$ 、 $y$  轴的旋转自由度,精确控制探头位姿,如图 6 所示,图中 L 表示连杆结构,A 表示运动副。对某偏心环形试件上同一检测点,分别以常规方法和本文方法规划接收探头位姿,使探头在沿曲面法矢和跟踪声束路径两种位姿下接收信号,结果如图 7 所示。图 7a 为探头沿曲面法矢方向的接收信号,图 7b 为相同检测参数下,探头沿声束路径方向的接收信号,可以看到,基于声束跟踪方法接收到的信号更强。在超声检测中,强接收信号有助于提高系统的信噪比,这是因为如果接收信号较弱,通常需要提高系统增益,使信号幅值达到预设阈值范围,以便报警、成像等后续<sup>[15]</sup>处理,而与此同时,噪声信号也被放大。为方便比较,将探头移动至与图 7a 相同位置,提高系统增益,使接收信号幅值与图 7b 中信号幅值相同。接收信号如图 7c 所示,与沿声束方向接收信号相比,噪声信号明显放大,而在微弱信号检测中,噪声过大将使得信号难以提取。图 8 为带有人工缺陷的某偏心环形试件局部区域 C 扫图,为消除各检测

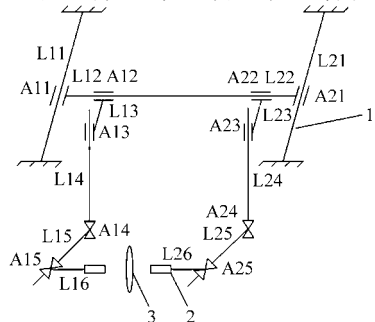


图 6 十自由度超声检测系统原理图

Fig. 6 Ten-degree of freedom ultrasonic detection system

1. 机械系统 2. 探头 3. 工件

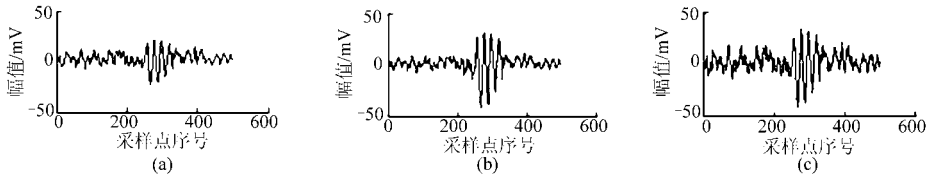


图7 接收信号对比

Fig.7 Comparison of receiving signal

(a) 法矢方向信号 (b) 声束方向信号 (c) 法矢方向调整增益后信号

点厚度、形状的影响,自动扫查前需调整各测点增益,合理选取待检测区域检测点,调整增益后使各测点接收信号达到设定幅值(剔除可能为缺陷处的信号变化较大点),其他测点处增益通过插值方法生成,自动扫查过程中则可实时调整增益。比较C扫图像可知,常规方法中接收信号弱,系统增益整体偏大,信噪比低,使得扫描图像中噪点多、边缘不清晰,而沿跟踪声束路径检测,能够在小增益条件下接收较强信号,有效抑制了噪声,获得的图像更加清晰准确。

## 5 结论

(1) 结合变厚度曲面工件自动超声检测探头移动轨迹及声束传播,基于多元高斯声束叠加法建立接收声场数学模型。分析声场模型,表明接收声压对探头位姿十分敏感,提出跟踪声束变化规划接收

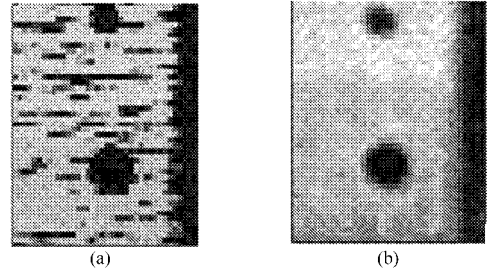


图8 偏心环局部区域C扫图像

Fig.8 Local area C scan images of eccentric ring

(a) 常规方法 (b) 本文方法

探头位姿。

(2) 针对双三次B样条曲面工件,以发射探头位姿为基准,追踪各检测点声束路径,规划接收探头位姿。与常规方法相比,跟踪声束变化的探头位姿接收信号强度高,能够在小增益条件下满足检测要求,使扫查效果更优。

## 参 考 文 献

- Haase W, Maurer A. Latest developments on industrial ultrasonic testing of aircraft components [C] // Proceedings of the World Conference on Non-Destructive Testing, Montreal, 2004: 225 ~ 236.
- Vesth L, Peser B, Kristensen W D. Robot system for ultrasonic examination of complex geometries [C] // Proceedings of the 7th European Conference on NDT, Copenhagen, 1998: 3 128 ~ 3 133.
- Diederichs R. Walk on the ECNDT'98 exhibition [EB/OL]. [1998-07]. <http://www.ndt.net/exhibit/events/ecndt98/ecndt98.htm>.
- 王艳颖,吴瑞明,周晓军,等. 大型非对称复合材料构件超声C扫描技术研究[J]. 浙江大学学报:自然科学版, 2004, 38(9): 1 208 ~ 1 211, 1 234.  
Wang Yanying, Wu Ruiming, Zhou Xiaojun, et al. Research on ultrasonic C-scan technique for large unsymmetric composite component [J]. Journal of Zhejiang University: Engineering Science, 2004, 38(9): 1 208 ~ 1 211, 1 234. (in Chinese)
- 丁辉. 计算超声学-声场分析及应用[M]. 北京: 科学出版社, 2010.
- Kimh J, Park J S, Song J S, et al. Modeling angle beam ultrasonic testing using multi-Gaussian beams [J]. Journal of Nondestructive Evaluation, 2004, 23(3): 81 ~ 93.
- Jeong H, Schmerr L W. Ultrasonic transducer fields modeled with a modular multi-Gaussian beam and application to a contact angle beam testing [J]. Research in Nondestructive Evaluation, 2008, 19(2): 87 ~ 103.
- 郑慧峰,周晓军,李雄兵. 基于本体多关节的超声检测机器人误差补偿[J]. 农业机械学报, 2008, 39(4): 164 ~ 167.  
Zheng Huifeng, Zhou Xiaojun, Li Xiongbing. Research on error compensation of multi-joint ultrasonic robot based on ontology [J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2008, 39(4): 164 ~ 167. (in Chinese)
- Kazys R, Mazeika L, Sliteris R. Online profiling of nonplanar objects by high-resolution air-coupled ultrasonic distance measurements [J]. IEEE Transactions on instrumentation and measurement, 2007, 56(5): 1 825 ~ 1 830.
- Lee K H, Park H. Automated inspection planning of free-form shape parts by laser scanning [J]. Robotics and Computer Integrated Manufacturing, 2000, 16(4): 201 ~ 210.

- 4 李海涛,魏文军. 摆线齿锥齿轮齿面接触区的计算机辅助分析[J]. 中国农业大学学报, 2004, 9(5):45~50.  
Li Haitao, Wei Wenjun. Computer aided analysis for contact pattern of prolate epicycloids bevel and hypoid gears[J]. Journal of China Agricultural University, 2004, 9(5):45~50. (in Chinese)
- 5 Shih Y P, Fong Z H, Lin G C Y. Mathematical model for a universal face hobbing hypoid gear generator[J]. ASME Journal of Mechanical Design, 2007, 129(1):38~47.
- 6 Fan Q. Enhanced algorithms of contact simulation for hypoid gear drives produced by face-milling and face-hobbing processes [J]. ASME Journal of Mechanical Design, 2007, 129(1):31~37.
- 7 Shih Y P, Fong Z H. Flank modification methodology for face-hobbing hypoid gears based on ease-off topography[J]. ASME Journal of Mechanical Design, 2007, 129(12):1 294~1 302.
- 8 Vimercati M. Mathematical model for tooth surfaces representation of face-hobbed hypoid gears and its application to contact analysis and stress calculation [J]. Mechanism and Machine Theory, 2007, 42(6):668~690.
- 9 Shih Y P. A novel ease-off flank modification methodology for spiral bevel and hypoid gears [J]. Mechanism and Machine Theory, 2010, 45(8):1 108~1 124.
- 10 Litvin F L, Fuentes A. Gear geometry and applied theory[M]. United Kingdom: Cambridge University Press, 2004.
- 11 董学朱. 摆线齿锥齿轮及准双曲面齿轮设计和制造[M]. 北京:机械工业出版社, 2002.
- 12 曾韬. 螺旋锥齿轮设计与加工[M]. 哈尔滨:哈尔滨工业大学出版社, 1989.
- 13 唐进元,雷国伟. 含误差的齿面接触分析初始点确定算法[J]. 航空动力学报, 2010, 25(7):1 670~1 675.  
Tang Jinyuan, Lei Guowei. Algorithm for determination of the initial point in error tooth contact analysis [J]. Journal of Aerospace Power, 2010, 25(7):1 670~1 675. (in Chinese)
- 14 魏冰阳,方宗德,周彦伟,等. 螺旋锥齿轮振动研磨的运动模型研究与分析[J]. 机械科学与技术, 2004, 23(3):253~259.  
Wei Bingyang, Fang Zongde, Zhou Yanwei, et al. Study on kinematics model of vibration lapping process for spiral bevel gears [J]. Mechanical Science and Technology, 2004, 23(3):253~259. (in Chinese)

~~~~~

(上接第 234 页)

- 11 Huang R J, Schmerr L W, Sedov A. Multi-Gaussian ultrasonic beam modeling for multiple curved interfaces—an ABCD matrix approach [J]. Research in Nondestructive Evaluation, 2005, 16(4):143~174.
- 12 Kim H J, Schmerr L W, Sedov A. Generation of the basis sets for multi-Gaussian ultrasonic beam models—an overview [J]. The Journal of the Acoustical Society of America, 2006, 119(4):1 971~1 978.
- 13 官火梁,吴强,席平. RCS 计算中 NURBS 曲面和射线求交的快速计算[J]. 工程图学学报, 2006, 27(1):87~91.  
Guan Huoliang, Wu Qiang, Xi Ping. A fast algorithm for intersection calculation of ray and NURBS surface in predicting radar cross section calculation [J]. Journal of Engineering Graphics, 2006, 27(1):87~91. (in Chinese)
- 14 王保庆,张俐,李东升. 逆向工程中 NURBS 曲面与直线交点快速计算[J]. 工程图学学报, 2010, 31(2):149~152.  
Wang Baoqing, Zhang Li, Li Dongsheng. Rapid calculation of intersection points between NURBS surface and line in reverse engineering [J]. Journal of Engineering Graphics, 2010, 31(2):149~152. (in Chinese)
- 15 江健,郭天太,吴思源,等. 曲面构件一体化超声自动检测方法研究[J]. 传感技术学报, 2006, 19(2):383~392.  
Jiang Jian, Guo Tiantai, Wu Siyuan, et al. Research of integrated ultrasonic auto detecting method on curved surfaces [J]. Chinese Journal of Sensors and Actuators, 2006, 19(2):383~392. (in Chinese)