DOI:10.6041/j.issn.1000-1298.2012.07.041

弧齿锥齿轮传动误差曲线的双层优化法*

刘光磊　刘则良
(西北工业大学机电学院, 西安 710072)

【摘要】 针对轮齿啮合分析得到的传动误差曲线与预置的对称抛物线型传动误差曲线的差别,提出了弧齿锥齿轮传动误差曲线的双层优化法。分为外层优化和内层优化,两者交替进行。在内层,基于局部综合法设计小轮机床加工参数,进行轮齿啮合分析,获得传动误差曲线和齿面接触印痕。为了保证实际传动误差曲线与理论传动误差曲线在最小二乘意义下吻合,建立吻合度目标函数,通过调整加工小轮时的 4 个高阶变性系数,消除轮齿啮合分析得到的实际传动误差曲线与理论传动误差曲线的差距。在外层,为了保证传动误差曲线对称,建立对称度目标函数,通过调整齿面参考点沿齿高的位置,使传动误差曲线两侧对称。以某弧齿锥齿轮副为例进行验证计算。结果表明,双层优化法能够实现预置的对称抛物线型传动误差曲线。

关键词: 弧齿锥齿轮　传动误差　双层优化　局部综合　轮齿接触分析
中图分类号: TH132.4　　**文献标识码**: A　　**文章编号**: 1000-1298(2012)07-0223-05

Dual-layer Optimization for Transmission Errors of Spiral Bevel Gears

Liu Guanglei　Liu Zeliang
(*School of Mechatronics*, *Northwestern Polytechnical University*, *Xi'an* 710072, *China*)

Abstract

In order to narrow the margin between the predetermined symmetrical parabola transmission error curve (TEC) and that of tooth contact analysis (TCA), a dual-layer method was proposed for the TEC optimization of spiral bevel gears. The method consisted of inner and outer layer optimizations which were conducted in turn. In inner layer optimization, pinion machine-tool settings were obtained based on local synthesis and TCA was carried out which gave TEC and contact pattern. An agreement objective was set up. The difference between TCA TEC and that of the theoretical one was diminished in least square sense to ensure agreement by tuning the four higher order modified roll coefficients in the relative motion formula linking the pinion and its cradle. In outer layer optimization, a symmetrical optimization objective was set up. The number of meshing points on the left and right branches of TCA TEC has been regulated until equal to each other to ensure symmetry by adjusting the displacement of the mean contact point along tooth depth. The method brought up is validated for a pair of spiral bevel gears. The results show that the method corresponding to the symmetry and agreement is indeed effective for TEC optimization of spiral bevel gears.

Key words　Spiral bevel gears, Transmission errors, Dual-layer optimization, Local synthesis, Tooth contact analysis

引言

传动误差曲线是评价弧齿锥齿轮啮合性能的重要指标。理想的传动误差曲线为一对称的抛物线,相邻齿对的传动误差曲线必须相交,以使齿对间啮合能够连续过渡,同时最大限度地使轮齿在啮入和

收稿日期: 2011-09-24　修回日期: 2012-01-04
* 国家"APTD"计划资助项目(APTD-1001B)
作者简介: 刘光磊,副教授,博士,主要从事机械系统及其关键零部件工作能力分析与评价研究,E-mail: liuguang@nwpu.edu.cn

啮出时的双齿啮合区相等。严格对称的传动误差曲线,使承载条件下的齿轮啮合过程平稳、噪声小,且有利于降低由齿轮副安装误差引起的冲击和振动。

弧齿锥齿轮的设计与制造技术由美国 Gleason 公司率先提出,且其技术一直处于保密状态。20 世纪 60 年代,Litvin[1~5]独立于 Gleason 技术提出了局部综合法,该方法在求解小轮加工参数时可以预控参考点处的齿轮副啮合性能。后又提出预置抛物线型传动误差曲线以降低啮合噪声[6~7]。郑昌启[8]、曾韬[9]等于 20 世纪 70 年代起开始研究 Gleason 公司提出的技术,同时指出了其中某些不合理之处。方宗德[10~14]在局部综合法的基础上开展了弧齿锥齿轮齿面主动设计方面的研究工作。

上述研究工作以破解 Gleason 技术和再现局部综合法为主,并没有对基于局部综合法和轮齿啮合接触分析的仿真结果进行主动优化。事实上,局部综合法仅能控制齿面参考点及其邻域内的啮合性能,而离开参考点之后的传动误差曲线和齿面接触区域,则按齿面参考点处得出的加工参数"惯性"地展成,往往使传动误差曲线产生各种畸变,甚至相邻齿对的传动误差曲线都不能相交。

为了获得既定的对称抛物线型传动误差曲线,本文提出由外层优化和内层优化构成的弧齿锥齿轮传动误差曲线的双层优化法。编写包含弧齿锥齿轮齿坯计算、刀盘选择、加工参数计算、轮齿接触分析和传动误差双层优化在内的仿真软件系统,采用该系统对某弧齿锥齿轮的传动误差曲线进行主动优化设计。

1 传动误差曲线的设计目标

Litvin 提出的对称抛物线型传动误差曲线(图 1)能够降低弧齿锥齿轮的安装误差敏感性。

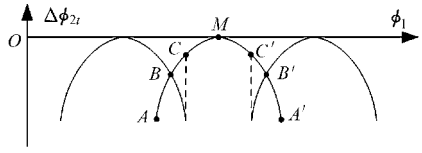

图 1 传动误差曲线的设计目标

Fig. 1 Design target of TEC

图 1 中的理论传动误差 $\Delta\phi_{2t}$ 为

$$\Delta\phi_{2t}=\phi_2-\phi_{20}=\frac{1}{2}m'_{21}(\phi_1-\phi_{10})^2 \tag{1}$$

式中 m'_{21}——传动比函数一阶导数

ϕ_1、ϕ_2——小、大轮啮合时的转角

ϕ_{10}、ϕ_{20}——小、大轮在参考点处啮合时的转角

2 基于局部综合法的轮齿接触分析技术

基于局部综合法设计的小轮加工参数及其对应齿面,经 TCA 后,可以得到传动误差曲线和齿面接触印痕。但传动误差曲线一般与图 1 所示的理想传动误差曲线有一定距离。为了消除其间的差别,需要调整小轮加工参数及其对应齿面。

小轮加工参数可以分为两类:刀具几何参数和刀具运动参数。几何参数由局部综合法完全描述,运动参数则根据传动误差曲线的要求确定。将局部综合法与传动误差曲线优化相结合,能够使轮齿啮合分析得到的传动误差曲线与理论误差曲线重合。这里的理论传动误差曲线是指在传动误差曲线上,相对于齿面参考点对称的两点具有相同的传动误差,但传动误差曲线两侧的长度还有可能不同。

本文采用变性法,通过调节控制刀具运动参数的高阶变性系数,缩小 TCA 传动误差曲线与理想传动误差曲线之间的差距。

啮合坐标系 S_h 中的 TCA 方程为

$$\begin{cases}\boldsymbol{r}_{\mathrm{h}}^{(1)}(\theta_1,\psi_{c_1},\phi_1)=\boldsymbol{r}_{\mathrm{h}}^{(2)}(\theta_2,\psi_{c_2},\phi_2)\\ \boldsymbol{n}_{\mathrm{h}}^{(1)}(\theta_1,\psi_{c_1},\phi_1)=\boldsymbol{n}_{\mathrm{h}}^{(2)}(\theta_2,\psi_{c_2},\phi_2)\end{cases} \tag{2}$$

式中 θ_1、θ_2——小、大轮刀具切削锥面的曲面坐标

ψ_{c_1}、ψ_{c_2}——加工小、大轮时的摇台转角

考虑到 $|\boldsymbol{n}_{\mathrm{h}}^{(1)}|=|\boldsymbol{n}_{\mathrm{h}}^{(2)}|$,式(2)中的独立方程共有 5 个,而待求的未知量有 6 个,它们是 θ_1、ψ_{c_1}、ϕ_1 和 θ_2、ψ_{c_2}、ϕ_2。在 TCA 时,给定小轮转角 ϕ_1,求解式(2),可得齿面接触印痕和传动误差曲线。其中,传动误差定义为

$$\Delta\phi_2=(\phi_2-\phi_{20})-\frac{z_1}{z_2}(\phi_1-\phi_{10}) \tag{3}$$

式中 $\frac{z_1}{z_2}(\phi_1-\phi_{10})$——大轮的理论转角

z_1、z_2——小、大轮的齿数

因为局部综合法的局限性和参考点选择的试探性,使得传动误差曲线常常偏离理论传动误差曲线,出现一边高、一边低,或一边长、一边短等畸变,如图 2 所示。图中,$\Delta F_{2i}=\Delta\phi_{2t,N_i}-\Delta\phi_{2,N_i}$,表示相对于齿面参考点 M 的 TCA 啮合点序号为 N_i 时,理论传动误差曲线 $\Delta\phi_{2t}$ 与 TCA 传动误差曲线 $\Delta\phi_2$ 的函数值之差。

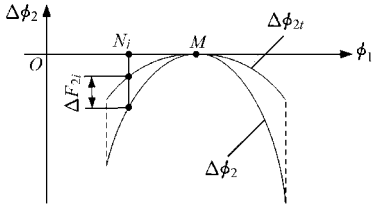

图 2 理论传动误差曲线和 TCA 传动误差曲线

Fig. 2 Theoretical and TCA TEC

3　传动误差曲线优化的双层法

双层法的计算思路如图 3 所示。在外层优化中，为了使传动误差曲线两侧计算点数严格相等，建立无约束对称度优化目标函数

$$\min F_1(X_1) = |n_1 - n_2| \tag{4}$$

式中　n_1、n_2——传动误差曲线上参考点左侧和右侧的啮合点数

X_1——参考点 M 相对于初选位置 M_0 沿齿高方向的位移，如图 4 所示

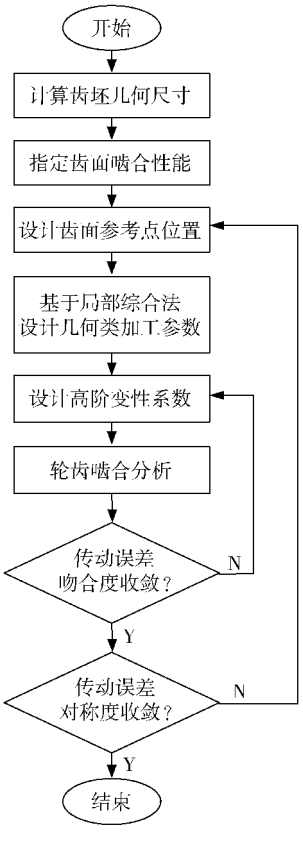

图 3　双层优化法流程图

Fig. 3　Flow chart of dual-layer optimization

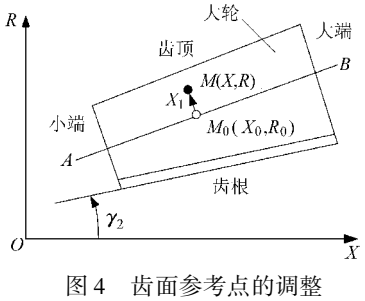

图 4　齿面参考点的调整

Fig. 4　Adjustment of mean contact point

在图 4 中，X、R 表示大轮轴向和径向，γ_2 为大轮根锥角，AB 大致位于工作齿高的中部。

在内层优化中，为了使 TCA 传动误差曲线在总体上接近理论传动误差曲线，建立无约束吻合度优化目标函数

$$\min F_2(\boldsymbol{X}_2) = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} (\Delta\phi_{2t,N_i} - \Delta\phi_{2,N_i})^2} \tag{5}$$

式中　$\Delta\phi_{2t,N_i}$——在啮合点 N_i 处的理论传动误差曲线函数值

$\Delta\phi_{2,N_i}$——在啮合点 N_i 处的 TCA 传动误差曲线函数值

n——齿面范围内的啮合点数

设计变量 $\boldsymbol{X}_2 = (C, D, E, F)$，是联系小轮与摇台相对运动关系中的高阶变性系数。

$$\psi_1 = \frac{1}{m_{c_1,1}}(\psi_{c_1} - C\psi_{c_1}^2 - D\psi_{c_1}^3 - E\psi_{c_1}^4 - F\psi_{c_1}^5) \tag{6}$$

式中　ψ_1——小轮在加工中的转角

$m_{c_1,1}$——摇台与小轮角速度之比

双层法在实施时，先根据外层给定的齿面参考点位置完成内层优化，以保证实际传动误差曲线与理论传动误差曲线吻合。然后，根据内层优化的结果，对比传动误差曲线两侧长度进行外层优化，以保证实际传动误差曲线的对称度。外层优化与内层优化交替进行，直到实际传动误差曲线与预置的对称抛物线型传动误差曲线完全一致。

因为优化过程是从参考点开始在齿面上逐点进行的，设计变量为高阶变性系数和参考点的位置，它们的变化范围无法准确限定，所以采用无约束优化模型。

4　数值算例

表 1 为某弧齿锥齿轮的齿坯几何参数，表 2 为大轮加工参数，表 3 为局部综合预控参数，表 4 为优化前、后小轮的加工参数，表 5 为优化前、后齿面参考点位置。

表 1　齿坯几何参数

Tab. 1　Blank data

参数	小轮	大轮
齿数	23	65
轴交角/(°)	90	90
模数/mm	3.9	3.9
压力角/(°)	22.5	22.5
中点螺旋角/(°)	30	30
旋向	右旋	左旋
外锥距/mm	134.451 1	134.451 1
齿宽/mm	37	37
全齿高/mm	7.34	7.34
顶隙/mm	0.71	0.71
齿顶高/mm	5.10	1.54
齿根高/mm	2.24	5.80
节锥角/(°)	19.483 3	70.516 7
根锥角/(°)	18.388 9	68.024 9
面锥角/(°)	21.975 1	71.611 1

表 2 大轮凸面加工参数

Tab. 2 Machine-tool settings of gear convex side

参数	数值
刀刃齿形角/(°)	23.833 3
刀盘直径/mm	228.6
刀顶距/mm	2.291 7
径向刀位/mm	115.078 5
角向刀位/(°)	59.335 3
切削滚比	1.059 7
垂直轮位/mm	0
轴向轮位/mm	0
机床安装角/(°)	68.024 9

表 3 局部综合预控参数

Tab. 3 Predetermined parameters of local synthesis

参数	数值
传动比函数的一阶导数	0.004
切削速比的一阶导数	-0.004
大轮齿面接触迹方向角/(°)	20
接触椭圆长半轴占宽比	0.2

以切削速比的导数 $m'_{c_1,1}=0$ 时的变性系数为优化初值。当参考点取某值时,以高阶变性系数为优化设计变量的内层优化如图 5 所示。以参考点位置为优化设计变量的外层优化如图 6 所示。图 7 为优化后得到的传动误差曲线和对应的齿面接触印痕。在传动误差曲线图中,中间带点的曲线为设计目标或理论传动误差曲线,其他为 TCA 传动误差曲线。

表 4 小轮凹面加工参数

Tab. 4 Machine-tool settings of pinion concave side

参数	优化前	优化后
刀刃齿形角/(°)	21.166 7	21.166 7
刀尖半径/mm	113.429 9	113.435 2
径向刀位/mm	120.033 8	120.029 3
角向刀位/(°)	61.272 6	61.096 9
切削滚比	3.169 9	3.169 9
垂直轮位/mm	-4.344 8	-4.320 6
轴向轮位/mm	3.268 2	3.284 8
床位/mm	-0.702 5	-0.707 8
机床安装角/(°)	18.388 9	18.388 9
二阶变性系数	0.020 1	0.006 9
三阶变性系数	0.011 8	-0.019 9
四阶变性系数	0.007 5	0.007 1
五阶变性系数	-0.014 9	-0.108 3

表 5 大轮齿面优化前、后参考点位置

Tab. 5 Position of mean contact point

参数	优化前	优化后
X/mm	40.133 8	40.001 8
R/mm	108.794 9	108.841 6

由图 5 可见,内层优化程序自动消除了传动误差曲线的各种畸变。由图 6 可知,经外层优化后的传动误差曲线与目标曲线完全重合。由图 7 可知,齿面印痕未发生畸变,证明该优化方法是稳定的,优化结果是理想的。

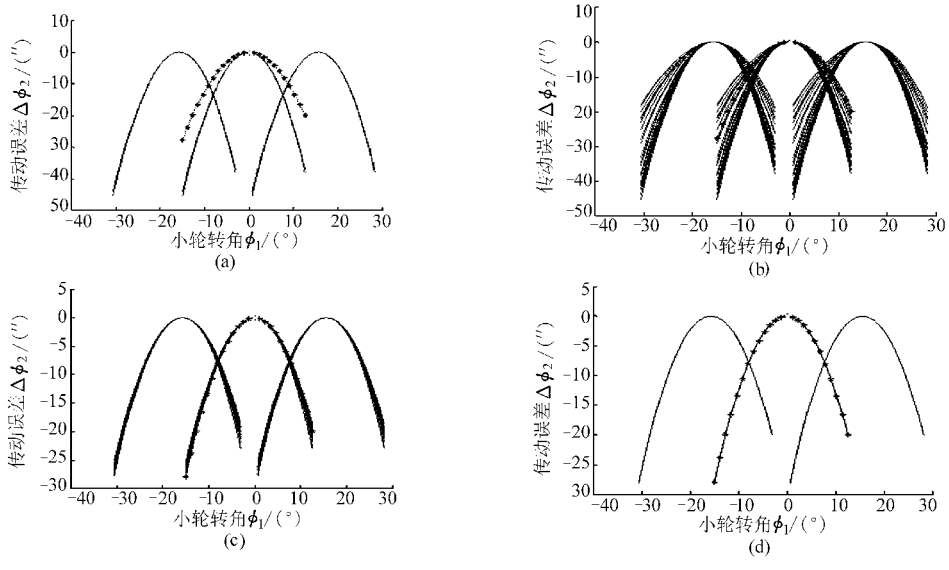

图 5 内层优化传动误差曲线

Fig. 5 TEC of inner layer optimization

(a) 初始状态 (b) 中间状态 (c) 收尾状态 (d) 优化结果

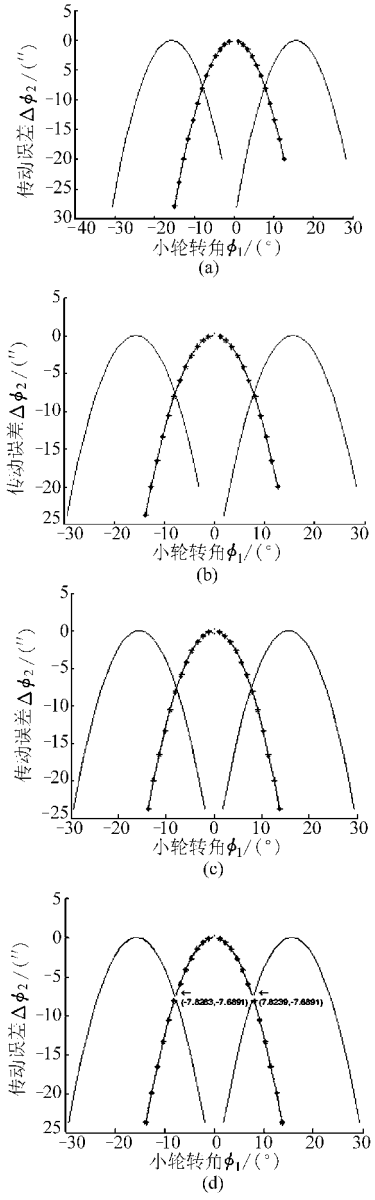

图 6　外层优化传动误差曲线

Fig. 6　TEC of outer layer optimization

(a) 初始状态　(b) 中间状态

(c) 收尾状态　(d) 优化结果

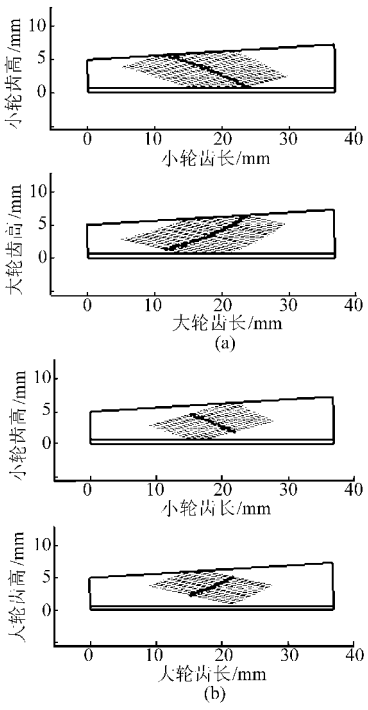

图 7　优化后的齿面接触印痕

Fig. 7　Contact pattern of optimization

(a) 单齿啮合时的接触印痕

(b) 相邻传动误差曲线交点之间接触印痕

5　结论

(1)利用局部综合法计算了加工弧齿锥齿轮的几何参数。

(2)提出了 TCA 传动误差曲线对称度和吻合度的概念,并在此基础上实现了传动误差曲线的嵌套优化。

(3)形成了一套包含加工参数计算在内的弧齿锥齿轮传动误差优化程序。

(4)当 $m'_{c_1,1}=0$ 时,对某弧齿锥齿轮副进行了基于变性法的传动误差曲线优化,验证了本文方法的有效性。

参　考　文　献

1　Litvin F L, Zhang Yi. Local synthesis and tooth contact analysis of face-milled spiral bevel gears[R]. NASA CR－4342, AVSCOM TR－90－C－028, NASA Office of Management Scientific and Technical Information Division, 1991.

2　Litvin F L, Wang A G, Handschuh R F. Computerized generation and simulation of meshing and contact of spiral bevel gears with improved geometry [J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 1998, 158(1～2): 35～64.

3　Argyris John, Fuentes Alfonso, Litvin F L. Computerized integrated approach for design and stress analysis of spiral bevel gears [J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2002, 191(11～12): 1 057～1 095.

4　Litvin F L, Fuentes Alfonso, Mullins Baxter R, et al. Computerized design, generation, simulation of meshing and contact, and stress analysis of format cut spiral bevel gear drives [R]. NASA/CR－2001－210894, RL－CR－467, National Technical Information Service, 2003.

5　Litvin F L, Fuentes Alfonso, Kenichi Hayasaka. Design, manufacture, stress analysis, and experimental tests of low-noise high endurance spiral bevel gears [J]. Mechanism and Machine Theory, 2006, 41(1): 83～118.

(下转第 222 页)

参 考 文 献

1 Hamid Ahmadian, Hassan Jalali. Identification of bolted lap joints parameters in assembled structures[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2007, 21(2): 1 041 ~ 1 050.

2 Mehdi Namazi, Yusuf Altintas, Taro Abe, et al. Modeling and identification of tool holder-spindle interface dynamics [J]. International Journal of Machine Tools and Manufacture, 2007, 47(9):1 333 ~ 1 341.

3 Damjan Celic, Miha Boltezar. Identification of the dynamic properties of joints using frequency response functions [J]. Journal of Sound and Vibration, 2008, 371(1 ~ 2):158 ~ 174.

4 Huang Yuying. A new matrix method for solving buckling and free vibration problems of circular arches with variable rigidity [J]. Mechanics of Structures and Machines, 1987, 15(4): 463 ~ 479.

5 孙富学,蔡晓鸿,朱云辉. 基于初参数法的多心圆拱隧道衬砌结构内力与变位求解[J]. 岩土力学,2009,30(4):1 127 ~ 1 130.
Sun Fuxue, Cai Xiaohong, Zhu Yunhui. Analytical solution of internal force and displacement in multi-center circular arc tunnel lining based on initial parameter method [J]. Rock and Soil Mechanics, 2009, 30(4): 1 127 ~ 1 130. (in Chinese)

6 师汉民. 机械振动系统——分析·测试·建模·对策:下册[M]. 武汉:华中科技出版社,2004:91 ~ 97.

7 王世军,赵金娟,雷蕾,等. 机械结合部刚度的罚函数表示方法[J]. 中国机械工程,2008, 19(13): 1 536 ~ 1 538.
Wang Shijun, Zhao Jinjuan, Lei Lei, et al. Finite element penalty function method for mechanical joint stiffness analysis[J]. China Mechanical Engineering, 2008, 19(13):1 536 ~ 1 538. (in Chinese)

8 王立华,罗建平,刘泓滨,等. 铣床关键结合面动态特性研究[J]. 振动与冲击,2008, 27(8): 125 ~ 129.
Wang Lihua, Luo Jianping, Liu Hongbin, et al. Research on dynamic characteristics of key machine joint surfaces of the numerically controlled milling machine[J]. Journal of Vibration and Shock, 2008, 27(8): 125 ~ 129. (in Chinese)

9 姚鹏. 机床零件结合面动态特性参数的识别与研究[D]. 沈阳:东北大学,2005.
Yao Peng. Identification and study on dynamic characteristic parameters of machine tool parts' joint [D]. Shenyang: Northeastern University, 2005. (in Chinese)

10 Li W L. A new method for structural modal updating and joint stiffness identification[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2002, 16(1): 155 ~ 167.

(上接第 227 页)

6 Litvin F L, Daniele Vecchiato, Eugene Gurovich, et al. Computerized developments in design, generation, simulation of meshing, and stress analysis of gear drives [J]. Meccanica, 2005, 40: 291 ~ 324.

7 Litvin F L, Daniele Vecchiato, Kenji Yukishima, et al. Reduction of noise of loaded and unloaded misaligned gear drives [J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2006, 195(41 ~ 43): 5 523 ~ 5 536.

8 郑昌启. 弧齿锥齿轮及准双曲面齿轮[M]. 北京:机械工业出版社,1988.

9 曾韬. 螺旋锥齿轮设计与加工[M]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学出版社,1989.

10 田行斌,方宗德. 基于局部综合的弧齿锥齿轮磨齿加工参数设计[J]. 机械科学与技术,1999,18(6):956 ~ 960.
Tian Xingbin, Fang Zongde. Determination of machine tool settings for grinding spiral bevel gears [J]. Mechanical Science and Technology, 1999, 18(6): 956 ~ 960. (in Chinese)

11 方宗德,刘涛,邓效忠. 基于传动误差设计的弧齿锥齿轮啮合分析[J]. 航空学报,2002,23(3): 226 ~ 230.
Fang Zongde, Liu Tao, Deng Xiaozhong. Tooth contact analysis of spiral bevel gears based on the design of transmission error [J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinaca, 2002, 23(3): 226 ~ 230. (in Chinese)

12 魏冰阳, 方宗德, 周彦伟,等. 基于变性法的高阶传动误差设计与分析[J]. 西北工业大学学报,2003,21(6):757 ~ 760.
Wei Bingyang, Fang Zongde, Zhou Yanwei, et al. On improving design of spiral bevel gear with higher-order transmission error curve [J]. Journal of Northwestern Polytechnical University, 2003, 21(6): 757 ~ 760. (in Chinese)

13 曹雪梅, 方宗德, 张金良,等. 弧齿锥齿轮的齿面主动设计[J]. 机械工程学报, 2007, 43(8):155 ~ 158,164.
Cao Xuemei, Fang Zongde, Zhang Jinliang, et al. Function-oriented active tooth surface design of spiral bevel gears [J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2007, 43(8): 155 ~ 158, 164. (in Chinese)

14 方宗德,郭琳琳,苏进展,等. 基于齿面印痕控制的弧齿锥齿轮公差设计[J]. 农业机械学报,2011, 42(7):223 ~ 228,234.
Fang Zongde, Guo Linlin, Su Jinzhan, et al. Optimal design of tolerance for spiral bevel gears by controlling contact path [J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2011, 42(7):223 ~ 228,234. (in Chinese)