

3 - CRPa 移动并联机构运动学分析与仿真*

张彦斌¹ 张树乾² 吴 鑫²

(1. 河南科技大学规划与建筑工程学院, 洛阳 471003; 2. 河南科技大学机电工程学院, 洛阳 471003)

【摘要】 提出一种新型 3 自由度纯移动并联机构,该机构由动平台、静平台以及联接两平台的 3 条相同的分支运动链组成。基于单开链单元理论分析,计算出机构的自由度,分别讨论了以角位移和线性位移为主动输入形式的机构运动学问题,推导出位置、速度、加速度的解析解。利用 Matlab 和 Pro/E 软件分别绘制出机构的位移、速度、加速度理论曲线和虚拟样机仿真曲线,仿真结果证明了理论分析的正确性。尤其是当以线性输入为主动输入时,机构的运动雅可比矩阵为单位阵且条件数恒等于 1,所以此时机构在整个工作空间内表现为完全各向同性。

关键词: 移动并联机构 三自由度 运动学分析 各向同性

中图分类号: TH112 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-1298(2012)07-0200-06

Kinematic Analysis and Simulation of 3 - CRPa
Translational Parallel Mechanism

Zhang Yanbin¹ Zhang Shuqian² Wu Xin²

(1. School of Planning and Architectural Engineering, Henan University of Science and Technology, Luoyang 471003, China

2. School of Mechatronics Engineering, Henan University of Science and Technology, Luoyang 471003, China)

Abstract

A novel translational parallel mechanism with three degrees of freedom was presented, which consisted of a moving platform connecting with a fixed base by three identical limbs. Mobility of the moving platform was analyzed and calculated according to the units of single-open-chain. Kinematic problems were discussed by means of different actuated joints inputs, i. e. , rotational angle displacements and linear displacements, respectively. The analytical solutions of position, velocity and acceleration were derived. The kinematic simulation of this mechanism was carried out by Matlab and Pro/E software. Position, velocity and acceleration curves were described based on the analytical solutions and virtual prototype. Simulation results showed that the theoretic analysis was correct and feasible. When the linear displacements are selected as the actuated inputs, the Jacobian matrix of the mechanism is an identity one and its condition number is always equal to 1. The parallel mechanism, therefore, is full-isotropic throughout the entire workspace in this case.

Key words Translational parallel mechanism, Three degrees of freedom, Kinematic analysis, Isotropy

引言

相对于 6 自由度并联机构,少自由度并联机构

具有结构简单、运动学解简单、成本低、控制较为容易等特点,因此少自由度并联机构已成为机构学和机器人领域关注的焦点^[1~3]。3 自由度移动并联机

收稿日期: 2011 - 09 - 08 修回日期: 2011 - 10 - 24

* 国家自然科学基金资助项目(50905055)、河南省教育厅自然科学基金资助项目(2010A460006)、河南省高校青年骨干教师资助项目(2010GGJS - 079)和河南科技大学博士科研启动基金资助项目

作者简介: 张彦斌,副教授,主要从事机构学和并联机器人理论研究,E-mail: yanbin_zh@163.com

构又是受关注最多的一类^[4-6],此类机构可应用于工业机器人、医用机器人和坐标测量机等领域。Delta 机构^[7]是移动并联机构中典型结构,该机构具有 3 条相同分支运动链,而每条支链中均含有一个由 4 个球铰组成的平行四边形结构,但 Delta 机构的运动学正解较为复杂,共有 16 组解。Kong 和 Gosselin^[8]提出一种 3-CRR 移动并联机构,对其进行了运动学和奇异性分析,并讨论了机构具有完全各向同性性能的条件。Li 等^[9]则对一种全解耦移动并联机构进行了分析,该机构仅包含转动副。

本文提出一种新型 3-CRPa 纯移动并联机构,推导出在不同输入条件下机构的位置、速度和加速度方程,并利用 Matlab 和 Pro/E 软件对其运动学解进行仿真,验证分析结果的正确性。

1 机构自由度分析

新型 3 自由度 3-CRPa 移动并联机构如图 1 所示,该机构由动平台、静平台及连接两者的 3 条分支运动链构成。每条分支运动链均含有 1 个圆柱副 C、1 个转动副 R 和 1 个由 4 个转动副构成的平行四边形结构 Pa,且同一分支中 C 副轴线、R 副轴线及构成四边形结构的 4 个转动副轴线相互平行。3 条分支中 C 副与静平台相连,且 3 个 C 副轴线呈正交分布,而各分支中的平行四边形结构与动平台固连。动平台为一个六边形平台 DEFGHI,且各边满足条件: $l_{EF}=l_{GH}=l_{ID},l_{DE}=l_{FG}=l_{HI}$,边 EF、GH 和 ID 相互夹角均为 60°。定坐标系 Oxyz 的 3 条轴线分别与 3 个 C 副轴线重合。

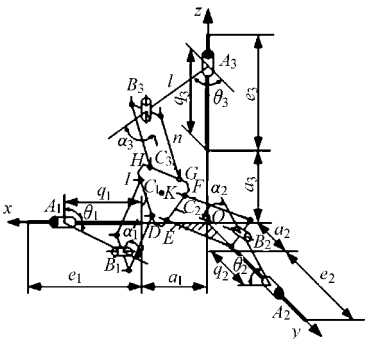


图 1 新型移动并联机构结构简图

Fig. 1 Novel translational parallel mechanism

1.1 机构运动输出特性分析

由于并联机构动平台是在各分支运动链共同约束下运动,故其只能实现各分支运动输出矩阵元素交集部分的运动输出^[10],即

$$M_p = \bigcap_{i=1}^n M_{li} \tag{1}$$

式中 M_p ——并联机构动平台运动输出特征矩阵
 M_{li} ——第 i 条支路运动输出特征矩阵

n ——分支数

对于图 1 所示机构,其运动输出特征矩阵为

$$M_p = \begin{bmatrix} x & y & z \\ \hat{x} & \cdot & \cdot \end{bmatrix} \cap \begin{bmatrix} x & y & z \\ \cdot & \hat{y} & \cdot \end{bmatrix} \cap \begin{bmatrix} x & y & z \\ \cdot & \cdot & \hat{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x & y & z \\ \cdot & \cdot & \cdot \end{bmatrix} \tag{2}$$

式中“ $\cdot$ ”表示矩阵中对应项元素为常数。

由式(2)可知,机构动平台仅能沿 3 个坐标轴方向产生移动输出,即该机构为 3 自由度纯移动并联机构。

1.2 机构自由度计算

根据文献[10]可知,并联机构自由度方程为

$$F = \sum_{i=1}^m f_i - \min \sum_{j=1}^{\nu} \varepsilon_{lj} + \Omega \tag{3}$$

式中 F ——机构自由度
 f_i ——第 i 个运动副的自由度
 m ——运动副数
 ν ——基本回路数
 ε_{lj} ——第 j 个基本回路的秩
 Ω ——虚约束数

图 1 所示机构,共含有 3 个 2 自由度和 15 个单自由度运动副,即 $\sum f_i = 21$;5 个基本回路,即 $\nu = 5$,且 ε_{lj} 分别为 5、5、3、3、3; $\Omega = 1$ 。因此机构的自由度 $F = 3$,与前面机构运动输出特性的分析结果一致。

2 以转动输入为主动输入时运动学分析

2.1 位置分析

如图 1 所示, θ_i 为杆 A_iB_i 绕对应坐标轴的转角,规定绕坐标轴负向为正; $B_i、C_i$ 分别为平行四边形对应的边的中点, α_i 为虚线 B_iC_i 转角,即平行四边形悬挂边相对于杆 A_iB_i 的转角,规定绕相应坐标轴正向为正; l 为杆 A_iB_i 长度, n 为平行四边形悬挂边 B_iC_i 长度; a_i 为滑动导轨起始端到定坐标系 Oxyz 原点 O 的距离; e_i 为各圆柱副滑动导轨长度; q_i 为第 i 分支中圆柱副沿导轨的位移。

图 2 给出了机构分支运动链与动平台间的装配关系(以第一分支为例)。分支中平行四边形结构所确定的平面与动平台平面间夹角 $\beta = 54.7356^\circ$;点 K 为动平台的几何中心点;六边形动平台的内接圆半径为 r 。为便于计算,设空间线段 r 在 3 个坐标轴上的投影长度分别为 $d_{ix}、d_{iy}$ 和 d_{iz} ,并可得 $d_{1y} = d_{1z} = d_{2x} = d_{2z} = d_{3x} = d_{3y} = s = \frac{\sqrt{2}}{2} r \cos \beta, d_{1x} = d_{2y} = d_{3z} = g = r \sin \beta$ 。

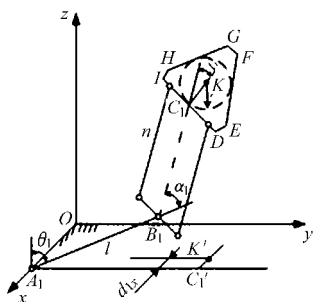


图2 机构第一分支运动链

Fig. 2 The first kinematic chain

2.1.1 位置逆解分析

即已知动平台上点 K 坐标 (x, y, z) , 求主动输入角 $\theta_i (i=1, 2, 3)$ 。

根据第一条分支运动链的装配位置关系可得

$$x = a_1 + q_1 - g \quad (4)$$

$$y = l \sin \theta_1 + n \sin (\theta_1 - \alpha_1) + s \quad (5)$$

$$z = l \cos \theta_1 + n \cos (\theta_1 - \alpha_1) + s \quad (6)$$

联立式(5)和(6)求解, 得

$$\theta_1 = 2 \arctan \frac{U_1 \pm \sqrt{U_1^2 + V_1^2 - W_1^2}}{V_1 + W_1} \quad (7)$$

$$\alpha_1 = \pm \arccos \frac{U_1^2 + V_1^2 - l^2 - n^2}{2nl} \quad (8)$$

其中

$$U_1 = y - s \quad V_1 = z - s$$

$$W_1 = (U_1^2 + V_1^2 + l^2 - n^2) / (2l)$$

由第二支路结构的配置情况得

$$x = l \cos \theta_2 + n \cos (\theta_2 - \alpha_2) + s \quad (9)$$

$$y = a_2 + q_2 - g \quad (10)$$

$$z = l \sin \theta_2 + n \sin (\theta_2 - \alpha_2) + s \quad (11)$$

联立式(9)和(11)求解, 有

$$\theta_2 = 2 \arctan \frac{U_2 \pm \sqrt{U_2^2 + V_2^2 - W_2^2}}{V_2 + W_2} \quad (12)$$

$$\alpha_2 = \pm \arccos \frac{U_2^2 + V_2^2 - l^2 - n^2}{2nl} \quad (13)$$

其中

$$U_2 = z - s \quad V_2 = x - s$$

$$W_2 = (U_2^2 + V_2^2 + l^2 - n^2) / (2l)$$

同理, 根据第三支路结构配置情况得

$$x = l \sin \theta_3 + n \sin (\theta_3 - \alpha_3) + s \quad (14)$$

$$y = l \cos \theta_3 + n \cos (\theta_3 - \alpha_3) + s \quad (15)$$

$$z = a_3 + q_3 - g \quad (16)$$

联立式(14)、(15)解得

$$\theta_3 = 2 \arctan \frac{U_3 \pm \sqrt{U_3^2 + V_3^2 - W_3^2}}{V_3 + W_3} \quad (17)$$

$$\alpha_3 = \pm \arccos \frac{U_3^2 + V_3^2 - l^2 - n^2}{2nl} \quad (18)$$

其中

$$U_3 = x - s \quad V_3 = y - s$$

$$W_3 = (U_3^2 + V_3^2 + l^2 - n^2) / (2l)$$

式(7)、(12)和(17)即为机构位置逆解。根据上述逆解及中间变量公式可知, 对于一个给定的动平台位置, 机构共有 $2^6 = 64$ 种装配位形。但是, 当机构装配位形给定后, 其只能对应一组逆解。

2.1.2 位置正解分析

即已知主动副角位移 θ_i , 求解动平台点 K 坐标 (x, y, z) 。联立式(5)、(6)消去中间变量 α_1 , 得

$$(y-s)^2 + (z-s)^2 - 2l(y-s)\sin\theta_1 - 2l(z-s)\cos\theta_1 + l^2 = n^2 \quad (19)$$

同理, 联立式(9)、(11)、(14)、(15), 得

$$(x-s)^2 + (z-s)^2 - 2l(x-s)\cos\theta_2 - 2l(z-s)\sin\theta_2 + l^2 = n^2 \quad (20)$$

$$(x-s)^2 + (y-s)^2 - 2l(x-s)\sin\theta_3 - 2l(y-s)\cos\theta_3 + l^2 = n^2 \quad (21)$$

由于机构位置正解为复杂的非线性三元二次方程, 因此不容易直接求出位置坐标的解析表达式。但利用 Matlab 软件直接调用 solve 函数, 可方便地求出 x, y, z 的解析解, 不需再解复杂的方程组。对于图 1 所示机构, 位置正解共有 8 组, 为避免干涉现象存在, 机构的运动还应满足条件: $x + g - a_1 \geq 0$, $y + g - a_2 \geq 0$, $z + g - a_3 \geq 0$ 。

而中间变量 α_i 可由式(8)、(13)、(18)分别求解, q_i 可由式(4)、(10)、(16)求得。

2.2 速度分析

将式(19)~(21)分别对时间求一阶导数, 并整理成矩阵形式, 有

$$\mathbf{J}_p \mathbf{v} = \mathbf{J}_\theta \dot{\boldsymbol{\theta}} \quad (22)$$

或

$$\mathbf{v} = \mathbf{J} \dot{\boldsymbol{\theta}} \quad (23)$$

其中

$$\mathbf{v} = (v_x, v_y, v_z)$$

$$\dot{\boldsymbol{\theta}} = (\dot{\theta}_1, \dot{\theta}_2, \dot{\theta}_3)$$

$$\mathbf{J}_p = \begin{bmatrix} 0 & y-s-l\sin\theta_1 & z-s-l\cos\theta_1 \\ x-s-l\cos\theta_2 & 0 & z-s-l\sin\theta_2 \\ x-s-l\sin\theta_3 & y-s-l\cos\theta_3 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{J}_\theta = l \text{diag}((y-s)\cos\theta_1 - (z-s)\sin\theta_1, -(x-s)\sin\theta_2 + (z-s)\cos\theta_2, (x-s)\cos\theta_3 - (y-s)\sin\theta_3)$$

式中 $\mathbf{v}$ 表示动平台点 K 输出的速度矢量, $\mathbf{J}_p$ 、 $\mathbf{J}_\theta$ 和 $\mathbf{J}$ 分别为机构的正雅可比矩阵、逆雅可比矩阵和雅可比矩阵, $\dot{\boldsymbol{\theta}}$ 为主动副输入的速度矢量, 且有

$$\mathbf{J} = \mathbf{J}_p^{-1} \mathbf{J}_\theta \quad (24)$$

由式(24)可知雅可比矩阵 $\mathbf{J}$ 为一般 3×3 阶矩阵, 所以当采用转动输入时, 机构为强耦合并联机构, 此时机构的运动控制和轨迹规划较为复杂。

当雅可比矩阵 $\mathbf{J}$ 可逆时, 可直接写出机构的速度逆解表达式

$$\dot{\theta} = J^{-1}v \tag{25}$$

2.3 加速度分析

由文献[11]可知,并联机构的加速度表达式为

$$a = \ddot{\theta}^T H \dot{\theta} + \dot{J} \ddot{\theta} \tag{26}$$

式中 $a = (a_x, a_y, a_z)$, H 为二阶影响系数矩阵,且有

$$H_{ij} = \left(\frac{\partial^2 x}{\partial \theta_i \partial \theta_j}, \frac{\partial^2 y}{\partial \theta_i \partial \theta_j}, \frac{\partial^2 z}{\partial \theta_i \partial \theta_j} \right) \tag{27}$$

因式(19)~(21)为复杂的非线性方程,很难直接求出位置坐标 x, y, z 关于 θ_i 的具体显性表达式,所以对于 H_{ij} 求解也较为困难。但是机构的瞬时速度可由式(23)求得,因此采取数值微分的方法很容易求得加速度的数值解。

3 以移动输入为主动输入时运动学分析

选取各分支中圆柱副的线性输入位移作为机构的主动输入。

3.1 位置分析

位置正解分析是已知各分支圆柱副的线性输入位移 q_i , 求解机构动平台中点坐标 $K(x, y, z)$, 式(4)、(10)和(16)即为此种输入形式下的位置正解方程。中间变量 α_i 可由式(8)、(13)和(18)分别求得,而 θ_i 则可由式(7)、(12)、(17)分别求得。同样,位置逆解方程也可根据式(4)、(10)和(16)导

出。

3.2 速度分析

将式(4)、(10)和(16)分别对时间求一阶导数,并整理成矩阵形式,有

$$v = J \dot{q} \tag{28}$$

式中 $\dot{q} = (\dot{q}_1, \dot{q}_2, \dot{q}_3)$ 为主动副的输入速度矢量。

由于这种主动输入情况下机构速度雅可比矩阵为单位阵,其条件数恒等于 1,因此机构为完全各向同性移动并联机构,具有良好的运动和力传递性能,且沿某一方向的运动只需一个电动机控制。

4 算例仿真

算例仿真将基于 Matlab 软件编程绘出动平台上点 K 的运动曲线,包括位置、速度和加速度。机构动平台平面为正六边形,假定机构的结构尺寸分别为: $l = 140\text{ mm}$, $n = 284\text{ mm}$, $r = 109.697\text{ mm}$, $a_i = 300\text{ mm}$, $e_i = 280\text{ mm}$ 。

4.1 转动输入时的算例仿真

设机构的 3 个主动关节的输入角位移方程分别为: $\theta_1 = 140.403 - 8t$, $\theta_2 = 140.403 - 10t$, $\theta_3 = 140.403 - 6t (0 \leq t \leq 10)$ 。根据正运动学位置方程通过 Matlab 软件编程得到点 K 的运动曲线如图 3 所示。

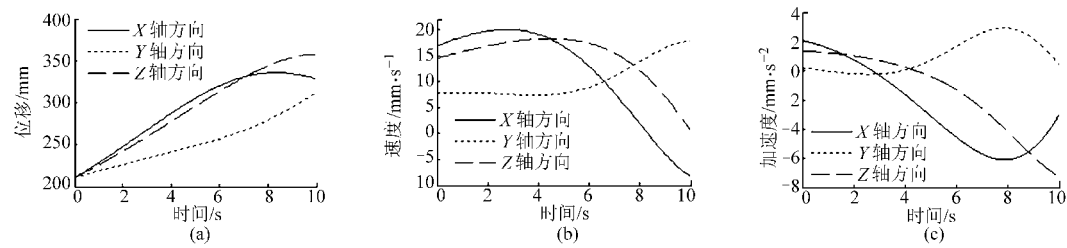


图 3 转动输入时点 K 运动曲线

Fig. 3 Kinematic curves of point K as rotational inputs selected

(a) 位移曲线 (b) 速度曲线 (c) 加速度曲线

4.2 线性输入时的算例仿真

设机构的 3 个主动关节的输入线性位移分别为: $q_1 = 30\sin(\pi t/10)$, $q_2 = 40\sin(\pi t/10)$, $q_3 = 50\sin(\pi t/10) (0 \leq t \leq 10)$ 。利用 Matlab 软件编程绘

出点 K 的运动曲线如图 4 所示。

由图 3 和图 4 的仿真曲线可以看出,无论采用哪种输入方式,机构的运动都较为平稳,速度和加速度曲线均未出现断点或尖点。

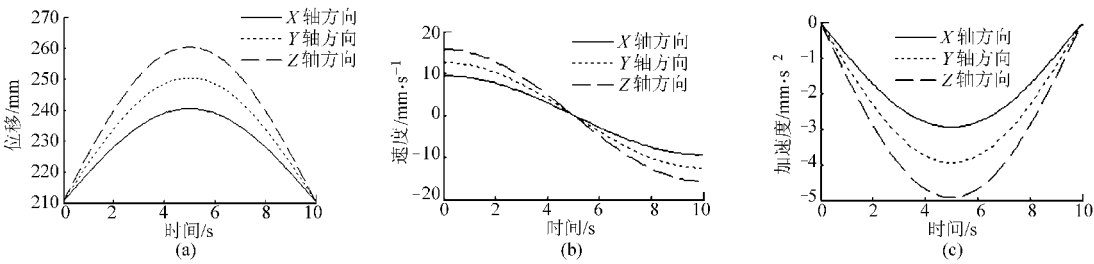


图 4 线性输入时点 K 运动曲线

Fig. 4 Kinematic curves of point K as linear inputs selected

(a) 位移曲线 (b) 速度曲线 (c) 加速度曲线

5 虚拟样机运动仿真

虚拟样机仿真就是为了检测机构联接是否正确和装配模型是否有干涉情况;同时通过对并联机构进行运动学和动力学仿真分析,达到对理论分析结果的验证。本文利用 Pro/E 软件建立机构各零件的实体模型,并在组件模式下进行装配,构建三维虚拟样机模型,在圆柱副处采用“圆柱”连接,在转动副和平行四边形连接处采用“销钉”连接,如图 5 所示。

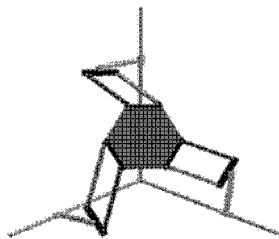


图 5 并联机构三维虚拟样机模型

Fig.5 3-D visual prototype of the parallel mechanism

5.1 转动输入时的虚拟样机运动仿真

三维虚拟样机模型装配完成后,将如图 5 所示三维样机模型切换至机构模式,定义伺服电动机,运动输出设置为转动,建立类型为“运动学”的分析特征,运行分析。运行完成后,回放分析,检测零件之间是否存在冲突,本例中无冲突,说明设计方案合理可行。如果零件之间出现冲突或干涉,应对零件模型或设计方案进行修改。为了便于与理论仿真结果对比,虚拟样机仿真时仍选取动平台的中心点 K 为参考点,相应主动输入函数与算例仿真一致。图 6 为机构的运动仿真曲线。

比较图 6 和图 3 的对应运动曲线可以看出,虚拟样机的运动仿真曲线与理论计算的曲线完全一致,验证了运动学理论推导的正确性。

5.2 线性输入时的虚拟样机运动仿真

选取虚拟样机 3 个圆柱副的线性移动为主动输入,即伺服电动机运动输出设置为平动,其线性输入函数与算例中相同。图 7 给出了虚拟样机的运动仿

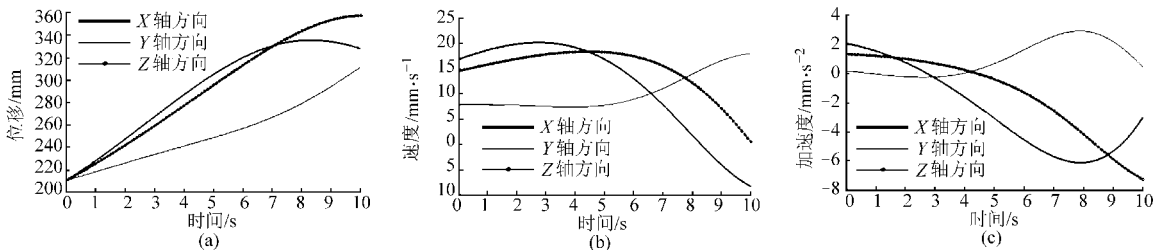


图 6 转动输入时虚拟样机运动仿真曲线

Fig.6 Kinematic simulation of prototype as rotational inputs selected

(a) 位移曲线 (b) 速度曲线 (c) 加速度曲线

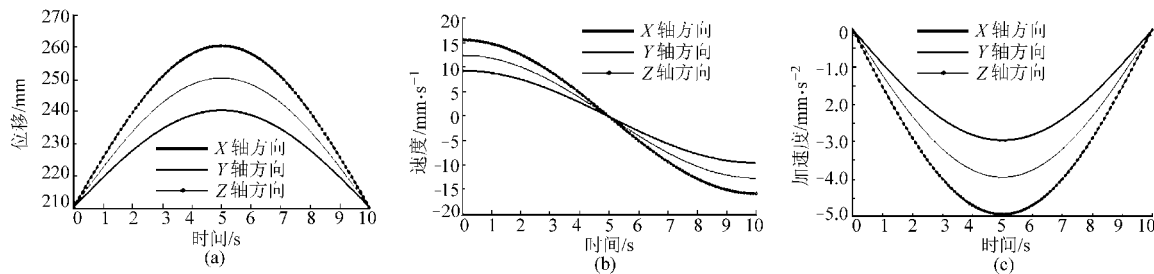


图 7 线性输入时虚拟样机运动仿真曲线

Fig.7 Kinematic simulation of prototype as linear inputs selected

(a) 位移曲线 (b) 速度曲线 (c) 加速度曲线

真曲线。

对比图 7 和图 4 中的对应曲线可知,虚拟样机仿真与理论计算完全一致,同样验证了理论推导的正确性。

6 结束语

提出一种具有完全对称结构的新型平动并联机构,其 3 条分支运动链呈正交分布。推导出分别选

取转动输入和线性输入情况下机构位置、速度和加速度的解析解。并利用 Matlab 和 Pro/E 软件对机构进行理论公式仿真和虚拟样机运动仿真,仿真结果验证了理论推导的正确性。当以线性输入为主动输入时,运动学解非常简单,而且机构速度雅可比矩阵为单位阵,其条件数在整个工作空间内恒等于 1,因此在这种输入情况下该机构为完全各向同性并联机构,轨迹规划和控制设计非常简单。

参 考 文 献

- 1 Briot S, Bonev I A. Pantoperon-4: a new 3T1R decoupled parallel manipulator for pick-and-place applications [J]. Mechanism and Machine Theory, 2010, 45(5): 707 ~ 721.
- 2 Altuzarra O, Loizaga M, Pinto C, et al. Synthesis of partially decoupled multi-level manipulators with lower mobility [J]. Mechanism and Machine Theory, 2010, 45(1): 106 ~ 118.
- 3 韩方元, 赵丁选, 李天宇. 3-RPS 并联机构正解快速数值算法[J]. 农业机械学报, 2011, 42(4): 229 ~ 233.
Han Fangyuan, Zhao Dingxuan, Li Tianyu. A fast forward algorithm for 3-RPS parallel mechanism [J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2011, 42(4): 229 ~ 233. (in Chinese)
- 4 Gregorio R D. Translational parallel manipulators: new proposals [J]. Journal of Robotic Systems, 2002, 19(12): 595 ~ 603.
- 5 朱伟, 马履中, 吴伟光, 等. 基于三平移并联机构的三维减振平台建模与仿真[J]. 农业机械学报, 2008, 39(1): 142 ~ 146.
Zhu Wei, Ma Lüzhong, Wu Weiguang, et al. Modeling and simulation analysis on multi-dimensional damping platform base on three-translation parallel mechanism [J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2008, 39(1): 142 ~ 146. (in Chinese)
- 6 Jin Q, Yang T L. Theory for topology synthesis of parallel manipulators and its application to three-dimension-translation parallel manipulators [J]. ASME Journal of Mechanical Design, 2004, 126(4): 625 ~ 639.
- 7 Clavel R. Delta, a fast robot with parallel geometry [C] // Burckhardt C W. 18th International Symposium on Industrial Robots. Berlin: Springer-Verlag, 1988: 91 ~ 100.
- 8 Kong X, Gosselin C M. Kinematics and singularity analysis of a novel type of 3-CRR 3-DOF translational parallel manipulator [J]. International Journal of Robotics Research, 2002, 21(9): 791 ~ 798.
- 9 Li W, Gao F, Zhang J. R-CUBE, a decoupled parallel manipulator only with revolute joints[J]. Mechanism and Machine Theory, 2005, 40(4): 467 ~ 473.
- 10 杨廷力. 机器人机构拓扑结构学[M]. 北京: 机械工业出版社, 2004.
- 11 黄真, 赵永生, 赵铁石. 高等空间机构学[M]. 北京: 高等教育出版社, 2006.

(上接第 199 页)

- 9 孙恒辉, 刘正士, 陈恩伟. 6-SPR 并联机构运动学的一种分析方法[J]. 农业机械学报, 2009, 40(1): 194 ~ 197.
Sun Henghui, Liu Zhengshi, Chen Enwei. Method for kinematics analysis of the 6-SPR parallel mechanism [J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2009, 40(1): 194 ~ 197. (in Chinese)
- 10 潘春萍, 管欣, 卢颖, 等. 六足并联机构的动力学建模与仿真分析[J]. 系统仿真学报, 2009, 21(21): 6 889 ~ 6 896.
Pan Chunping, Guan Xin, Lu Ying, et al. Dynamics modeling and simulation analysis of hexapod parallel mechanism[J]. Journal of System Simulation, 2009, 21(21): 6 889 ~ 6 896. (in Chinese)
- 11 闫述, 王旭永, 陶建峰, 等. 三自由度摇摆台姿态逆解及 ADAMS 仿真[J]. 系统仿真学报, 2008, 20(2): 325 ~ 327.
Yan Shu, Wang Xuyong, Tao Jianfeng, et al. Inverse direction solution and ADAMS simulation of 3-rotational-DOF parallel driven platform[J]. Journal of System Simulation, 2008, 20(2): 325 ~ 327. (in Chinese)
- 12 冯志友, 张燕, 杨廷力, 等. 基于牛顿欧拉法的 2UPS-2RPS 并联机构逆动力学分析[J]. 农业机械学报, 2009, 40(4): 193 ~ 197.
Feng Zhiyou, Zhang Yan, Yang Tingli, et al. Inverse dynamics of a 2UPS-2RPS parallel mechanism by Newton-Euler formulation[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2009, 40(4): 193 ~ 197. (in Chinese)
- 13 贾晓辉, 田延岭, 张大卫. 3-PRR 柔性并联机构动力学分析[J]. 农业机械学报, 2010, 41(10): 199 ~ 203.
Jia Xiaohui, Tian Yanling, Zhang Dawei. Dynamics analysis of 3-PRR compliant parallel mechanism[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2010, 41(10): 199 ~ 203. (in Chinese)
- 14 胡俊峰, 张宪民, 朱大昌, 等. 柔性并联机器人动力学建模[J]. 农业机械学报, 2011, 42(11): 208 ~ 213.
Hu Junfeng, Zhang Xianmin, Zhu Dachang, et al. Dynamic modeling of flexible parallel robot[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2011, 42(11): 208 ~ 213. (in Chinese)
- 15 于靖军, 刘辛军, 丁希仑. 机器人机构学的数学基础[M]. 北京: 机械工业出版社, 2008.