DOI:10.6041/j.issn.1000-1298.2012.06.039

考虑力矩平衡的圆锥滚子润滑性能分析*

杨　萍　刘晓玲　杨沛然
(青岛理工大学机械工程学院, 青岛 266033)

【摘要】 通过数值求解研究了考虑力矩平衡的圆锥滚子弹流润滑问题,给出了力矩平衡方程,以及相应的离散方法和相对误差计算公式,通过误差的大小来调整滚子的位置角,使之满足力矩平衡,最后得到了该问题的完全数值解。另外,比较了考虑力矩平衡条件下,载荷、速度和滚子半锥角对滚子位置角、油膜压力和油膜厚度的影响。结果表明:载荷不发生偏置的情况下,圆柱滚子的润滑问题可忽略力矩平衡,但对于圆锥滚子则必须考虑力矩平衡。为了满足力矩平衡,圆锥滚子会出现位置角增大、大端翘起的现象,而滚子位置角的微小变化对其润滑性能的影响不可忽视,考虑力矩平衡的数值分析更符合圆锥滚子的真实润滑工况。滚子的半锥角越大、载荷越大、速度越大,力矩平衡的影响就越显著。

关键词:圆锥滚子　润滑性能　力矩平衡
中图分类号:TH117.2;TH133　　**文献标识码**:A　　**文章编号**:1000-1298(2012)06-0220-06

Analysis of Tapered Roller EHL Considering Moment Balance

Yang Ping　Liu Xiaoling　Yang Peiran
(*School of Mechanical Engineering*, *Qingdao Technological University*, *Qingdao* 266033, *China*)

Abstract

Numerical analysis was carried out for elastohydrodynamic lubrication (EHL) of tapered roller considering moment balance. The equation of moment balance, corresponding to the discrete method and the formula of relative error were given. Position angle of roller changed with the relative error in order to satisfy the moment balance. When considering the moment balance, effects of load, velocity and half-tapered angle on the position angle of roller, pressure and film thickness were analyzed. Results showed that, if load is in the geometrical center of a roller, moment balance could be ignored for the EHL of cylindrical roller. However, it is very important for that of tapered roller. In order to satisfy the moment balance, the position angle of roller would be increased, and large end would be raised. The tiny variation of the position angle would cause severe changes of EHL of tapered roller. The numerical analyses considering moment balance are closer to the real working condition. Meanwhile, the effects are more obvious with the increasing of load, velocity and half-tapered angle.

Key words　Tapered roller, Lubricating performance, Moment balance

引言

圆锥滚子轴承的滚子与滚道间、相啮合的圆锥齿轮轮齿间的润滑都可以等效为圆锥滚子的润滑问题。在各类农业机械中,因恶劣的工作条件,零件的润滑失效是降低机械零件寿命的主要原因之一。圆锥滚子几何形状的特殊性,使得圆锥滚子的润滑介于有限长线接触[1]和大椭圆比点接触润滑[2]之间。近年来,莫云辉[3]建立了有限宽线接触正反圆锥滚子的润滑模型,得到了该问题的完全数值解。汪久

收稿日期:2011-05-31　修回日期:2011-07-18
*国家自然科学基金资助项目(51075221)和国家重点基础研究发展计划(973 计划)资助项目(2011CB706602)
作者简介:杨萍,博士生,主要从事润滑理论研究,E-mail:yp_qtech@yahoo.com.cn
通讯作者:杨沛然,教授,博士生导师,主要从事润滑理论研究,E-mail:pryang@public.qd.sd.cn

根等[4~5]针对圆锥滚子轴承，分析了刚性圆锥滚子的流体动力润滑问题。杨沛然等[6]数值求解了考虑弹性变形的圆锥滚子润滑问题。王优强等[7]通过建立圆锥滚子的润滑模型，求得了瞬态斜齿圆柱齿轮的弹流润滑问题。但是，上述文献均未考虑力矩平衡，由文献[6]可知，圆锥滚子几何形状沿轴向的不对称性，使得压力分布存在斜度，如果接触区中压力对载荷作用点产生的力矩不平衡，必然导致圆锥滚子位置发生变化，影响润滑性能。

本文在圆锥滚子弹流润滑的数学模型中，加入力矩平衡，求得考虑力矩平衡的完全数值解，分析力矩平衡的重要性；讨论不同半锥角、载荷和速度时，力矩平衡对润滑性能的影响，从而为滚动轴承和齿轮等机械零件的润滑设计提供理论依据。

1　数学模型

无限大平面 a 和圆锥滚子 b 的润滑模型如图 1 所示，滚子半锥角为 β，滚子轴线与平面的夹角为 γ（简称滚子位置角），滚子母线长度为 $2l$，滚子中间截面的半径为 r，滚子两端修形半径分别为 r_1、r_2，各端修形长度为 $0.1l$。建立三维直角坐标系，其 xOy 面与平面 a 重合，x 轴与纸面垂直。当集中外载荷 w 作用在滚子几何中心 A 时，在不考虑弹性变形和没有润滑油膜的理想状况下，$\beta=\gamma$，实际上，这种理想状况是不存在的，下面建立考虑力矩平衡条件下圆锥滚子的弹流润滑模型。

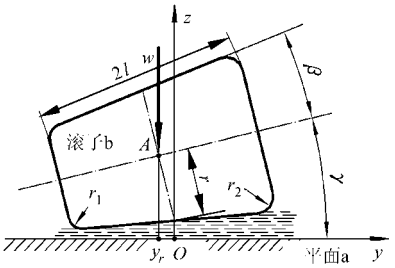


图 1　圆锥滚子润滑示意图

Fig. 1　Schematic of tapered roller's lubrication

Reynolds 方程[8]为

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\rho h^3}{\eta}\frac{\partial p}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\rho h^3}{\eta}\frac{\partial p}{\partial y}\right)=12\frac{\partial}{\partial x}(\rho u_e h)+12\frac{\partial}{\partial y}(\rho v_e h) \tag{1}$$

式中　p——油膜压力，Pa

h——油膜厚度，m

ρ——润滑油密度，kg/m^3

η——润滑油粘度，Pa·s

u_e、v_e——卷吸速度，m/s

方程(1)的边界条件为

$$p(x_{in},y)=p(x_{out},y)=p(x,y_{in})=p(x,y_{out})=0$$

其中　$x_{in}=-4.5b$　$x_{out}=2.5b$　$y_{in}=-l$　$y_{out}=l$

式中　x_{in}、x_{out}——x 向计算域边界坐标，m

y_{in}、y_{out}——y 向计算域边界坐标，m

b——中间截面 Hertz 接触区半宽，m

膜厚方程为

$$h=h_{00}+h_1+h_2 \tag{2}$$

其中　$$h_1=\frac{x^2\cos\beta}{2(y\sin\beta+r)}+y\tan(\gamma-\beta)+f_1\frac{(y+0.9l)^2}{2r_1}+f_2\frac{(y-0.9l)^2}{2r_2}$$

$$h_2=\frac{2}{\pi E'}\iint\frac{p(x',y')}{\sqrt{(x-x')^2+(y-y')^2}}\mathrm{d}x'\mathrm{d}y'$$

式中　h_{00}——中心膜厚，m

h_1——几何膜厚，m，其中第 1 项表示圆锥滚子主体的几何膜厚，第 2 项为满足力矩平衡时几何膜厚的调整项，第 3 项和第 4 项是小端和大端的修形项

h_2——法向弹性沉陷量，m

E'——接触固体的综合弹性模量，Pa

f_1、f_2——小、大端计算开关

当 $y<-0.9l$ 时，$f_1=1$，$f_2=0$；当 $-0.9l\leqslant y\leqslant 0.9l$ 时，$f_1=f_2=0$；当 $y>0.9l$ 时，$f_1=0$，$f_2=1$。h_{00} 和 γ 均是未知量，计算时需要根据经验赋初值。

载荷方程为

$$\int_{y_{in}}^{y_{out}}\int_{x_{in}}^{x_{out}}p\mathrm{d}x\mathrm{d}y=w \tag{3}$$

力矩平衡方程为

$$\int_{y_{in}}^{y_{out}}\int_{x_{in}}^{x_{out}}p(y-y_{in})\mathrm{d}x\mathrm{d}y=w(y_r-y_{in}) \tag{4}$$

式中　y_r——集中载荷 w 作用点在 y 轴上的坐标，m

粘度方程为

$$\eta=\eta_0\exp(A_1((1+A_2p)^{Z_0}-1)) \tag{5}$$

其中　$A_1=\ln\eta_0+9.67$　$A_2=5.1\times10^{-9}$

$Z_0=\alpha/(A_1A_2)$

式中　α——Barus 粘压系数，m^2/N

η_0——润滑油的环境粘度，Pa·s

Z_0——粘压系数

密度方程为

$$\rho=\rho_0\left(1+\frac{C_1p}{1+C_2p}\right) \tag{6}$$

其中　$C_1=6\times10^{-10}$ Pa^{-1}　$C_2=1.7\times10^{-9}$ Pa^{-1}

式中　ρ_0——润滑油环境密度，kg/m^3

2　数值计算

圆锥滚子弹流润滑压力和弹性变形计算分别采用多重网格法和多重网格积分法[9~10]。使用5 层网格 W 循环[10]，最高层上节点数为 $n_x n_y=129\times1\,025$。

为简化数值分析,全部计算均在无量纲基础上进行。载荷方程和力矩平衡方程的无量纲形式为

$$\int_{Y_{in}}^{Y_{out}}\int_{X_{in}}^{X_{out}} \bar{p}\,\mathrm{d}X\mathrm{d}Y = \pi L \tag{7}$$

$$\int_{Y_{in}}^{Y_{out}}\int_{X_{in}}^{X_{out}} \bar{p}(Y - Y_{in})\,\mathrm{d}X\mathrm{d}Y = M \tag{8}$$

其中 $M = 8r^2W(Y_r - Y_{in})/b^2 \quad W = w/(2E'rl)$

式中 $\bar{p}$——无量纲压力

L——无量纲滚子母线半长

W——无量纲载荷参数

X_{in}、X_{out}、Y_{in}、Y_{out}——计算域无量纲边界坐标

式(7)和(8)中的积分采用二重九点 Simpson 方法离散,具体的离散方程为

$$\begin{aligned}\iint_{\Omega} \bar{p}\,\mathrm{d}X\mathrm{d}Y = \frac{1}{9}\Delta_x\Delta_y \sum_{i=0}^{\frac{n_x}{2}-1}\sum_{j=0}^{\frac{n_y}{2}-1} [\,&16\bar{p}_{2i+1,2j+1} + \\ 4(\bar{p}_{2i+1,2j} + \bar{p}_{2i+1,2j+2} + \bar{p}_{2i,2j+1} + \bar{p}_{2i+2,2j+1}) + \\ \bar{p}_{2i,2j} + \bar{p}_{2i+2,2j} + \bar{p}_{2i+2,2j+2} + \bar{p}_{2i,2j+2}\,]\end{aligned} \tag{9}$$

$$\begin{aligned}&\iint_{\Omega} \bar{p}(Y - Y_{in})\,\mathrm{d}X\mathrm{d}Y = \\ &\frac{1}{9}\Delta_x\Delta_y \sum_{i=0}^{\frac{n_x}{2}-1}\sum_{j=0}^{\frac{n_y}{2}-1} \{16\bar{p}_{2i+1,2j+1}(Y_{2j+1} - Y_{in}) + \\ &4[\bar{p}_{2i+1,2j}(Y_{2j} - Y_{in}) + \bar{p}_{2i+1,2j+2}(Y_{2j+2} - Y_{in}) + \\ &\bar{p}_{2i,2j+1}(Y_{2j+1} - Y_{in}) + \bar{p}_{2i+2,2j+1}(Y_{2j+1} - Y_{in})] + \\ &\bar{p}_{2i,2j}(Y_{2j} - Y_{in}) + \bar{p}_{2i+2,2j}(Y_{2j} - Y_{in}) + \\ &\bar{p}_{2i+2,2j+2}(Y_{2j+2} - Y_{in}) + \bar{p}_{2i,2j+2}(Y_{2j+2} - Y_{in})\}\end{aligned} \tag{10}$$

式中 Δ_x、Δ_y——求解域在 x、y 方向的无量纲步长(等步长划分网格)

i、j——x、y 方向的节点记号

无量纲中心膜厚 H_{00} 和滚子位置角 γ 均需要根据经验给一初值,如果这个初值十分精确,那么式(9)、(10)的积分应该等于 πL 和 M,但是根据经验给的初值不可能是准确的,所以需要在数值计算过程中不断调整,用载荷方程调整 H_{00},用力矩平衡方程调整 γ。为了提高计算效率,本文只在最高层网格上对 H_{00} 和 γ 进行调整,调整格式为

$$(H_{00})_{new} = (H_{00})_{old} + \omega_h\left(\iint \bar{p}^{m}\,\mathrm{d}X\mathrm{d}Y - \pi L\right) \tag{11}$$

$$\gamma_{new} = \gamma_{old} + \omega_m\left[\iint \bar{p}^{m}(Y - Y_{in})\,\mathrm{d}X\mathrm{d}Y - M\right] \tag{12}$$

式中 $(H_{00})_{old}$、$(H_{00})_{new}$——调整前、后中心膜厚

γ_{old}、γ_{new}——调整前、后滚子位置角

$\bar{p}^{m}$——最高层网格上的压力

ω_h、ω_m——调整的松弛因子

当经过若干个 W 循环后,压力、载荷和力矩的相对误差均小于 0.000 1 时,计算结束,调整流程如图 2 所示。

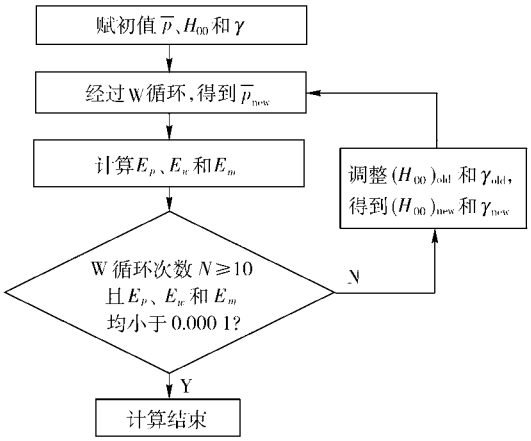


图 2 调整流程图

Fig. 2 Flow chart of regulation

图 2 中压力、载荷、力矩相对误差定义为

$$E_p = \sum_i\sum_j \left|(\bar{p}^{m}_{i,j})_{new} - (\bar{p}^{m}_{i,j})_{old}\right| \Big/ \sum_i\sum_j (\bar{p}^{m}_{i,j})_{new} \tag{13}$$

$$E_w = \left|\iint \bar{p}^{m}\,\mathrm{d}X\mathrm{d}Y - \pi L\right| \Big/ (\pi L) \tag{14}$$

$$E_m = \left|\iint \bar{p}^{m}(Y - Y_{in})\,\mathrm{d}X\mathrm{d}Y - M\right| \Big/ M \tag{15}$$

式中 $\bar{p}_{old}$、$\bar{p}_{new}$——W 循环开始和结束时的无量纲压力

3 结果分析

3.1 力矩平衡对润滑状况的影响

本文研究考虑力矩平衡条件下圆锥与平面的弹流润滑问题,其中所用润滑油及固体的参数见表 1;赫兹压力 $p_H = 0.7$ GPa,无量纲卷吸速度 $U_0 = 4.0 \times 10^{-11}$,$\beta = 15°$。图 3 给出了考虑力矩平衡和不考虑力矩平衡(数学模型中不考虑式(4))条件下,圆锥滚子与平面间润滑状况的分布曲面。经计算发现,该工况为了满足力矩平衡,γ 发生了变化,由最初的 $\gamma = 15°$ 变为 $\gamma = 15.016°$,即滚子大端翘起,使小端承载量增加。与图 3b 相比,图 3a 中压力和膜厚分布曲面的倾斜程度增加,小端与大端的差异增大。对于圆锥滚子的弹流润滑,本身小端的压力就高,这样一来,考虑了力矩平衡,使小端的压力变得更高。对应到膜厚的分布曲面中,小端膜厚更小了($h_{min} = 0.52\ \mu m$),导致整个滚子的润滑状态较差。因此,在圆锥滚子润滑分析中,考虑力矩平衡十分重要,它更真实地反映了滚子与平面间的润滑状况。

表 1　润滑油和固体的有关参数

Tab. 1　Parameters of oil and solids

参数	数值
接触固体的综合弹性模量 E'/ Pa	2.27×10^{11}
润滑油环境粘度 η_0/Pa·s	0.08
润滑油环境密度 ρ_0/kg·m^{-3}	870
粘压系数 α/m^2·N^{-1}	2.2×10^{-8}
滚子母线的半长 l/m	0.02
滚子中间截面的半径 r/m	0.02
滚子两端修形圆角半径 r_1、r_2/m	0.1

3.2　滚子半锥角和力矩平衡对润滑性能的影响

图 4 给出了图 3 工况下滚子半锥角 β 为 0°、15°和 25°时，力矩平衡对润滑状态的影响。经计算发现，要使力矩平衡，β 为 0°、15°和 25°时，γ 应为 0°、15.017°和 25.033°。当 β 为 0°时，图 4a 与图 4d差别很小，但随着 β 的增大，图 4a 与图 4d的差别越来越大。圆锥滚子与平面的接触区是带圆头的梯形，如图 4b 和 4c 所示，梯形的小头在滚子的小端位置，梯形的大头在大端位置；但是，考虑力矩平衡时，梯形接触区的分布正好相反，梯形的小头在滚子的大

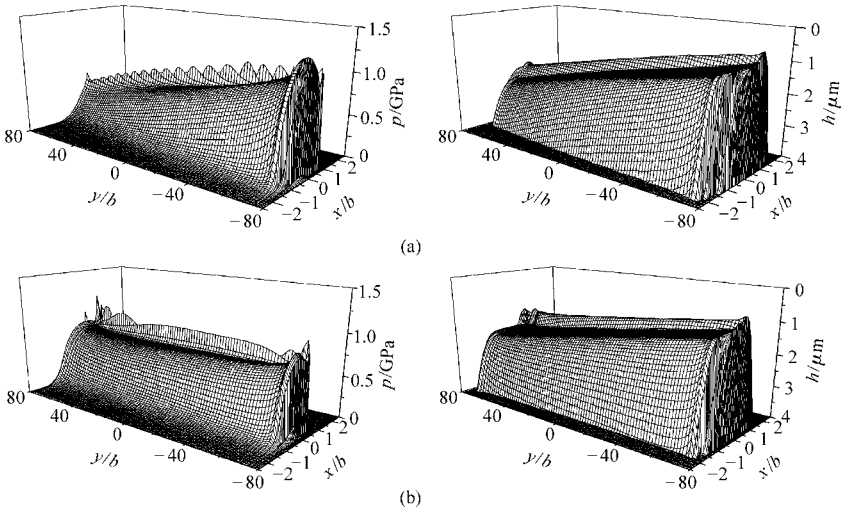


图 3　力矩平衡对润滑状况的影响

Fig. 3　Effects of moment balance on lubrication

（a）考虑力矩平衡　（b）不考虑力矩平衡

端位置，梯形的大头在滚子的小端位置，如图 4e 所示。当 β =25°时，接触区不再是梯形，梯形的大头已变成圆头，可见滚子大端已不承载。可以想像，如果 β 或 γ 继续增大，圆锥滚子的润滑将变为点接触的情况。由上述分析可得，如果载荷作用在滚子几何中心处，圆柱滚子的润滑问题可以忽略力矩平衡，但是，对于圆锥滚子的润滑分析，考虑力矩平衡就显得尤为重要。

图 4 工况下，如果滚子的位置角不发生变化，为了满足力矩平衡，集中载荷位置也不相同。当 β 为 5°时，y_r为 0.285 mm；β 为 10°时，y_r为 0.560 mm；β 为 20°时，y_r为 1.090 mm。可见，滚子半锥角越大，y_r 的位置越远离滚子几何中心，而且偏向滚子大端。

3.3　考虑力矩平衡时载荷对润滑状况的影响

图 5 给出了无量纲卷吸速度 U_0为 4.0×10^{-11}、β 为 5°和 20°时，载荷对 $x=0$ 截面上压力分布曲线的影响。从图中可以看出，随着载荷的增大，接触区中的压力也随之增大。但是不同的滚子半锥角 β，载荷对润滑状况的影响也不相同。如图 5b 所示，载荷增加，压力的斜度越来越大，导致大、小端的差异

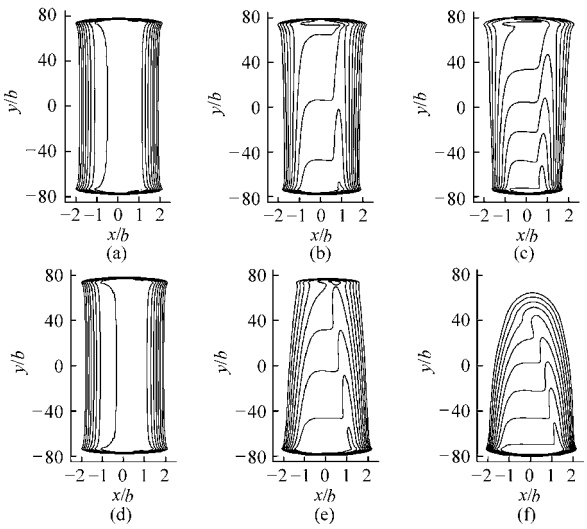


图 4　考虑滚子半锥角和力矩平衡时膜厚等值线图

Fig. 4　Contour maps of film thicknesses considering moment balance and β

（a）不考虑力矩平衡，β=0°　（b）不考虑力矩平衡，β=15°

（c）不考虑力矩平衡，β=25°　（d）考虑力矩平衡，β=0°

（e）考虑力矩平衡，β=15°　（f）考虑力矩平衡，β=25°

十分明显，当 p_H = 1.0 GPa 时，小端的压力达到 2.0 GPa，这对润滑是十分不利的。由前面的分析可

知,力矩平衡的考虑,使滚子的位置角 γ 发生变化。图 6给出了不同滚子半锥角和载荷时,为了满足力矩平衡,滚子位置角 γ 的变化情况。如图所示,$\beta=0°$时无论载荷如何变化,γ 的变化量 $\Delta\gamma$ 很小;当$\beta>0°$,$\Delta\gamma$ 随着载荷的增加而增加。而且滚子半锥角越大,这种趋势越显著。当 $\beta=15°$、$p_H=1.1$ GPa 时,$\Delta\gamma$ 可以达到 0.037°左右,γ 越大,滚子大端翘起越显著,那么小端的承载越多,润滑状况越危险。因此,在滚子半锥角较大,载荷较重时,考虑力矩平衡是十分重要的。

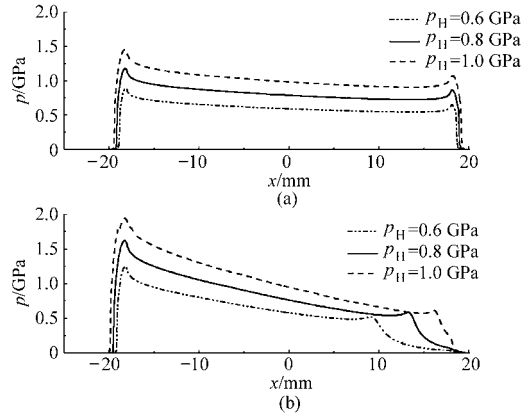


图 5 不同载荷时油膜压力分布曲线

Fig. 5 Pressures with different loads

(a) $\beta=5°$ (b) $\beta=20°$

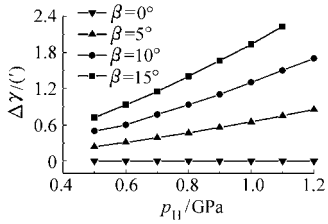


图 6 不同滚子半锥角和载荷时 $\Delta\gamma$ 变化曲线

Fig. 6 Variations of $\Delta\gamma$ with different loads and β

3.4 考虑力矩平衡时卷吸速度对润滑状况的影响

图 7 给出了赫兹压力 p_H为 0.7 GPa、β 为 5°和 15°时,卷吸速度对 $x=0$ 截面上膜厚分布曲线的影响。随着卷吸速度增加,油膜厚度越来越大,这与经典弹流润滑理论一致。另外滚子的半锥角较大时,卷吸速度对膜厚的影响也较大。在$\beta=15°$、$U_0=8.0\times10^{-10}$时,大小端润滑状况的差异尤为明显。

图 8 是不同滚子半锥角时,$\Delta\gamma$ 随卷吸速度的变化曲线。如图所示,为满足力矩平衡,卷吸速度越大,$\Delta\gamma$ 也越大。但当 $\beta=0°$时,$\Delta\gamma$ 的变化曲线是一条平行于横坐标的直线,故圆柱滚子的润滑问题可以忽略力矩平衡。但随着 β 的增大,$\Delta\gamma$ 随卷吸速度的变化越显著,说明大锥角滚子,在高速工况下,力矩平衡是不容忽视的,这对高铁轴承的润滑设计具有重要意义。

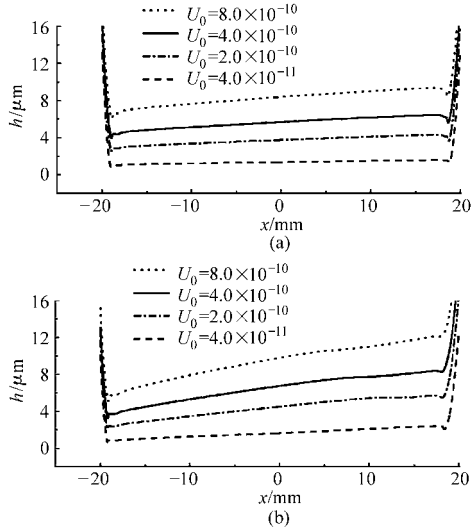


图 7 不同卷吸速度时油膜厚度曲线

Fig. 7 Film thicknesses with different velocities

(a) $\beta=5°$ (b) $\beta=15°$

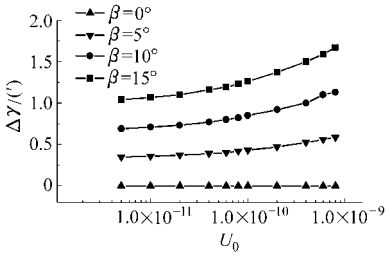


图 8 不同滚子半锥角和卷吸速度时 $\Delta\gamma$ 变化曲线

Fig. 8 Variations of $\Delta\gamma$ with different velocities and β

4 结论

(1) 在圆锥滚子的润滑分析中,增加力矩平衡方程,给出了相应的离散方法和相对误差计算公式,通过误差的大小来调整滚子的位置角,使之满足力矩平衡,最后得到了该问题的完全数值解。

(2) 对于圆锥滚子模型,即使载荷不发生偏置,也需将滚子位置角增大,大端翘起才能满足力矩平衡;而且滚子半锥角越大,大端翘起越严重。

(3) 滚子位置角的微小变化对其润滑状态存在不可忽视的影响。因此,在圆锥滚子润滑中,考虑力矩平衡是十分重要的,它更真实地反映了滚子的润滑状况。

(4) 如果载荷作用在滚子几何中心处,圆柱滚子的润滑问题可以忽略力矩平衡。

(5) 当滚子的半锥角越大、载荷越大、卷吸速度越大时,力矩平衡的影响就越显著。

参 考 文 献

1 Mostofi A, Gohar R. Elastohydrodynamic lubrication of finite line contacts[J]. ASME Journal of Lubrication Technology, 1983, 105(4): 598 ~ 604.

2 Hamrock J, Dowson D. Isothermal elastohydrodynamic lubrication of point contacts, part Ⅲ—fully flooded results [J]. ASME Journal of Lubrication Technology, 1977, 99(2): 264 ~ 276.

3 莫云辉. 正反圆锥滚子弹流润滑 [D]. 上海：上海工业大学, 1994.
Mo Yunhui. EHL of taper roller in opposite direction [D]. Shanghai: Shanghai Industrial University, 1994. (in Chinese)

4 汪久根, 洪玉芳. 圆锥滚子摩擦副的润滑分析(Ⅰ)：刚性等粘度润滑区[J]. 浙江大学学报, 2003, 37(2): 208 ~ 210.
Wang Jiugen, Hong Yufang. Lubrication of tapered roller bearing (Ⅰ): isoviscous rigid regime [J]. Journal of Zhejiang University, 2003, 37(2): 208 ~ 210. (in Chinese)

5 汪久根, 洪玉芳. 圆锥滚子摩擦副的润滑分析(Ⅱ)：压粘刚性润滑区[J]. 浙江大学学报, 2003, 37(3): 359 ~ 361.
Wang Jiugen, Hong Yufang. Lubrication of tapered roller bearing (Ⅱ): piezoviscous rigid regime [J]. Journal of Zhejiang University, 2003, 37(3): 359 ~ 361. (in Chinese)

6 杨萍,杨沛然, 刘晓玲. 圆锥滚子的等温弹流润滑数值分析[J]. 摩擦学学报,2005, 25(5): 456 ~ 460.
Yang Ping, Yang Peiran, Liu Xiaoling. Numerical analysis of isothermal EHL for tapered roller [J]. Tribology, 2005, 25(5):456 ~ 460. (in Chinese)

7 王优强, 刘冬伟, 李伟. 渐开线斜齿轮瞬态弹流润滑数值分析[J]. 润滑与密封, 2008, 33(7): 20 ~ 24.
Wang Youqiang, Liu Dongwei, Li Wei. Numerical analysis of instantaneous EHL for helical gears [J]. Lubrication Engineering, 2008, 33(7): 20 ~ 24. (in Chinese)

8 Yang P R, Wen S Z. A generalized reynolds equation for non-newtonian thermal elastohydrodynamic lubrication [J]. ASME Journal of Tribology, 1990, 112(4): 631 ~ 636.

9 Venner C H. Multilevel solution of the EHL line and point contact problems[D]. Enschede: University of Twente, 1991.

10 杨沛然. 流体润滑数值分析[M]. 北京：国防工业出版社, 1998.

11 纪敬虎,符永宏,魏龙,等.激光表面织构机械密封润滑特性的试验研究[J].排灌机械工程学报,2011,29(5):427 ~ 431.
Ji Jinghu, Fu Yonghong, Wei Long, et al. Experiment research on lubrication properties of laser surface texturing mechanical seal[J]. Journal of Drainage and Irrigation Machinery Engineering, 2011,29(5):427 ~ 431. (in Chinese)

(上接第 219 页)

6 Royston T J, Basdogan I. Vibration transmission through self-aligning (spherical) rolling element bearings: theory and experiment [J]. Journal of Sound and Vibration,1998,215(5):997 ~ 1 014.

7 Rook T E,Singh R. Structural intensity calculations for compliant plate-beam structures connected by bearings [J]. Journal of Sound and Vibration,1998,211(3):365 ~ 387.

8 Lynagh N, Rahnejat H. Bearing induced vibration in precision high speed routing spindles [J]. International Journal of Machine Tools and Manufacture,2000,40(4):561 ~ 577.

9 Cermelj P,Boltezar M. An indirect approach to investigating the dynamics of a structure containing ball bearings [J]. Journal of Sound and Vibration,2004,276(1 ~ 2):401 ~ 417.

10 Patel V N,Tandon N. A dynamic model for vibration studies of deep groove ball bearings considering single and multiple defects in races [J]. ASME Journal of Tribology,2010,132(4):041101 ~ 041110.

11 姜伟,陈学东,严天宏. 基于矩阵变换的多刚体系统振动分析符号建模[J]. 机械工程学报,2008,44(6):54 ~ 60.
Jiang Wei,Chen Xuedong,Yan Tianhong. Symbolic formulation of rigid multibody systems for vibration analysis based on matrix transformation [J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering,2008,44(6):54 ~ 60. (in Chinese)

12 罗继伟,罗天宇. 滚动轴承分析计算与应用[M]. 北京:机械工业出版社,2009.

13 邹经湘,于开平. 结构动力学[M]. 2 版. 哈尔滨:哈尔滨工业大学出版社,2009.

14 米良,殷国富,孙明楠,等. 基于结合部动力学特性的立柱-主轴系统动力学模型研究[J]. 农业机械学报,2011,42(12):202 ~ 207.
Mi Liang,Yin Guofu,Sun Mingnan,et al. Column-spindle system dynamic model based on dynamic characteristics of joints [J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery,2011,42(12):202 ~ 207. (in Chinese)

15 沃德·海伦,斯提芬·拉门兹,波尔·萨斯. 模态分析理论与试验[M]. 白化同,郭继忠,译. 北京:北京理工大学出版社,2001.