DOI:10.6041/j.issn.1000-1298.2012.06.036

双丝杠与直线导轨结合部静刚度分析*

尹宜勇[1]　祝莉平[2]　贾志新[1]　赵　彤[3]

(1.北京科技大学机械工程学院,北京 100083;2.南通科技投资集团股份有限公司通科研究院,南通 226400;
3.清华大学精密仪器与机械学系,北京 100084)

【摘要】 基于弹性力学赫兹接触理论,对主轴箱在 z 轴不同位置时双滚珠丝杠副轴向刚度、角接触球轴承轴向刚度和直线导轨副线刚度进行分析,建立了静刚度模型。基于此模型,结合有限元仿真,得出永磁直线同步电动机法向力对机床刀具点的变形。仿真结果与实验结果对比表明,两者吻合很好,验证了静刚度模型的有效性。

关键词:机床　滚珠丝杠　直线导轨结合部　静刚度

中图分类号:TG502.14　　**文献标识码**:A　　**文章编号**:1000-1298(2012)06-0202-05

Static Stiffness Analysis of Joint of Double Screw and Linear Guides

Yin Yiyong[1]　Zhu Liping[2]　Jia Zhixin[1]　Zhao Tong[3]

(1. *School of Mechanical Engineering*, *University of Science and Technology Beijing*, *Beijing* 100083, *China*
2. *Institute of Tontec*, *Tontec Technology Investment Group Co.*, *Ltd.*, *Nantong* 226400, *China*
3. *Department of Precision Instruments and Mechanology*, *Tsinghua University*, *Beijing* 100084, *China*)

Abstract

Based on the Hertz contact theory of elastic mechanics, a static stiffness model of double ball screw's joint was built by analyzing the linear stiffness of double linear guide rails and the axial stiffness of double ball screw and ball bearing. The permanent magnet linear synchronous motor's normal force affected the deformation of the feeding system. Based on the static stiffness model, deformation of the tool point was analyzed by finite element method and compared with the experimental results. The simulation results were in good agreement with measured data and indicated the accuracy of the static stiffness model.

Key words　Machine tool, Ball screw, Joint of linear guides, Static stiffness

引言

静刚度建模是系统性能测试、仿真分析和优化设计的重要依据[1~6]。文献[7]将直线导轨系统离散为若干个子系统,得到各个子系统的刚度矩阵后再综合求解,但是没有考虑滚珠丝杠轴向刚度对系统的影响。

本文以双滚珠丝杠副和直线导轨副组成的进给系统为实验平台,通过弹性力学赫兹接触理论,对主轴箱在 z 轴不同位置时双滚珠丝杠副轴向刚度、角接触球轴承轴向刚度和直线导轨副线刚度进行分析,建立静刚度模型。结合有限元仿真,得出机床刀具点的变形,并将实验结果与仿真结果进行对比。

1　结合部静刚度模型

图 1 为 VH1100 型高速立式加工中心 z 轴进给系统三维模型。此加工中心通过直线导轨副和双滚珠丝杠副的组合来实现主轴箱 z 轴方向的移动,其双直线导轨固定在主轴箱背面,每个导轨副上有 3 个滑块,这 6 个滑块固定在立滑板上。双直线导轨副安装位置如图 2 所示。

收稿日期:2011-06-28　修回日期:2011-07-01

*"十一五"国家科技支撑计划资助项目(2009ZX04002-051)

作者简介:尹宜勇,博士生,主要从事机械制造及其自动化研究,E-mail:yinyiyong_ustb@163.com

通讯作者:赵彤,副教授,主要从事数控机床和直线电动机研究,E-mail:zhaotong@mail.tsinghua.edu.cn

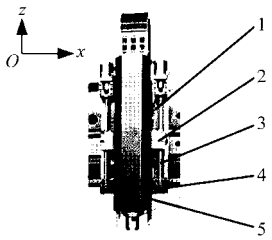

图 1　z 轴进给系统三维模型

Fig. 1　3-D model of z-axis feeding system

1. 立滑板　2. 螺母座　3. 滚珠丝杠　4. 轴承座　5. 主轴箱

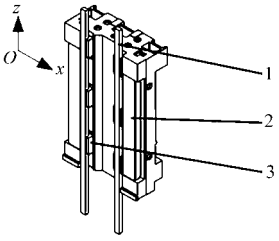

图 2　直线导轨副安装位置

Fig. 2　Assembly of linear guides

1. 直线导轨　2. 立滑板　3. 滑块

1.1　机械系统建模

图 3 为直线导轨结合部静刚度模型，坐标系 $Oxyz$ 与机床坐标系坐标轴对应。x 向刚度为直线导轨的横向刚度，y 向刚度为直线导轨的垂向刚度，z 向刚度为滚珠丝杠副的轴向刚度。z 轴进给系统中有 6 个滑块，可把滚珠丝杠副的轴向刚度等效分配给 6 个滑块，每个滑块需要用 3 个弹簧分别模拟 x、y、z 方向的结合部刚度。可见此模型只有计算出直线导轨的横向刚度、垂向刚度和滚珠丝杠副的轴向刚度，才能得出结合部的静刚度。

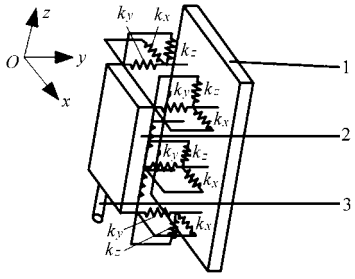

图 3　直线导轨副静刚度模型

Fig. 3　Static stiffness model of linear guides

1. 立滑板　2. 主轴箱　3. 电主轴

1.2　直线导轨副横向刚度和垂向刚度

VH1100 型高速立式加工中心 z 轴进给系统上的直线导轨副由 6 个滑块组成，可分别计算单个滑块的线刚度进而推出双直线导轨副的刚度。如图 4 所示，单个滑块受力为 N_x、N_y，四列通道中滚珠的受力分别为 N_1、N_2、N_3、N_4，预加载使滚珠所受的法向力为 N_0。α 为 N_x 与 N_1 之间的夹角。

由弹性力学中赫兹接触理论可知，2 个弹性体由于接触压力引起的变形与此压力的 2/3 次方呈正比，即

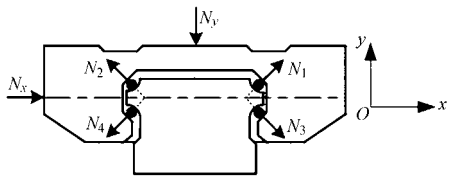

图 4　直线导轨副的载荷

Fig. 4　Loads of linear guides

$$N_1^{2/3} - N_0^{2/3} = N_0^{2/3} - N_3^{2/3} \tag{1}$$

由静力学平衡可知

$$N_1 = N_2 \tag{2}$$

$$N_3 = N_4 \tag{3}$$

$$2(N_1 - N_3)n\sin\alpha = N_y \tag{4}$$

式中　n——单个滚道的滚珠个数

当 n、α、N_y 和 N_0 为已知量时，联立式(1) ~ (3)可求出 N_1、N_2、N_3、N_4。两弹性体接触点法向力 N 引起的相对位移为

$$\delta = e_\delta \sqrt[3]{\left(\frac{4f-1}{D_a f}\right)\left(\frac{N}{in\cos\alpha}\right)^2} \tag{5}$$

式中　i——沟槽数　　D_a——滚珠直径

f——密合度，为滚道曲率半径与滚珠直径之比

e_δ——赫兹接触系数，通过查表可以获得

由于滚珠法向弹性变形在法向产生的位移为

$$\delta_n = \delta_{r1} + \delta_{s1} + \delta_{r3} + \delta_{s3} \tag{6}$$

式中　δ_{r1}——法向力 N_1 造成导轨接触角部分的法向弹性变形

δ_{s1}——法向力 N_1 造成滑块接触角部分的法向弹性变形

δ_{r3}——法向力 N_3 造成导轨接触角部分的法向弹性变形

δ_{s3}——法向力 N_3 造成滑块接触角部分的法向弹性变形

由几何关系得出滚珠在垂直方向产生的位移为

$$\delta_y = \frac{\delta_n}{\sin\alpha}$$

单个滑块与导轨的垂直刚度为

$$k_y = N_y/\delta_y$$

整个直线导轨副由 6 个滑块组成，所以总垂直刚度为

$$k_Y = 6k_y$$

整个直线导轨副总横向刚度 k_X 的计算方法与总垂向刚度 k_Y 计算方法相似，不再赘述。

1.3　双滚珠丝杠副轴向刚度的计算

滚珠丝杠副轴向刚度 k 可表示为

$$\frac{1}{k} = \frac{1}{k_A} + \frac{1}{k_B} + \frac{1}{k_C} \tag{7}$$

式中 k_A——丝杠轴向刚度

k_B——螺母组件轴向刚度

k_C——轴承轴向刚度

滚珠丝杠副为两端固定支承,由材料力学可知丝杠的轴向刚度为

$$k_A = \frac{\pi d^2 EL}{4x(L-x)} \tag{8}$$

式中 d——丝杠螺纹底径

E——丝杠纵向弹性系数

L——丝杠安装间距

x——负载作用点到一端轴承的距离

因为主轴箱在 z 轴方向行程的改变会改变 x 的值,所以 k_A是一个随着主轴箱移动而变化的值。

双螺母预紧滚珠丝杠副采用双螺母垫片式预紧方式,工作载荷为 N_z时丝杠副的受力分析如图 5 所示。

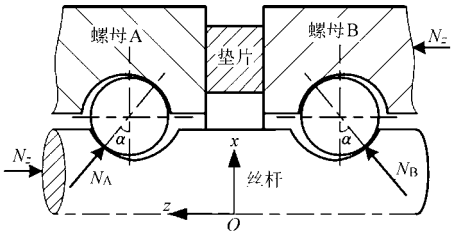

图 5 滚珠丝杠副的载荷

Fig. 5 Loads of ball screw

螺母 A 上单个滚珠受到法向力 N_A的作用,螺母 B 上单个滚珠受到法向力 $-N_B$的作用。预加载使滚珠所受的法向力为 N_n,由双螺母结构的受力平衡条件可得

$$N_A z\sin\beta\cos\lambda - N_B z\sin\beta\cos\lambda - N_z = 0 \tag{9}$$

式中 z——螺母 A 或螺母 B 中工作滚珠数

β——滚珠与滚道之间的接触角

λ——丝杠螺旋角

由力学叠加原理和弹性力学中赫兹接触理论可知

$$N_A^{2/3} - N_n^{2/3} = N_n^{2/3} - N_B^{2/3} \tag{10}$$

当 N_z、N_n为已知量时,联立式(9)和式(10)可求出 N_A、N_B。得到螺母 A 中单个滚珠的法向接触力后,可由式(5)得到两弹性体接触点法向力引起的相对位移量 δ_N。由几何关系得出载荷 N_z沿轴向的位移为

$$\delta_B = \frac{2\delta_N}{\sin\alpha\cos\lambda} \tag{11}$$

进而得到螺母组件的轴向刚度 k_B为

$$k_B = N_z/\delta_B$$

轴承轴向刚度 k_C的计算与直线导轨副垂向刚度的求解过程相似,工作载荷为 N_z时轴承的受力分析如图 6 所示。

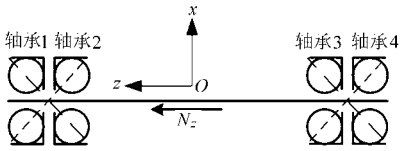

图 6 轴承的载荷

Fig. 6 Loads of ball bearing

两对角接触球轴承以背对背形式安装,轴承 1、2、3、4 中单个滚珠的受力分别为 F_1、F_2、F_3、F_4,预加载使滚珠所受的法向力为 F_0。由静力学平衡可知 $F_1 = F_3$,$F_2 = F_4$。轴承 1、2 中滚珠受力与双螺母中滚珠受力相似,由轴承的受力平衡条件可得

$$2F_1 m\sin\theta - 2F_2 m\sin\theta - N_z = 0 \tag{12}$$

式中 m——单个轴承中的滚珠个数

θ——轴承中滚珠与滚道之间的接触角

由力学叠加原理和弹性力学中赫兹接触理论可知

$$F_1^{2/3} - F_0^{2/3} = F_0^{2/3} - F_2^{2/3} \tag{13}$$

当 N_z、F_0为已知量时,联立式(12)和式(13)可求出 F_1、F_2。得到轴承 1、2 中单个滚珠的法向接触力后,可由式(5)得到两弹性体接触点法向力引起的相对位移 δ_1。由几何关系得出载荷 N_z沿轴向的位移为

$$\delta_C = \frac{2\delta_1}{\sin\alpha} \tag{14}$$

进而得到螺母组件的轴向刚度 k_C为

$$k_C = N_z/\delta_C$$

由上面分析可以求出丝杠轴向刚度 k_A,螺母组件轴向刚度 k_B和轴承轴向刚度 k_C,代入式(7)中可以求出滚珠丝杠副的轴向刚度 k。因为 VH1100 型高速立式加工中心 z 轴进给系统为双丝杠驱动,所以双滚珠丝杠副的轴向刚度为 $2k$。把双滚珠丝杠副的轴向刚度等效分配给 6 个滑块,即每个滑块上 z 轴方向刚度为

$$k_z = k/3$$

每个滑块用 3 个弹簧分别模拟 x、y、z 方向的结合部刚度,便建立了直线导轨副结合部的静刚度模型。

2 计算实例

直线导轨、丝杆、螺母组件和轴承的基本参数如表 1 ~4 所示。

由上述参数可以求出 VH1100 型高速立式加工中心 z 轴进给系统直线导轨副结合部 x、y、z 3 个方向上的刚度分别为:$k_x = 5.5 \times 10^3$ N/μm,$k_y = 5.5 \times 10^3$ N/μm,$k_z = 127$ N/μm。丝杠轴向刚度 k_A

是一个随着主轴箱移动而变化的值，但是此值波动很小，故取螺母处于丝杠中间位置时的 k_z 作为 z 方向上的刚度。

表 1　直线导轨参数

Tab. 1　Parameters of linear guides

参数	数值
滚珠直径 D_a/mm	11.906
预压载荷 N_0/kN	12.68
接触角 α/(°)	45
滚珠数 n	11
密合度 f	0.52

表 2　丝杠参数

Tab. 2　Parameters of ball screw

参数	数值
安装间距 L/mm	1 146
螺纹底径 d/mm	34.4
螺旋角 λ/(°)	4.4
纵向弹性系数 E/GPa	206

表 3　螺母组件参数

Tab. 3　Parameters of nut

参数	数值
滚珠直径 D_a/mm	6.35
预压载荷 N_n/kN	3.69
接触角 β/(°)	45
螺母中工作滚珠数 z	6
密合度 f	0.52

表 4　轴承参数

Tab. 4　Parameters of ball bearing

参数	数值
滚珠直径 D_a/mm	7.144
预压载荷 F_0/kN	3.35
接触角 θ/(°)	60
滚珠数 m	20
密合度 f	0.52

基于 ANSYS Workbench 软件，用弹簧来模拟直线导轨副结合部接触刚度。VH1100 型高速立式加工中心 x 轴采用单永磁直线同步电动机驱动，直线电动机存在垂直于进给方向的法向力。此型号直线电动机的法向力为 13 200 N[8]。因为主轴箱、主轴头等运动部件在 z 轴有效行程移动时受到法向力作用，所以需对刀具点 y 方向变形进行仿真。

因为 z 轴进给系统有效行程为 300 mm，所以要对主轴箱、主轴头等运动部件在 z 轴行程上不同位置时 y 方向变形进行分析。

首先对主轴箱、主轴头等运动部件处于 z 轴行程最下端时进行分析。z 轴进给系统的 y 轴方向变形如图 7 所示，主轴头和主轴检测棒由于法向磁吸力的作用向工作台内侧凹进一定的位移。主轴头探针点和主轴检测棒探针点的 y 轴方向变形分别为 24.436 μm 和 30.238 μm。

其次，主轴箱、主轴头等运动部件沿 z 轴方向向上移动 50 mm，获取主轴头探针点和主轴检测棒探针点的 y 轴方向变形。每次立滑板都沿 z 轴方向向下移动 50 mm，直到走完 300 mm。

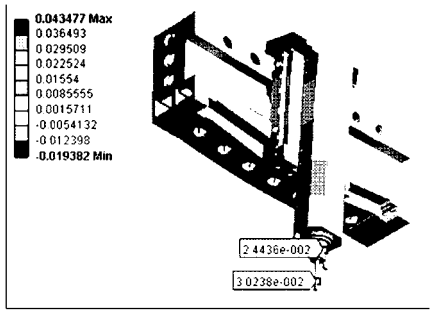

图 7　z 轴进给系统 y 方向变形等值图

Fig. 7　y-axis deformation of z-axis feeding system

3　实验

在工作台上安装了激光位移传感器，如图 8 所示。其温度特性为 0.01% 的 ±5 mm/℃，测量范围为(30 ±5) mm，再现性为 0.05 μm。为测量刀具点的真实变形，应尽量使发射端面和主轴检测棒之间距离处在传感器测量范围的中间区域。检测棒在 z 轴方向最下端每次进给 50 mm，进给后等待 z 轴驱动结构变形稳定后再进行测量。

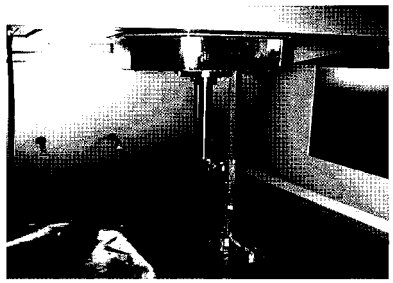

图 8　激光位移传感器测主轴检测棒变形的安装位置图

Fig. 8　Fixed position of laser displacement sensor on workbench

如图 9 所示，x 轴表示检测棒在不同行程的变形与主轴处于最下端时检测棒变形的差值。差值为正时表示此位置检测棒变形与主轴处于最下端时检测棒变形相比向工作台外侧偏转。y 轴表示 z 轴方向从最底端移动到上端的位移变量。

可以看出，检测棒从最底端移动到 300 mm 的

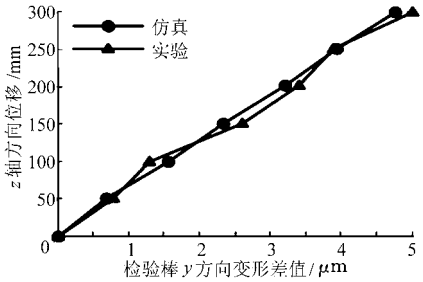

图 9 位移变化对变形差值影响的仿真与实验曲线

Fig. 9 Deformation of each displacement in simulation and experiments

过程中,检测棒测量点变形逐渐向工作台外侧偏转,其值约为 5 μm。仿真数据和实验数据相对误差的绝对值在 10% 以内,验证了静刚度模型的有效性。

4 结论

(1) 运用弹性力学中赫兹接触理论,对直线导轨的横向刚度、垂向刚度和滚珠丝杠副的轴向刚度进行了分析,建立了双丝杠结合部的静刚度模型。

(2)以 VH1100 型高速立式加工中心为研究对象,对其结合部静刚度进行了计算。在此基础上研究了直线电动机法向力对刀具点变形的影响。刀具点变形逐渐向工作台外侧偏转,其值约为 5 μm。

(3)将刀具点变形仿真数据与实验数据进行对比,相对误差绝对值小于 10%,证明了静刚度模型的有效性。

参 考 文 献

1 Ebrahimi M, Whalley R, Abdul-Ameer A A. Hybrid modelling of machine tool axis drives[J]. International Journal of Machine Tools and Manufacture, 2005, 45(14): 1 560 ~ 1 576.

2 Wu J S S, Chang J C, Hung J P. The effect of contact interface on dynamic characteristics of composite structures[J]. Mathematics and Computers in Simulation, 2007, 74(6): 454 ~ 467.

3 Wei C C, Lin J F. Kinematic analysis of the ball screw mechanism considering variable contact angles and elastic deformations [J]. ASME Journal of Mechanical Design, 2003, 125(4): 717 ~ 733.

4 Dequidt A, Castelain J M, Valdes E. Mechanical pre-design of high performance motion servo mechanisms[J]. Mechanism and Machine Theory, 2000, 35(8): 1 047 ~ 1 063.

5 Ebrahimi M, Whalley R. Analysis, modeling and simulation of stiffnessin machine tool drives[J]. Computers and Industrial Engineering, 2000, 38(1): 93 ~ 105.

6 Varanasi K K, Nayfeh S. The dynamics of lead screw drives: low-order modeling and experiments[J]. ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, 2004, 126(2): 388 ~ 396.

7 Zhang G P, Huang Y M, Shi W H, et al. Predicting dynamic behaviors of a whole machine tool structure based on computer-aided engineering[J]. International Journal of Machine Tools and Manufacture, 2003, 43(7): 699 ~ 706.

8 尹宜勇, 祝莉平, 贾志新, 等. 永磁直线同步电机法向力对机床结构变形的影响[J]. 农业机械学报, 2011, 42(6): 219 ~ 223.
Yin Yiyong, Zhu Liping, Jia Zhixin, et al. Structure deformation of machine tools caused by permanent magnet linear synchronous motor's normal force[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2011, 42(6): 219 ~ 223. (in Chinese)

(上接第 194 页)

5 Ling C, Yip-Hoi D, Koren Y. Operation clustering in process planning for reconfigurable machining systems design[C]// Proceedings of the 2000 Japan-USA Flexible Automation Conference, Michigan, 2000: 23 ~ 26.

6 许虹, 唐任仲, 程耀东. 面向可重构机床设计的工艺规划技术研究[J]. 浙江大学学报:工学版, 2004, 38(11):1 496 ~ 1 501.
Xu Hong, Tang Renzhong, Cheng Yaodong. Study of process planning techniques for reconfigurable machine tool design [J]. Journal of Zhejiang University: Engineering Science, 2004, 38(11):1 496 ~ 1 501. (in Chinese)

7 黄华,李爱平,徐立云. 可重构机床模块划分研究[J]. 农业机械学报,2010,41(7):198 ~ 204
Huang Hua, Li Aiping, Xu Liyun. Modular division oriented to reconfigurable machine tools[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2010, 41(7): 198 ~ 204. (in Chinese)