

偏心-高阶椭圆锥齿轮副设计与传动特性分析*

林超¹ 龚海¹ 侯玉杰^{1,2} 聂玲¹ 曾庆龙¹

(1. 重庆大学机械传动国家重点实验室, 重庆 400044; 2. 中国人民解放军 96263 部队 86 分队, 洛阳 471500)

【摘要】 根据空间齿轮啮合原理,提出一种偏心-高阶椭圆锥齿轮副的设计方法,建立了偏心-高阶椭圆锥齿轮副的数学传动模型,推导出偏心椭圆锥齿轮和与其相互啮合的高阶椭圆锥齿轮的节锥面、球面节曲线方程;分析了范成法生成偏心-高阶椭圆锥齿轮齿廓的过程,获得了范成刀具的空间走刀位置;结合 VB 与 Solidworks (API),开发出偏心-高阶椭圆锥齿轮仿真加工设计程序,得到了偏心-高阶椭圆锥齿轮副的虚拟实体及其装配模型;通过对偏心-高阶椭圆锥齿轮副传动特性的分析,得到了偏心-高阶椭圆锥齿轮副传动过程中传动比、从动轮角速度和角加速度的变化规律。

关键词: 非圆锥齿轮 椭圆齿轮 传动特性 设计

中图分类号: TH132.4 文献标识码: A 文章编号: 1000-1298 (2011) 11-0214-08

Design Method of Eccentric – High Order Elliptical Bevel Gear Pair and Analysis of Its Transmission Characteristics

Lin Chao¹ Gong Hai¹ Hou Yujie^{1,2} Nie Ling¹ Zeng Qinglong¹

(1. State Key Laboratory of Mechanical Transmission, Chongqing University, Chongqing 400044, China

2. 86 Detachment 96263 PLA Troops, PLA, Luoyang 471500, China)

Abstract

Base on the space engagement theory, a design method of eccentric – high order elliptical bevel gear pair was presented, the mathematical model of eccentric – high order elliptical bevel gear drive was established, pitch cone and spherical pitch curve of the eccentric elliptical bevel gear and the high order elliptical bevel gear were derived; the position of the cutter in the space during tooth profile of eccentric – high order elliptical bevel gear was generated analyzed. Secondary development based on Solidworks (API) and VB, which made the pseudo-entity and assembly model of eccentric – high order elliptical bevel gear pair was obtained; and then the transmission characteristics of eccentric – high order elliptical bevel gear pair was analyzed, the change laws of eccentric – high order elliptical bevel gear pair, angular velocity and angular acceleration of driven wheel during the transmission were acquired.

Key words Noncircular bevel gear, Elliptical gear, Transmission characteristics, Design

引言

非圆齿轮最显著的特点是综合了圆形齿轮和凸轮机构的优点,能准确地以变传动比传递较大的动力^[1]。非圆锥齿轮可用于传递相交轴间的变速比运动,在非圆柱齿轮技术研究日渐成熟的同时,伴随着计算机和数控技术的发展,非圆锥齿轮的研究也

慢慢兴起,并取得了一些重要的成果,这些研究成果为非圆锥齿轮的设计、加工制造及普遍推广提供了理论依据和技术支撑。

针对非圆锥齿轮的传动形式,根据空间齿轮啮合原理,提出一种偏心-高阶椭圆锥齿轮副的几何设计方法,并对其传动特性进行分析。

收稿日期: 2011-01-05 修回日期: 2011-06-19

* 国家自然科学基金资助项目 (50875269)

作者简介: 林超,教授,博士,主要从事机械设计计算机辅助工程与新型齿轮传动系统研究,E-mail: linchao@cqu.edu.cn

1 偏心-高阶椭圆锥齿轮副设计

以偏心椭圆锥齿轮为主动轮,结合文献[8],偏心-高阶椭圆锥齿轮副实现的传动比函数为

$$i_{12} = \frac{k_1^2 + \sqrt{n_2^2(1-k_1^2) + k_1^2}}{1-k_1^2} + \frac{[1 + \sqrt{n_2^2(1-k_1^2) + k_1^2}]k_1 \cos \theta}{k_1^2 - 1} \quad (1)$$

式中 k_1 ——偏心椭圆锥齿轮的偏心率
 n_2 ——高阶椭圆锥齿轮的阶数, $n_2 \geq 2$
 θ ——偏心椭圆锥齿轮的极角

1.1 啮合坐标系转换

由锥齿轮的啮合原理,建立偏心-高阶椭圆锥齿轮啮合坐标系,见图 1。以 O 为原点,建立全局固定坐标系 $OXYZ$; Y 轴水平向右, Z 轴竖直向上,再由右手定律得到 X 轴的方向。坐标系 $O_dX_dY_dZ_d$ 是偏心锥齿轮的随动坐标系,其原点 O_d 与 O 重合, Z_d 轴与全局固定坐标系 $OXYZ$ 的 Z 轴重合;在初始位置, X_d 、 Y_d 分别与全局固定坐标系 $OXYZ$ 的 X 、 Y 轴重合,在啮合过程中,随动坐标系 $O_dX_dY_dZ_d$ 以 ω_1 的角速度沿图示方向绕 Z_d 轴转动;坐标系 $O_fX_fY_fZ_f$ 是高阶椭圆锥齿轮的随动坐标系,其原点 O_d 与 O 重合, Z_f 轴与全局固定坐标系 $OXYZ$ 的 Y 轴重合;在初始位置, X_f 、 Y_f 也分别与全局固定坐标系 $OXYZ$ 的 Z 、 X 轴重合,在啮合过程中,随动坐标系 $O_fX_fY_fZ_f$ 将以 ω_2 的角速度沿图示方向绕 Z_f 轴转动。

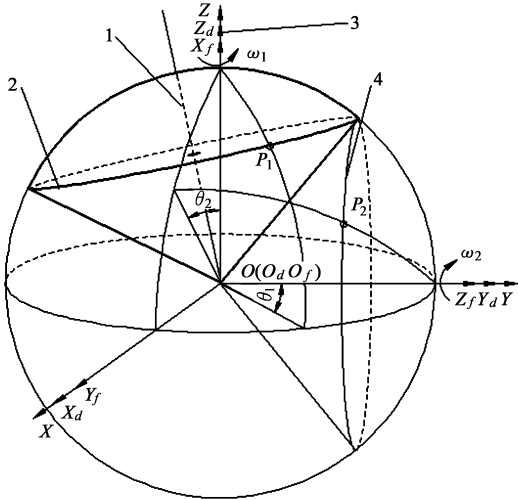


图 1 啮合坐标系
Fig. 1 Mesh coordinates

1. 偏心椭圆锥齿轮几何中心轴 2. 偏心椭圆锥齿轮节曲线
3. 偏心椭圆锥齿轮旋转中心轴 4. 高阶椭圆锥齿轮节曲线

啮合过程中,当偏心椭圆锥齿轮的随动坐标系 $O_dX_dY_dZ_d$ 转过的角度为 θ_1 时,高阶椭圆锥齿轮的随动坐标系 $O_fX_fY_fZ_f$ 转过的角度为 θ_2 ,由齿轮空间

啮合原理,可以得到两者角位移之间的关系为

$$\theta_2 = \int_0^{\theta_1} \frac{1}{i_{12}} d\theta \quad (2)$$

式中 θ_1 ——偏心锥齿轮随动坐标系 $O_dX_dY_dZ_d$ 的角位移
 θ_2 ——高阶椭圆锥齿轮随动坐标系 $O_fX_fY_fZ_f$ 的角位移

由空间坐标转换关系可得到,偏心椭圆锥齿轮随动坐标系 $O_dX_dY_dZ_d$ 到全局固定坐标系 $OXYZ$ 的齐次转换矩阵为

$$T_{od} = \begin{bmatrix} \cos \theta_1 & -\sin \theta_1 & 0 & 0 \\ \sin \theta_1 & \cos \theta_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

全局固定坐标系 $OXYZ$ 到高阶椭圆锥齿轮随动坐标系 $O_fX_fY_fZ_f$ 的齐次转换矩阵为

$$T_{fo} = \begin{bmatrix} \sin \theta_2 & 0 & \cos \theta_2 & 0 \\ \cos \theta_2 & 0 & -\sin \theta_2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

则偏心椭圆锥齿轮随动坐标系 $O_dX_dY_dZ_d$ 到高阶椭圆锥齿轮随动坐标系 $O_fX_fY_fZ_f$ 的齐次转换矩阵为

$$T_{fd} = T_{fo} T_{od} = \begin{bmatrix} \cos \theta_1 \sin \theta_2 & -\sin \theta_1 \cos \theta_2 & \cos \theta_2 & 0 \\ \cos \theta_1 \cos \theta_2 & -\cos \theta_2 \sin \theta_1 & -\sin \theta_2 & 0 \\ \sin \theta_1 & \cos \theta_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

1.2 偏心椭圆锥齿轮的节锥面与球面节曲线

在锥齿轮传动中,两锥面接触且相切线是两齿轮相对运动的瞬时回转轴,瞬时回转轴在主动轮和从动轮的随动坐标系中,形成的直线族是两齿轮的瞬轴面,瞬轴面即为锥齿轮的节锥面,偏心-高阶椭圆锥齿轮副瞬时回转轴与节锥面见图 2。

偏心-高阶椭圆锥齿轮副的传动比可以用节锥角来表示

$$i_{12} = \frac{\sin \psi_2}{\sin \psi_1} \quad (6)$$

式中 ψ_1 ——主动轮节锥角
 ψ_2 ——从动轮节锥角

本文讨论的是两齿轮旋转轴间夹角 ϕ 为 90° ,此时式(6)可写成

$$i_{12} = \frac{\cos \psi_1}{\sin \psi_1} = \frac{1}{\tan \psi_1} \quad (7)$$

由式(1)、(7)可得到偏心椭圆锥齿轮的节锥面方程

$$\psi_1(\theta) = \arctan(1/i_{12}) \quad (8)$$

根据几何关系,以偏心椭圆锥齿轮的旋转轴为

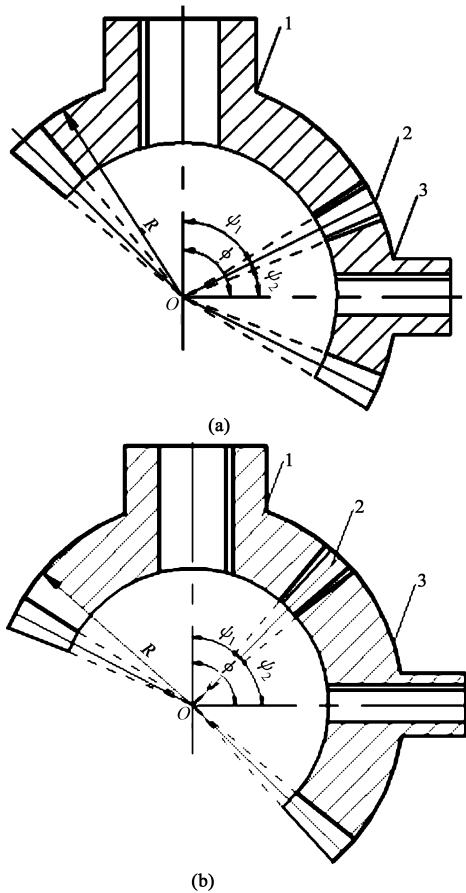


图2 瞬时回转轴和节锥面

Fig.2 Instantaneous rotor and pitch cone

(a) 初始位置 (b) 转过 180°

1. 偏心椭圆锥齿轮 2. 瞬时回转轴 3. 高阶椭圆锥齿轮

Z 轴、锥顶为原点,则可得到偏心椭圆锥齿轮的球面节曲线方程

$$\begin{cases} x_1 = R\cos\psi_1(\theta)\cos\theta \\ y_1 = R\cos\psi_1(\theta)\sin\theta \\ z_1 = R\sin\psi_1(\theta) \end{cases} \quad (9)$$

式中 R ——球面半径,其取值由偏心椭圆锥齿轮的参数决定

1.3 高阶椭圆锥齿轮的节锥面与球面节曲线

根据图 1 所示,由初始位置起,当偏心椭圆锥齿轮转过角度 θ_1 ,从动椭圆锥齿轮转过的角度为 θ_2 时,偏心椭圆锥齿轮球面节曲线上的 P_1 点,刚好和从动椭圆锥齿轮的球面节曲线上的 P_2 点重合且相切。

由空间坐标转换关系,可得 P_2 在 $O_fX_fY_fZ_f$ 中的坐标为

$$\begin{bmatrix} x_f \\ y_f \\ z_f \\ 1 \end{bmatrix} = T_{fd} \begin{bmatrix} R\cos\psi_1(\theta_1)\sin\theta_1 \\ R\cos\psi_1(\theta_1)\cos\theta_1 \\ R\sin\psi_1(\theta_1) \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R\cos\theta_2\sin\psi_1(\theta_1) \\ -R\sin\theta_2\sin\psi_1(\theta_1) \\ R\cos\psi_1(\theta_1) \\ 1 \end{bmatrix} \quad (10)$$

从而可求得,从动椭圆锥齿轮的节锥面方程

$$\begin{cases} \psi_2 = \frac{\pi}{2} - \psi_1 \\ \theta_2 = \int_0^{\theta_1} \frac{1}{i_{12}} d\theta \end{cases} \quad (11)$$

对式(2)中的积分求解出,再代入式(11)中,可得到

$$\psi_2(\theta) = \arctan(1/i'_{12}) \quad (12)$$

其中

$$\begin{aligned} i'_{12} &= [k_2^2 + \sqrt{(1-k_2^2)/n_2^2 + k_2^2}]/(1-k_2^2) + \\ &[1 + \sqrt{(1-k_2^2)/n_2^2 + k_2^2}]k_2\cos(n_2\theta)/(k_2^2-1) \\ k_2 &= \frac{k_1}{\sqrt{n_2^2 - k_1^2(n_2^2-1)}} \end{aligned}$$

比较式(12)和式(8),可见它们的形式非常相似,属于同一类曲面,只是 ψ_2 是以周期 $T = 2\pi/n_2$ 变化的,称从动椭圆锥齿轮的节锥面为 n_2 阶椭圆锥面。当 $n_2 \geq 2$ 时,统称这类曲面为高阶椭圆锥面,对应的从动椭圆锥齿轮称为高阶椭圆锥齿轮。

从而可得到高阶椭圆锥齿轮的球面节曲线方程

$$\begin{cases} x_2 = R\cos\psi_2(\theta)\cos\theta \\ y_2 = R\cos\psi_2(\theta)\sin\theta \\ z_2 = R\sin\psi_2(\theta) \end{cases} \quad (13)$$

当球面半径 $R = 37.64\text{ mm}$ 、 $k_1 = 0.5$ 、 n_2 分别取 2 和 3 时,由式(8)、(9)、(12)、(13),分别得到偏心-2 阶、偏心-3 阶椭圆锥齿轮副相互啮合的节锥面和节曲线,见图 3。

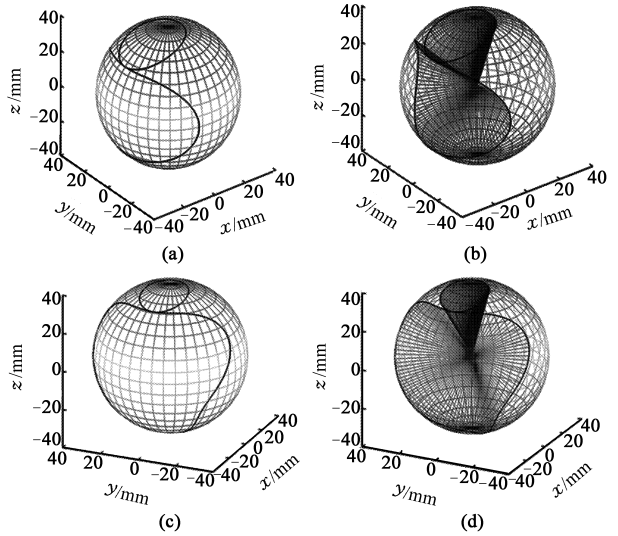


图3 节曲线与节锥面

Fig.3 Pitch cone and pitch curve

(a) 偏心-2 阶椭圆锥齿轮 (b) 偏心-3 阶椭圆锥齿轮

2 偏心-高阶椭圆锥齿轮副实体建模

2.1 基本原理

由齿轮空间啮合原理可知,当偏心-高阶椭圆锥

齿轮副传动时,偏心圆锥齿轮和高阶椭圆锥齿轮的节锥面作相切纯滚动,若把其中的高阶椭圆锥齿轮换成刀具(标准的圆锥齿轮),此时两者的传动表现为偏心圆锥齿轮的节锥面与圆锥齿轮刀具的节锥面作相切纯滚动。在啮合过程中,刀具的齿廓将会包络出与其具有相同的渐开线形状齿廓,即可获得偏心圆锥齿轮的齿形。

根据上述原理,结合范成法加工原理,说明偏心圆锥齿轮范成过程中,各运动参数之间的关系以及偏心圆锥齿轮齿形生成过程。建立范成加工的坐标系,见图 4,三维笛卡尔坐标系 $OXYZ$ 原点为 O 点, Z 轴竖直向上, Y 轴水平向右;偏心圆锥齿轮的锥顶与原点 O 重合,偏心圆锥齿轮的回转中心轴与 Z 轴重合;刀具的自回转中心轴为 OO_1 ,在初始位置时,刀具的节曲线与偏心圆锥齿轮的节曲线相切于点 M , OM 与 Z 轴正方向夹角为 ρ_0 ;刀具节曲线相切于偏心圆锥齿轮的节曲线并作纯滚动,经过时间 t ,刀具绕 Z 轴转过的角度为 θ_t 时,如图 4 所示,此时刀具节曲线与偏心圆锥齿轮的节曲线相切于点 M' ,刀具的回转中心轴为 OO_1' , OM' 与 Z 轴正方向夹角为 ρ_1 。

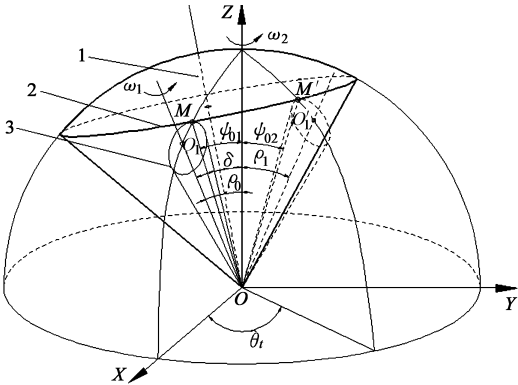


图 4 范成加工的坐标系

Fig. 4 Coordinate system of gear generating

1. 偏心圆锥齿轮几何中心轴
2. 偏心圆锥齿轮节曲线
3. 圆锥刀具节曲线

图中, ψ_{01} 为工件初始位置的节锥角, ψ_{02} 为时间 t 后工件的节锥角, ω_1 为刀具绕其轴线旋转的角速度, ω_2 为刀具绕 Z 轴旋转的角速度, δ 为圆锥刀具的节锥角。

设刀具绕自身回转中心轴旋角位移速度为 ω_1 ,同时绕 Z 轴旋转的角速度为 ω_2 。则可根据齿轮啮合原理,得时间为 t 时,刀具自旋角位移 $\beta = \omega_1 t$,转过球面弧长为

$$l = R\omega_1 t \sin\delta$$

(14)

由于刀具与工件作纯滚动,则工件也应旋转同样的弧长。其旋转的角度 θ_t 计算式为^[2]

$$l = R \int_0^{\theta_t} \sqrt{\sin^2 \psi_1(\theta) + \psi_1'^2(\theta)} d\theta$$

(15)

其中 $\psi_1'(\theta) = d\psi_1(\theta)/d\theta$

刀具绕 Z 轴旋转的角速度为

$$\omega_2 = \frac{\theta_1}{t}$$

(16)

由图 4 知, $\rho_0 = \psi_{01} + \delta$, $\rho_1 = \psi_{02} + \delta$,刀具绕 Y 轴旋转的角速度 ω 为

$$\omega = \frac{\rho_0 - \rho_1}{t} = \frac{\psi_{01} - \psi_{02}}{t} = \frac{\psi_1(0) - \psi_1(\theta_t)}{t}$$

(17)

由式(16)、(17)即可确定偏心圆锥齿轮与刀具范成运动时的运动变化关系。用相同的原理可以得到范成法形成高阶椭圆锥齿轮齿廓时,刀具与工件运动的变化关系。

2.2 实体模型

根据上述偏心圆锥齿轮范成加工原理,在 Solidworks 中利用其三维造型功能以及应用程序接口(API),结合编程软件 VB,开发偏心圆锥齿轮的仿真加工程序,见图 5。



图 5 程序界面

Fig. 5 Program interface

在 Solidworks 中,建立偏心圆锥齿轮毛坯与刀具的虚拟实体模型,再由上述走刀位置,利用 VB 控制虚拟刀具与虚拟毛坯的相对位置,在每个位置,将虚拟刀具与齿轮毛坯作布尔运算,仿真加工过程见图 6,如此循环上述过程即可得到所设计的偏心圆锥齿轮实体模型,见图 7。用同样的方法可得到高阶椭圆锥齿轮的实体模型。

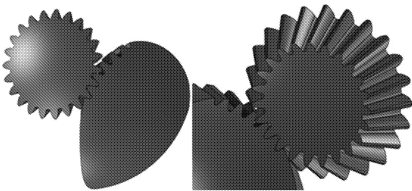


图 6 仿真加工过程图

Fig. 6 Simulation process

建立高阶椭圆锥齿轮副的虚拟实体及其装配模型,如图 7 所示。

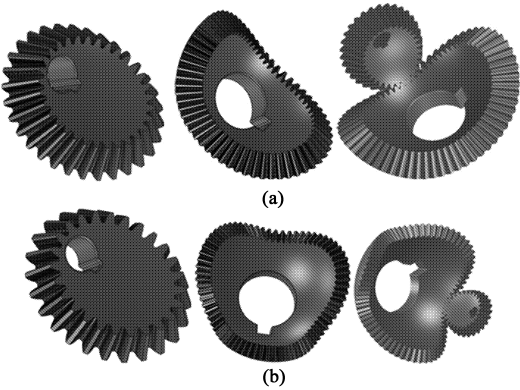


图 7 虚拟实体与装配模型

Fig. 7 Pseudo-entity and assembly model

(a) 偏心-2 阶椭圆锥齿轮 (b) 偏心-3 阶椭圆锥齿轮

3 运动特性分析

偏心-高阶椭圆锥齿轮副的啮合运动为偏心椭圆锥齿轮与高阶椭圆锥齿轮的节锥面作纯滚动。因此,对该齿轮副节圆锥运动特性进行分析可得到其啮合时的运动特性规律及变化关系。

设偏心椭圆锥齿轮初始输入角速度为 ω_{01} , 将 $\theta = \omega_{01}t$ 代入式(1), 可得到偏心-高阶椭圆锥齿轮副的传动比随时间变化的函数

$$i_{12} = \frac{k_1^2 + \sqrt{n_2^2(1 - k_1^2) + k_1^2}}{1 - k_1^2} + \frac{[1 + \sqrt{n_2^2(1 - k_1^2) + k_1^2}]k_1 \cos(\omega_{01}t)}{k_1^2 - 1} \quad (18)$$

3.1 传动比的变化规律

3.1.1 传动比与偏心率 k_1 的关系

由式(18)知, 偏心-高阶椭圆锥齿轮副在传动过程中, 传动比与偏心椭圆锥齿轮偏心率 k_1 有关, 当偏心椭圆锥齿轮输入的初始角速度 ω_{01} 、高阶椭圆锥齿轮阶数 n_2 一定时(取 $\omega_{01} = 1\text{rad/s}$ 、 $n_2 = 2$), 传动比与偏心率 k_1 变化关系如图 8 所示, 由图 8 可知, 偏心-高阶椭圆锥齿轮副的传动比为连续变化的正弦曲线; 随着偏心椭圆锥齿轮偏心率 k_1 的增加, 偏心-高阶椭圆锥齿轮副传动比的最大值会变大, 传动比的最小值会减小, 所以传动比的变化范围会变大; 传动比在时间 $t = (2\tau + 1/2)\pi/\omega_{01}$ (τ 为自然数)时, 得到最大值

$$i_{\max} = \frac{k_1^2 + \sqrt{n_2^2(1 - k_1^2) + k_1^2}}{1 - k_1^2} + \frac{[1 + \sqrt{n_2^2(1 - k_1^2) + k_1^2}]k_1}{1 - k_1^2} \quad (19)$$

传动比在时间 $t = (2\tau + 1)\pi/\omega_{01}$ (τ 为自然数)时, 得到最小值

$$i_{\min} = \frac{k_1^2 + \sqrt{n_2^2(1 - k_1^2) + k_1^2}}{1 - k_1^2} - \frac{[1 + \sqrt{n_2^2(1 - k_1^2) + k_1^2}]k_1}{1 - k_1^2} \quad (20)$$

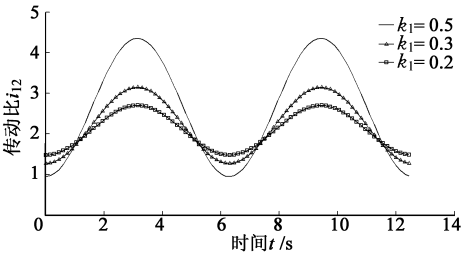


图 8 偏心率 k_1 对传动比的影响

Fig. 8 Impact of eccentricity k_1 to the transmission ratio

当 $0 < k_1 \leq (n_2^2 - 1)/(n_2^2 + 3)$ 时, 传动比会出现最小值 $i_{\min} \geq 1$ 的情况, 即偏心-高阶椭圆锥齿轮副传动过程中, 传动比 i_{12} 恒大于 1, 此时输出角速度恒小于输入角速度, 偏心-高阶椭圆锥齿轮副可以用来减速, 实现变传动比的减速功能。此时若将高阶椭圆锥齿轮作为主动输入轮, 偏心椭圆锥齿轮作为从动输出轮, 则传动比的最大值 $i_{\max} \leq 1$, 此时输出角速度恒大于输入角速度, 该齿轮副可以用来增速, 实现变传动比的增速功能。

当 $(n_2^2 - 1)/(n_2^2 + 3) < k_1 < 1$ 时, 偏心-高阶椭圆锥齿轮副传动比的最小值 $i_{\min} < 1$, 传动比的最大值 $i_{\max} > 1$; 此时在偏心-高阶椭圆锥齿轮传动过程中, 输出角速度小于和大于输入角速度的情况均会出现, 可用于特殊要求的传动场合。

示例: 当 $n_2 = 2$, $(n_2^2 - 1)/(n_2^2 + 3) = 3/7$, 取 $k_1 = 2/7$ 、 $k_1 = 3/7$ 、 $k_1 = 4/7$ 时各偏心率对应的变传动比曲线如图 9 所示。

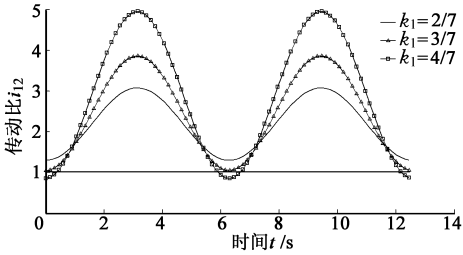


图 9 偏心率 k_1 的分界值

Fig. 9 Cutoff value of eccentricity k_1

3.1.2 传动比的变化周期

由式(18)可知, 偏心-高阶椭圆锥齿轮副的传动具有周期性, 影响偏心-高阶椭圆锥齿轮传动周期的因素是偏心椭圆锥齿轮初始输入角速度 ω_{01} , 当偏心椭圆锥齿轮偏心率 k_1 和高阶椭圆锥齿轮的阶数 n_2 一定时(取 $k_1 = 0.5$ 、 $n_2 = 2$), 初始输入角速度

ω_{01} 对传动比周期的影响见图 10。由图 10 可以得出,随着偏心椭圆锥齿轮初始输入角速度 ω_{01} 的增大,传动比的变化周期 T 会变小,传动比的变化周期 $T=2\pi/\omega_{01}$,而传动比的变化范围、最大值和最小值不会发生改变。

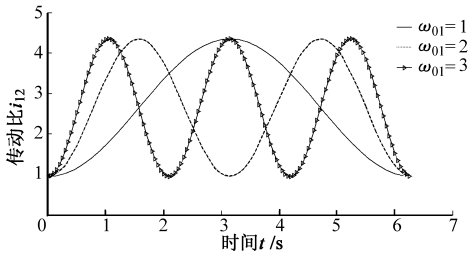


图 10 初始输入角速度 ω_{01} 对传动比周期的影响

Fig. 10 Impact of the initial angular velocity of the input angular velocity ω_{01} to transmission ratio cycle

3.1.3 传动比与高阶椭圆锥齿轮阶数 n_2 的关系

由式(18)可知,高阶椭圆锥齿轮的阶数 n_2 对传动比也有影响,当偏心椭圆锥齿轮偏心率 k_1 、初始输入角速度 ω_{01} 一定时(取 $k_1=0.5$ 、 $\omega_{01}=1$ rad/s),高阶椭圆锥齿轮的阶数 n_2 对传动比影响见图 11。由图可知,随着高阶椭圆锥齿轮阶数 n_2 的增加,传动比周期不会发生变化,传动比的波动范围增大;传动比的最大值 $i_{\max}$ 和最小值 $i_{\min}$ 都会增大,传动比曲线呈向上平移的趋势。

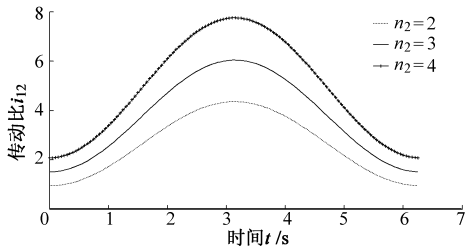


图 11 高阶椭圆锥齿轮阶数 n_2 对传动比的影响

Fig. 11 Impact of the order of high order elliptical bevel gear n_2 to transmission ratio

3.2 高阶椭圆锥齿轮角位移的变化规律

主动偏心椭圆锥齿轮角位移与从动高阶椭圆锥齿轮角位移的关系可由式(2)得到,即

$$\theta_2 = \frac{2}{n_2} \arctan \left(\sqrt{\frac{(1+k_1)(1+k_2)}{(1-k_1)(1-k_2)}} \tan \frac{\theta_1}{2} \right) \quad (21)$$

由式(21)可以看到偏心椭圆锥齿轮的偏心率 k_1 、高阶椭圆锥齿轮的阶数 n_2 对高阶椭圆锥齿轮角位移有影响。

3.2.1 高阶椭圆锥齿轮角位移与偏心率 k_1 的关系

高阶椭圆锥齿轮的阶数 n_2 一定时(取 $n_2=2$), k_1 分别取 0.5、0.3、0.2,作高阶椭圆锥齿轮的角位移曲线如图 12 所示。由图 12 可知,偏心椭圆锥齿轮的偏心率 k_1 在传动过程中只影响高阶椭圆锥齿

轮角位移波动量的大小。随着偏心椭圆锥齿轮偏心率 k_1 的增加,高阶椭圆锥齿轮角位移曲线的曲率增大,高阶椭圆锥齿轮角位移的波动也增大。由此可以判断,传动过程中的冲击载荷也越大,所以设计时在基本满足传动比的条件下,应选用偏心率小的偏心椭圆锥齿轮副。

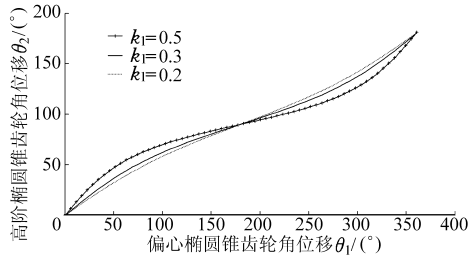


图 12 偏心率 k_1 对从动轮角位移的影响

Fig. 12 Impact of eccentricity k_1 to rotation angle of the high order elliptical bevel gear

3.2.2 高阶椭圆锥齿轮角位移与阶数 n_2 的关系

在偏心椭圆锥齿轮偏心率 k_1 一定时(取 $k_1=0.5$),高阶椭圆锥齿轮的阶数 n_2 对其角位移的影响见图 13。由图 13 可知,当 $n_2=2$ 时,在一个周期内,高阶椭圆锥齿轮的角位移等于 π ;当 $n_2=3$ 时,在一个周期内,高阶椭圆锥齿轮的角位移等于 $2\pi/3$;当 $n_2=4$ 时,在一个周期内,高阶椭圆锥齿轮的角位移等于 $\pi/2$ 。即一个周期内高阶椭圆锥齿轮的角位移为 $2\pi/n_2$,且随着 n_2 的增加,高阶椭圆锥齿轮的角位移曲线变化越平缓,可以推测传动过程中冲击载荷越小,因此设计时,在满足传动比的条件下,可选用阶数高的高阶椭圆锥齿轮。

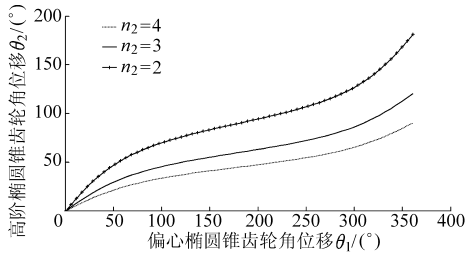


图 13 高阶椭圆锥齿轮阶数 n_2 对高阶椭圆锥齿轮角位移的影响

Fig. 13 Impact of the order of high order elliptical bevel gear n_2 to rotation angle of the high order elliptical bevel gear

3.3 高阶椭圆锥齿轮角加速度的变化规律

高阶椭圆锥齿轮角加速度的变化在传动过程中表现为齿轮副所受冲击载荷的大小,高阶椭圆锥齿轮角加速度越大,在传动过程中所受的载荷力也就越大。由传动比公式可得到从动锥齿轮角速度为

$$\omega_{02} = \frac{\omega_{01}}{i_{12}} \quad (22)$$

将式(1)代入式(22),求其对时间 t 的一阶导

数,得高阶椭圆锥齿轮的角加速度为

$$\alpha_2=\frac{dw_{02}}{dt}$$

(23)

3.3.1 高阶椭圆锥齿轮角加速度与偏心率 k_1 的关系

当偏心锥齿轮的初始输入角速度 ω_{01} 、高阶椭圆锥齿轮的阶数 n_2 一定时(取 $\omega_{01}=1\text{ rad/s}$ 、 $n_2=2$),偏心椭圆锥齿轮偏心率 k_1 对高阶椭圆锥齿轮角加速度的影响如图 14 所示。

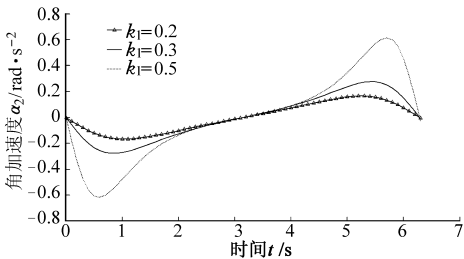


图 14 偏心率 k_1 对高阶椭圆锥齿轮角加速度的影响

Fig. 14 Impact of eccentricity k_1 to angular acceleration of the driven high order elliptical bevel gear

由图 14 可知,随着偏心锥齿轮偏心率 k_1 的增大,高阶椭圆锥齿轮的角加速度会增大,传动过程中的冲击载荷随之增加,振动、噪声等不利因素也会加剧。在设计偏心椭圆锥齿轮副时,应尽量减小偏心椭圆锥齿轮的偏心率。

3.3.2 高阶椭圆锥齿轮角加速度与阶数 n_2 的关系

当偏心椭圆锥齿轮偏心率 k_1 、初始输入角速度 ω_{01} 一定时(取 $k_1=0.5$ 、 $\omega_{01}=1\text{ rad/s}$),高阶椭圆锥齿轮的阶数 n_2 对高阶椭圆锥齿轮角加速度的影响见图 15。由图 15 知,随着高阶椭圆锥齿轮阶数 n_2 的增加,高阶椭圆锥齿轮角加速度的变化周期没有改变,高阶椭圆锥齿轮的角加速度波动范围会变小,且角加速度的最大值也会减小,在实际传动中冲击载荷也会变小,有利于传动。

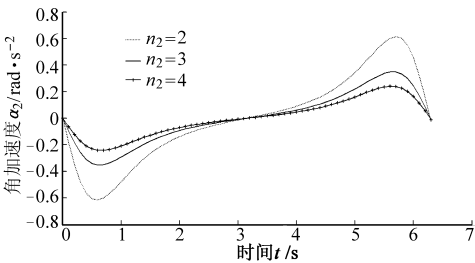


图 15 高阶椭圆锥齿轮阶数 n_2 对高阶椭圆锥齿轮角加速度的影响

Fig. 15 Impact of the order of high order elliptical bevel gear n_2 to angular-acceleration of the high order elliptical bevel gear

3.3.3 高阶椭圆锥齿轮角加速度与 ω_{01} 的关系

当偏心椭圆锥齿轮偏心率 k_1 以及高阶椭圆锥齿轮阶数 n_2 一定时(取 $k_1=0.5$ 、 $n_2=2$), ω_{01} 对高阶椭圆锥齿轮角加速度的影响见图 16。由图 16

知,随着偏心椭圆锥齿轮角速度的增加,高阶椭圆锥齿轮角加速度的变化周期会减小,且其变化周期 $T=2\pi/\omega_{01}$,高阶椭圆锥齿轮角加速度的波动范围会增加,且角加速度的最大值会急剧增加,可见偏心椭圆锥齿轮副只能适用于低速传动。

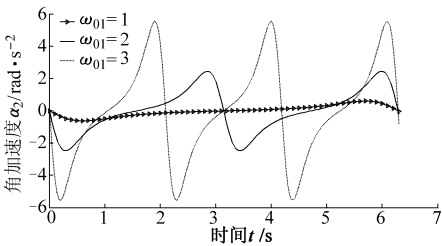


图 16 初始输入角速度 ω_{01} 对高阶椭圆锥齿轮角加速度的影响

Fig. 16 Impact of the initial angular velocity of the input angular velocity ω_{01} to angular-acceleration of the driven high order elliptical bevel gear

4 实验

4.1 加工过程

偏心-高阶椭圆锥齿轮由五轴联动数控铣床加工,铣床型号为 SmartCNC500,基本功能参数见表 1。在毛坯加工好之后,根据已建立的偏心-高阶椭圆锥齿轮虚拟实体模型,在数控编程软件 JDPaint 中,编制好加工所需的数控程序,即可进行偏心-高阶椭圆锥齿轮的加工。该椭圆锥齿轮的加工分为粗加工、半精加工和精加工 3 个工序。图 17 所示为主动轮和从动轮的加工过程图及加工所得的齿轮零件。

表 1 五轴联动数控铣床基本功能参数

Tab. 1 Basic parameters of five-axis CNC milling machine

参数	取值
$X_t/Y_t/Z_t$ 运动定位精度/mm	0.008/0.006/0.006
$X_t/Y_t/Z_t$ 重复定位精度/mm	0.005/0.005/0.005
Y_t 轴定位精度/(°)	0.033 3
Y_t 轴重复定位范围/(°)	0.027 8
Y_t 轴摆动范围/(°)	-90 ~ 120
Z_t 轴定位精度/(°)	0.058 3
Z_t 轴重复定位范围/(°)	0.055 6
Z_t 轴摆动范围/(°)	360
主轴转速/ $\text{r}\cdot\text{min}^{-1}$	2 000 ~ 28 000(Φ100)
最高切削进给速度/ $\text{m}\cdot\text{min}^{-1}$	6

4.2 对滚实验

偏心-高阶椭圆锥齿轮副运动实验时,将加工所得到的偏心、2 阶椭圆锥齿轮在锥齿轮滚检查机上进行对滚检查。如图 18 所示的实验结果表明,加工出来的偏心-高阶椭圆锥齿轮副的啮合接触线轨迹

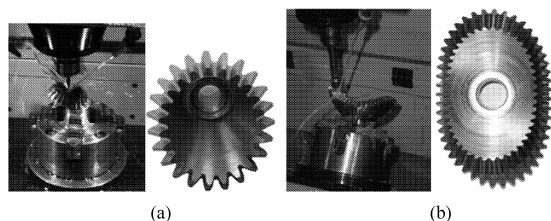


图 17 加工过程与齿轮零件

Fig. 17 Processing and gear parts

(a) 偏心椭圆锥齿轮 (b) 2 阶椭圆锥齿轮

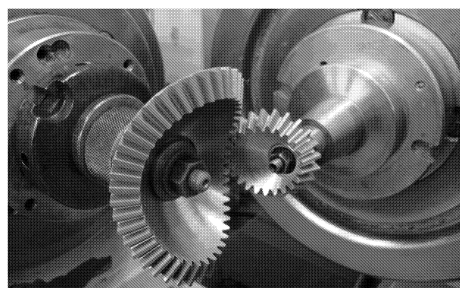


图 18 对滚实验

Fig. 18 Rolling experiment

接触良好,运动平稳,能够全齿厚方向上全接触滚动。验证了提出的偏心-高阶椭圆锥齿轮设计方法的正确性。

5 结论

(1) 根据空间齿轮啮合原理,建立了偏心-高阶椭圆锥齿轮副传动啮合的坐标系,求出它们之间的转换关系,进而推导出偏心-高阶椭圆锥齿轮副的节锥面和球面节曲线方程。

(2) 根据范成法,对偏心椭圆锥齿轮的齿廓进行了设计,分析范成过程中刀具的走刀位置,再利用 VB 与 Solidworks(API)二次开发技术,再现了偏心-高阶椭圆锥齿轮副的仿真加工过程,实现了参数化建立偏心-高阶椭圆锥齿轮副的实体模型。

(3) 推导出偏心-高阶椭圆锥齿轮的角位移、角速度、角加速度等公式,在此基础上,结合 Matlab 编程,分析偏心率、初始输入角速度、高阶椭圆锥齿轮阶数对各变量的影响,获得了偏心-高阶椭圆锥齿轮传动的特性,为偏心-高阶椭圆锥齿轮副的优化设计奠定了理论基础。

(4) 利用五轴联动数控铣床加工出偏心-高阶椭圆锥齿轮副,并通过对滚检查实验,验证了偏心-高阶椭圆锥齿轮副设计方法的正确性及五轴数控加工偏心-高阶椭圆锥齿轮的可行性。

参 考 文 献

- 1 杨世平. 基于 VB 的非圆齿轮 CAD/CAM 系统研究与开发[J]. 机械科学与技术, 2008, 27(8): 1 056 ~ 1 062.
Yang Shiping. Development of a non-circular gear CAD/CAM system using VB [J]. Mechanical Science and Technology for Aerospace Engineering, 2008, 27 (8): 1 056 ~ 1 062. (in Chinese)
- 2 Xia Jiqiang, Liu Yuanyuan, Geng Chunming, et al. Noncircular bevel gear transmission with intersecting axes [J]. ASME Journal of Mechanical Design, 2008, 130(5): 054502.
- 3 贾巨民, 高波, 赵德龙. 基于保测地曲率映射的非圆锥齿轮传动设计分析方法[J]. 机械工程学报, 2008, 44(4): 54 ~ 57.
Jia Jumin, Gao Bo, Zhao Delong. Analysis method for noncircular bevel gearing based on geodesic curvature preserving mapping [J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2008, 44(4): 54 ~ 57. (in Chinese)
- 4 赵玉民, 马延会, 华林, 等. 非圆锥齿轮节曲线的平面展开算法研究[J]. 中国机械工程, 2008, 19(17): 2 046 ~ 2 049.
Zhao Yumin, Ma Yanhui, Hua Lin, et al. Planar unfolding algorithm of noncircular bevel gears [J]. China Mechanical Engineering, 2008, 19 (17): 2 046 ~ 2 049. (in Chinese)
- 5 姜虹, 王小椿. 三周节变传动比限滑差速器设计与试验[J]. 农业机械学报, 2007, 38(4): 31 ~ 34.
Jiang Hong, Wang Xiaochun. Research on design and working principles of three-pitch fluctuating gear ratio limited-slip differential [J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2007, 38(4): 31 ~ 34. (in Chinese)
- 6 林超, 冉小虎. 卵形锥齿轮副: 中国, ZL200510020261.0 [P]. 2005-08-03.
Lin Chao, Ran Xiaohu. Oval bevel gears: CN, ZL200510020261.0 [P]. 2005-08-03. (in Chinese)
- 7 夏继强, 耿春明, 宋江滨, 等. 变传动比相交轴直齿锥齿轮副几何设计方法: 中国, 200410009582.6 [P]. 2006-03-29.
Xia Jiqiang, Geng Chunming, Song Jiangbin, et al. Geometry design method of intersecting axes straight bevel gear with variable transmission ratio: China, 200410009582.6 [P]. 2006-03-29. (in Chinese)
- 8 吴序堂, 王贵海. 非圆齿轮及非匀速比传动[M]. 北京: 机械工业出版社, 1997.
- 9 俞高红, 钱孟波, 赵匀, 等. 偏心齿轮-非圆齿轮行星系分插机构运动机理分析[J]. 农业机械学报, 2009, 40(3): 81 ~ 84.
Yu Gaohong, Qian Mengbo, Zhao Yun, et al. Analysis of kinematic principle of transplanting mechanism with eccentric gears and noncircular gears [J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2009, 40 (3): 81 ~ 84. (in Chinese)