

圆锥指数仪贯入沙土试验的离散元法模拟^{*}

李艳洁¹ 林剑辉¹ 徐泳²

(1. 北京林业大学工学院, 北京 100083; 2. 中国农业大学理学院, 北京 100083)

【摘要】 利用离散元法对圆锥指数仪贯入沙土的试验进行了数值模拟研究。贯入试验与数值模拟结果所揭示的现象相吻合,即圆锥侧壁上的土壤摩擦阻力对总贯入阻力影响微小。离散元数值模拟结果显示,贯入圆锥锥尖部位的颗粒力链为强力链,颗粒的速度数值较大但方向杂乱,其他位置颗粒几乎静止;圆锥指数仪的贯入阻力随贯入深度增加而显著增大;土槽侧壁的正压力随贯入深度增加而增大;贯入速度变化对贯入阻力和土槽侧壁正压力的影响微弱。

关键词: 圆锥指数仪 贯入 沙土 离散元法

中图分类号: O347.7; TU411 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-1298(2011)11-0044-05

Discrete Element Simulations of the Cone Penetration Tests in Sandy Soil

Li Yanjie¹ Lin Jianhui¹ Xu Yong²

(1. School of Technology, Beijing Forestry University, Beijing 100083, China)

(2. School of Science, China Agricultural University, Beijing 100083, China)

Abstract

The simulative study with discrete element method for the cone penetration into the sandy soil was investigated. The results of the simulations and the tests are in good agreement, and the friction on the cone side surface has little influence on the penetration resistance. The conclusion of DEM shows that the strong force chain is located at the cone tip, where the directions of particle velocities are in disorder, while the particles in other place are almost stabile. The penetration resistance increased as the increase of penetration depth, and the normal pressure on the side wall of the soil bin. However, the penetration velocity has little influence on the penetration resistance.

Key words Cone penetrometer, Penetration, Sandy soil, Discrete element method

引言

圆锥指数 (cone index, 简称 CI) 是衡量土壤坚实度的一个定量指标^[1], 其测量装置称为圆锥指数仪。前人研究表明: 土壤圆锥指数是一个受土壤含水率、圆锥贯入速度和深度等多变量影响的综合指标^[2-3]。美国农业工程师协会颁布了土壤圆锥指数仪的相关标准^[4]。该标准推荐圆锥恒定贯入速度为 30 mm/s。但在田间操作时很难保证每次测试圆锥指数仪的贯入速度均相等, 而贯入速度对测试结果有哪些影响尚待探讨。到目前为止, 关于土壤含水率对圆锥指数测量影响的研究是最多

的^[5-9]。在此领域的相关研究中, 很少考虑贯入深度与速度对圆锥指数测量结果的影响, 只有 Hermanz 针对 Busscher 模型改进中提出了增加深度影响因子的想法, 并给出了一个带有贯入深度影响因子的多元模型^[8]。

近年来对离散元模型 (DEM) 的理论研究和工程应用都有较快的发展^[10], 一些学者利用 DEM 对圆锥贯入土壤问题进行了研究^[11-15]。本文采用基于 Hertz 和 Mindlin - Deresiewicz 非线性接触模型的离散元法模拟圆锥指数仪贯入沙土的试验过程, 分析圆锥贯入速度与深度对圆锥指数仪所受土壤阻力的影响, 以及土壤颗粒的动态运动规律。

收稿日期: 2011-03-09 修回日期: 2011-05-03

^{*} 国家自然科学基金资助项目 (30800665) 和中央高校基本科研业务费专项资金资助项目 (YX2010-6)

作者简介: 李艳洁, 讲师, 博士, 主要从事散体力学数值仿真及实验研究, E-mail: liyanjie_bjfu@gmail.com

1 试验与结果讨论

圆锥贯入试验是基于自行研发的土壤坚实度圆锥指数测试台进行的,该试验台可实现圆锥指数仪圆锥铅垂匀速贯入,并达到一定位移后自动停止。在贯入过程中,可实时地记录圆锥贯入的铅垂阻力。圆柱形的土槽由内径为 200 cm、厚度为 10 cm 的 PVC 塑料管制作而成,在底板圆锥将要穿透的位置钻了直径为 50 mm 的穿孔,便于圆锥贯穿土槽。试验选定圆锥直径为 10 mm,贯入速度为 30 mm/s,贯入深度约为 450 mm。试验用土壤为含水率 2% 的沙土(土壤粒径小于 2 mm),干密度分别为 1.2、1.3、1.4 和 1.5 g/cm³。

圆锥贯入沙土的试验得到的贯入阻力与贯入深度之间的关系如图 1a 所示。图中的曲线是在完全相同的工况下多次试验数据的平均值。由图中可看出,贯入阻力随贯入深度的增加而增大,而一旦锥尖穿透了土壤,阻力几乎减为零。这意味着,不管土壤被夯实得多么致密,贯入的铅垂阻力绝大部分来自于圆锥尖端,而圆锥外圆柱表面受到的摩擦力对阻力的测量贡献几乎可忽略不计。这个现象在其他工况贯入试验也能够发现,如图 1b 所示的壤土贯入试验也同样可见此现象。

2 数值模型

离散元法把每个颗粒或块体作为一个单元,根据全过程中的每一时刻颗粒间相互作用和运动定律

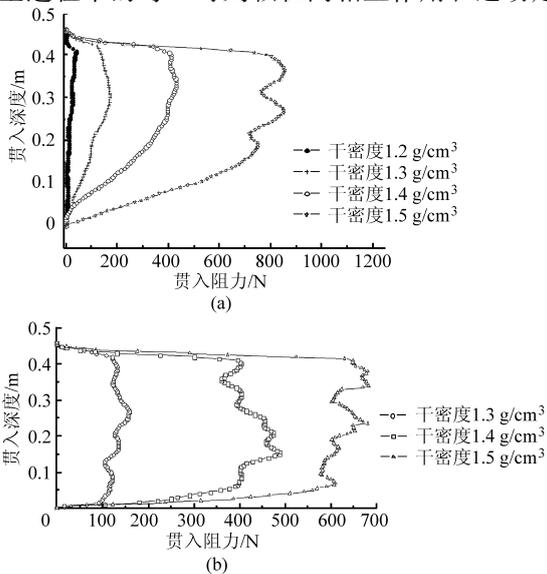


图 1 贯入深度与阻力关系试验曲线

Fig. 1 Comparison between depth and resistance of penetration tests

- (a) 含水率 2% 的 4 种干密度沙土
(b) 含水率 5% 的 3 种干密度壤土

的交替反复运用预测散体群的行为。在圆球颗粒离散元法中,颗粒间的作用近似分为法向和切向作用分别研究。根据颗粒有无粘连,法向和切向作用各不相同。本文所用的接触模型是基于圆球接触力学的无粘连干颗粒模型,该模型相对于文献[15]所使用的线性模型有更高的理论精准性。

圆球间的法向和切向接触力分别由 Hertz 理论和 Mindlin - Deresiewicz 理论^[16]计算。图 2 所示为两个半径分别为 R_1 和 R_2 的圆球之间相互作用的力学模型。设其球心坐标分别为 (x_1, y_1, z_1) 和 (x_2, y_2, z_2) , 由 Hertz 理论得法向力计算公式

$$N = \frac{4}{3} E^* R^{*1/2} \alpha^{3/2} \quad (1)$$

其中

$$\alpha = R_1 + R_2 - \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2} \quad (\alpha > 0)$$

$$\frac{1}{R^*} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \quad \frac{1}{E^*} = \frac{1 - \nu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{E_2}$$

式中 R^* —— 谐调平均半径

E^* —— 谐调平均弹性模量

ν_1, ν_2 —— 1、2 两球的泊松比

根据 Mindlin - Deresiewicz 理论,当两接触面间的切向位移 δ 增加时,在接触面周界上出现相对滑动并以环形域的形式向内发展,由切向位移增量 $\Delta\delta$ 引起的切向力增量 ΔT 与法向力和加载历史相关,由 $\Delta T = 8G^* a \theta_k \Delta\delta + (-1)^k \mu \Delta N (1 - \theta_k)$ 确定, μ 为滑动摩擦因数,其中 θ_k 与加载状态有关,即:当 $|\Delta T| < \mu \Delta N$ 无滑移时, $\theta_k = 1$; 否则

$$\theta_k = \begin{cases} \sqrt[3]{1 - \frac{T + \mu \Delta N}{\mu N}} & (k=0 \text{ (加载)}) \\ \sqrt[3]{1 - \frac{(-1)^k (T - T_k) + 2\mu \Delta N}{2\mu}} & (k=1,2 \text{ (卸载和再加载)}) \end{cases} \quad (2)$$

式中 T_k —— 卸载及再加载开始时的历史切向力

G^* 满足

$$\frac{1}{G^*} = \frac{2 - \nu_1}{G_1} + \frac{2 - \nu_2}{G_2} \quad (3)$$

T_k 需要利用 $T_k = T_k - (-1)^k \mu \Delta N$ 来不断更新以考虑法向力的影响。

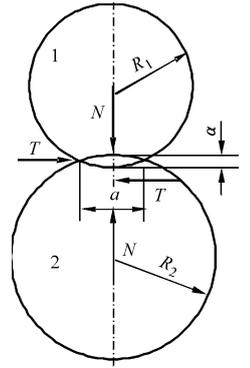


图 2 无粘连两干颗粒圆球间的相互作用
Fig. 2 Reaction between two inadhensive dry particles

临界时间步长的计算公式为

$$\Delta t_c = \frac{\pi \bar{R}}{\beta} \sqrt{\frac{\rho}{G}} \quad (4)$$

其中 $\beta = 0.8766 + 0.163\nu$
 式中 ν ——泊松比 G ——颗粒剪切模量
 \bar{R} ——颗粒平均半径 ρ ——颗粒密度
 一般计算所取的实际时间步长不大于临界时间步长。

3 模拟方法

本文采用基于 PC 环境下的 TRUBAL 程序^[17], 用离散元法模拟二维土壤的圆锥贯入。为使数值研究更接近实际情况, 采用 5 种不同粒径的颗粒来模拟沙土的土壤成分, 颗粒直径分别为 1.0、1.2、1.4、1.6 和 1.8 mm, 其数量配比为 1:2:4:2:1。颗粒的基本物性参数见表 1。模拟正式开始前, 需要先在料床(土槽)内分若干次按数量比生成颗粒云团(颗粒彼此互不接触), 待颗粒在重力场作用下落至料仓底部后再生成新的颗粒云团, 直至全部的颗粒生成且下落并稳定成为料床。料床的高度 H 约 450 mm, 参照 Bolton^[18] 的建议, 料床宽度 D 选用了两个尺寸, 分别为 100 mm 和 200 mm, 涉及颗粒总数分别为 24 000 和 45 000。为了缩小计算域、提高计算效率, 圆锥的初始长度 h 为 10 cm, 可在贯入过程中分若干次逐渐加长, 在贯入过程结束时圆锥的最终长为 440 mm, 圆锥的直径 d 为 10 mm, 锥尖角为 30°, 圆锥和料仓的具体几何尺寸见图 3。为了研究速度对贯入阻力的影响, 考虑圆锥的贯入速度是恒定的, 分别取 0.005、0.03 和 0.05 m/s 3 个数值。为了研究颗粒料床的孔隙率对贯入阻力的影响, 根据孔隙率的计算公式 $n =$

$$\frac{V_s - V_z}{V_s} \times 100\% \quad [19] \quad (\text{其中}$$

V_z 为散体的固体颗粒体积, V_s 为散体的总体积), 本文涉及料床为孔隙率 16% 的松散料床。表 1 中涉及颗粒的弹性模量、泊松比和密度取值是依据沙土中主要成分为二氧化硅, 与岩石成分相近, 因此取岩石的物性参数; 而颗粒-颗粒以及颗粒-壁面的摩擦因数则是采用了与文献^[20]相似的方法测量得到的。

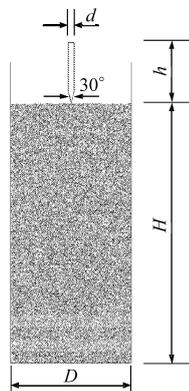


图 3 料仓尺寸及料床初始状态

Fig.3 Initial state of granular bed and geometry size of the box and penetrometer

表 1 离散元模拟所用颗粒物性参数

Tab.1 Parameters of particles used by DEM

参数	数值
弹性模量 E/Pa	7.0×10^{10}
泊松比 ν	0.3
密度 $\rho/\text{g} \cdot \text{cm}^{-3}$	2.65
颗粒-颗粒摩擦因数	0.5
颗粒-壁面摩擦因数	0.5
时间步长 $\Delta t/\text{s}$	5.31×10^{-5}

4 模拟结果与讨论

当圆锥进入到土壤之后, 随着锥体的不断贯入, 土壤颗粒始终与圆锥紧密接触并受迫向两侧缓慢移动, 由图 4b 可看出, 锥尖部位受到的土壤挤压力很大, 同时该部位的颗粒运动也是最明显的(见图 4c)。而远离圆锥的其他部位颗粒速度则近乎为零。在与锥尖接触的颗粒中, 每时刻给锥尖的挤压力最大的位置和颗粒是不固定的, 如图 4b 中的力链较粗的位置则为该时刻下锥尖与颗粒相互作用的最大挤压力位置。整个力链分布呈树枝样网状, 在远离锥尖部位的力链网络粗细比较均匀, 而在锥尖部位的力链则有明显的粗细之分, 粗者力大, 细者力小, 且从图 4b 中圆圈位置最大的强力链向周围呈辐射状发散开去。图 4c 中的速度矢量分布放大后(图 4d)可见颗粒在此时刻的运动速度方向是杂乱的, 在力链最大的锥尖右侧位置上颗粒速度很小, 说明该状态下的强力链处的颗粒是稳定的, 而左侧相对弱一些的力链处涉及的颗粒则明显有填补孔隙的移动。

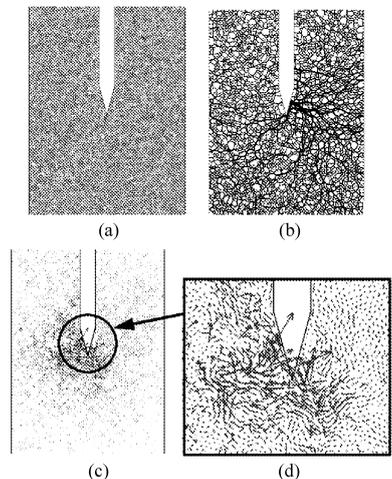


图 4 料床直径为 10 倍圆锥直径的贯入过程

Fig.4 Penetration profiles with the narrow granular bed ($D = 10d$)

(a) 料床 (b) 力链分布 (c) 速度矢量分布 (d) 局部放大图

前述圆锥贯入速度为固定的 0.03 m/s, 为了分析圆锥贯入速度对贯入阻力的影响规律, 数值模拟

分析了 3 种圆锥贯入速度,分别为 0.005、0.03 和 0.05 m/s。图 5 示出了 3 种贯入速度的铅垂贯入阻力随贯入深度增大的变化曲线。其中圆锥的贯入阻力是取圆锥侧壁锥尖所受到的正压力 F_N 铅垂方向分力与圆锥侧壁受到的颗粒对其的滑动摩擦力 F_S 之和,即

$$F_Z = (F_{N1} + F_{N2}) \sin 15^\circ + F_{S1} + F_{S2} \quad (5)$$

式中 F_{N1} 、 F_{N2} ——锥尖壁面受到的法向正压力

F_{S1} 、 F_{S2} ——圆锥侧壁受到的摩擦力

由图 5 可分析得出两点结论:一是在其他条件相同的前提下,贯入速度对贯入阻力随深度变化而变化的影响很小;二是贯入阻力随贯入深度的增加呈波动性增大。这两点结论同样适于图 6 所示的贯入结束时刻土槽侧壁压力与贯入深度的关系曲线。图 6 中所提的土槽侧壁正压力,是指左、右两个土槽侧壁上的颗粒作用于土槽侧壁上的压力进行求和之后再平均处理的结果。将图 6 与图 5 进行对比后可发现,土槽侧壁在贯入结束后受到的正压力约是圆锥贯入阻力的 3.5 倍。

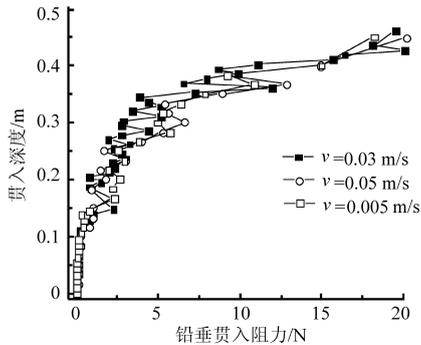


图 5 贯入速度对铅垂贯入阻力的影响

Fig. 5 Relationships of penetration depth vs resistance under three velocity values

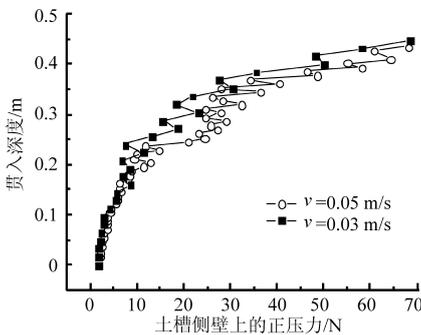


图 6 贯入速度对土槽侧壁法向压力的影响

Fig. 6 Relationship of penetration depth vs side-wall pressure under two velocity values

以上讨论的料床(土槽)直径均为圆锥直径的 7 倍,为了初步分析贯入过程在料床中产生的影响范围,本文还讨论了料床直径为 20 倍锥径的工况。图 7a 所示的即为 20 倍锥径的宽料床在贯入前、后

两种状态时,左、右土槽侧壁压力的对比结果。由图中可看出侧壁的压力在圆锥完全贯入之后随着高度由上至下压力也在近似线性增大,到料床底部可见侧壁的压力最大,约为 0.35 N。可得结论:料床宽为 20 倍锥径的圆锥贯入过程对土槽侧壁压力几乎没有影响。而 10 倍锥径的窄料床圆锥贯入后土槽侧壁底部最大压力(约为 25 N)却比贯入前的土槽侧壁压力明显增大,如图 7b 所示。因此,可以认为料床的宽窄与土槽侧壁压力有很强的相关性。

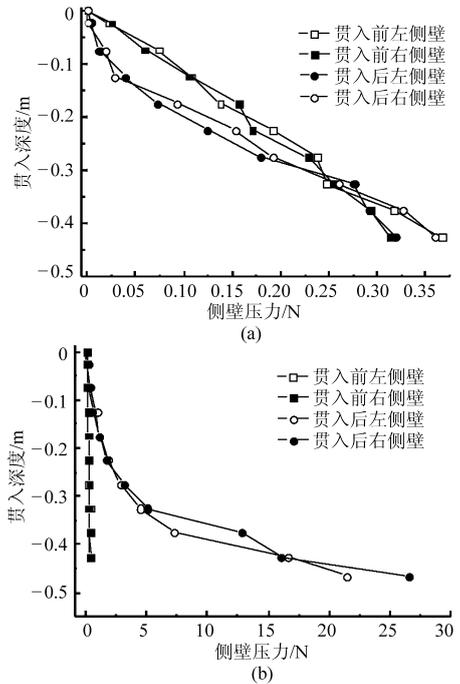


图 7 圆锥贯入前后土槽侧壁压力比较

Fig. 7 Comparison of the average normal pressure on side walls of before and after penetration

(a) $D = 20d$ (b) $D = 10d$

为了验证贯入试验中所发现的圆锥摩擦力对贯入阻力影响很小的现象,本文还具体分析了锥尖阻力、锥侧壁摩擦力和总的贯入阻力三者之间的关系,如图 8 所示,总的贯入阻力的数值等于锥尖阻力与锥侧壁摩擦力之和,锥侧壁摩擦力随圆锥贯入的深

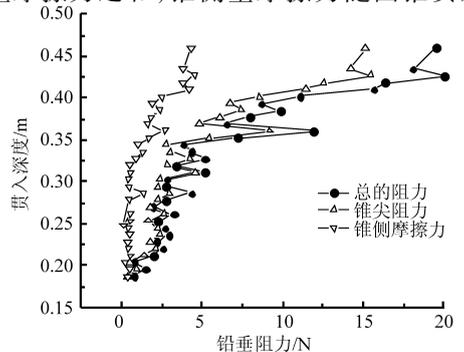


图 8 锥尖阻力与锥侧壁摩擦力对比

Fig. 8 Comparison between the reaction from tip and friction from side-wall of cone

度增加略有增大,但是锥尖阻力却随着圆锥贯入深度的增加而明显地增大,后者为前者的3~4倍。这说明贯入阻力几乎全部来自于锥尖阻力,摩擦力所占比重很小。

5 结论

(1) 贯入试验和 DEM 数值模拟结果均表明:贯

入阻力随贯入深度增加而波动增大,只有锥尖部位受到的土壤阻力较大,圆锥侧壁受到土壤的摩擦力对贯入阻力的贡献微小可忽略不计。

(2) DEM 模拟结果预测圆锥指数仪的贯入速度对贯入阻力的影响较小。

(3) 土槽侧壁受到法向压力随贯入深度的增加而波动增大,且其随着料床宽度的增大而显著降低。

参 考 文 献

- 1 Perumpral J V. Cone penetrometer application: a review [J]. Transactions of the ASAE, 1987, 30(4): 939 ~ 944.
- 2 Bachmann J, Contreras K, Hartge K H, et al. Comparison of soil strength data obtained in situ with penetrometer and with vane shear test [J]. Soil and Tillage Research, 2006, 87(1): 112 ~ 118.
- 3 Canillas E C, Salokhe V M. Regression analysis of some factors influencing soil compaction [J]. Soil and Tillage Research, 2001, 61(3~4): 167 ~ 178.
- 4 ASAE S313.3: Soil cone penetrometer[S]. ASAE, 1999.
- 5 Ayers P D, Perumpral J V. Moisture and density effect on cone index [J]. Transactions of the ASAE, 1982, 25(5): 1 169 ~ 1 172.
- 6 Upadhyaya S K, Kemble L J, Collins N E. Cone index prediction equation for Delaware soils [J]. ASAE Paper No. 82 - 154, 1982.
- 7 Busscher W J. Adjustment of flat-tipped penetrometer resistance data to common water content [J]. Transactions of the ASAE, 1990, 33(2): 519 ~ 524.
- 8 Hernanz J L, Peixoto H, Cerisola C, et al. An empirical model to predict soil bulk density profiles in field conditions using penetration resistance, moisture content and soil depth [J]. Journal of Terramechanics, 2000, 37(4): 167 ~ 184.
- 9 Cundall P A. A computer model for simulating progressive large scale movements in blocky system [C] // Balkema A A. Proceedings of the International Symposium on Rock Mechanics. Rotterdam: ProQuest-CSA, 1971: 8 ~ 12.
- 10 Zhu H P, Zhou Z Y, Yu A B. Discrete particle simulation of particulate systems: theoretical developments [J]. Chemical Engineering Science, 2007, 62(13): 3 378 ~ 3 396.
- 11 Huang A B, Ma M Y. An analytical study of cone penetration tests in granular material [J]. Canadian Geotechnical Journal, 1994, 31(5): 91 ~ 103.
- 12 Tanaka H, Momozu M, Oida A, et al. Simulation of soil deformation and resistance at bar penetration by the distinct element method [J]. Journal of Terramechanics, 2000, 37(1): 41 ~ 56.
- 13 王浩. 桩端刺入变形与桩-土-承台共同作用的机理与分析方法研究[D]. 上海: 同济大学, 2004.
- 14 Jiang M J, Yu H S, Harris D. Discrete element modeling of deep penetration in granular soils [J]. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 2006, 30(4): 335 ~ 361.
- 15 孙鹏, 高峰, 李雯, 等. 圆锥贯入过程的离散元仿真[J]. 农业机械学报, 2009, 40(1): 184 ~ 188, 226.
Sun Peng, Gao Feng, Li Wen, et al. Discrete element simulation of cone penetration process [J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2009, 40(1): 184 ~ 188, 226. (in Chinese)
- 16 Mindlin R D, Deresiewicz H. Elastic spheres in contact under varying oblique forces [J]. ASME Journal of Applied Mechanics, 1953, 20: 327 ~ 344.
- 17 杨全文, 左树春, 徐泳. 颗粒离散元法的微机可视化程序设计[J]. 中国农业大学学报, 2002, 7(6): 10 ~ 15.
Yang Quanwen, Zuo Shuchun, Xu Yong. Visualized programming for discrete element simulation with PC computers [J]. Journal of China Agricultural University, 2002, 7(6): 10 ~ 15. (in Chinese)
- 18 Bolton M D, Gui M W, Garnier J, et al. Centrifuge cone penetration tests in sand [J]. Geotechnique, 1999, 49(4): 543 ~ 552.
- 19 吴爱祥, 孙业志, 刘湘平. 散体动力学理论及其应用[M]. 北京: 冶金工业出版社, 2002.
- 20 Li Yanjie, Yong Xu, Colin Thornton. A comparison of discrete element simulations and experiments for 'sandpiles' composed of spherical particles [J]. Powder Technology, 2005, 160(3): 219 ~ 228.