

# 基于分形理论的结合面改进接触模型\*

兰国生<sup>1</sup> 张学良<sup>1</sup> 丁红钦<sup>1</sup> 温淑花<sup>1</sup> 张宗阳<sup>1</sup> 卢青波<sup>1,2</sup>

(1. 太原科技大学机械工程学院, 太原 030024; 2. 郑州职业技术学院电气电子工程系, 郑州 450121)

**【摘要】** 提出了一种基于分形理论的结合面改进接触模型, 并通过对所建模型的仿真, 直观地揭示了结合面法向接触刚度与结合面法向载荷、结合面分形维数  $D$ 、结合面分形特征尺度参数  $G$  之间复杂的非线性关系。仿真结果表明, 法向接触刚度随着法向载荷增大而增大, 随着  $G$  的增大而减小, 随着  $D$  的变化规律比较复杂, 同时表明该模型可以用于结合面法向接触载荷和法向接触刚度的分析与计算。

**关键词:** 结合面 分形理论 法向接触载荷 法向接触刚度

**中图分类号:** TH113.1 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-1298(2011)10-0217-07

## Modified Contact Model of Joint Interfaces Based on Fractal Theory

Lan Guosheng<sup>1</sup> Zhang Xueliang<sup>1</sup> Ding Hongqin<sup>1</sup> Wen Shuhua<sup>1</sup> Zhang Zongyang<sup>1</sup> Lu Qingbo<sup>1,2</sup>

(1. College of Mechanical Engineering, Taiyuan University of Science and Technology, Taiyuan 030024, China

2. Department of Electrical and Electronic Engineering, Zhengzhou Technical College, Zhengzhou 450121, China)

### Abstract

A modified contact model of joint interfaces based on fractal theory was proposed. Furthermore, numerical simulation was carried out to obtain the complicated nonlinear relations between normal contact stiffness and the normal contact load, the fractal dimension  $D$  and the fractal characteristic length scale parameter  $G$ . The results showed that the normal contact stiffness increased with the normal load, decreased with  $G$  but complicatedly with  $D$ . The results showed that the contact model could be used to calculate the normal contact stiffness and the normal load.

**Key words** Joint interfaces, Fractal theory, Normal contact load, Normal contact stiffness

## 引言

结合面问题从本质上来说是粗糙表面的接触问题。由于结合面的存在, 从而使机械结构不再具有连续性, 导致了问题的复杂性<sup>[1]</sup>。长期以来, 人们从理论上对此进行了大量的研究工作, 如经典 GW 模型<sup>[2]</sup>、WA 模型<sup>[3]</sup>, 后期的 MB 模型<sup>[4]</sup>等。关于结合面法向接触刚度的模型, 文献[5~7]进行了一系列的研究。本文通过引用文献[7]中单个微凸体法向接触刚度的理论计算模型, 与文献[8~9]提出的引入了微接触截面积为  $a'$  的接触点大小分布函数  $n(a')$  相结合, 提出一种基于分形理论的结合面法向接触载荷和接触刚度的理论模型, 并通过仿真揭

示各相关参数对其的影响规律。

## 1 结合面理论

### 1.1 表面建模

前期研究<sup>[10]</sup>已经表明, Weierstrass - Mandellbrot 函数(简称 W - M 函数)可满足粗糙表面侧面轮廓曲线的所有数学特征, 其表达式为

$$z(x) = L \left( \frac{G}{L} \right)^{D-1} (\ln \gamma)^{1/2}.$$

$$\sum_{n=0}^{n_{\max}} \gamma^{(D-2)n} \left[ \cos \phi_{1n} - \cos \left( \frac{2\pi \gamma^n x}{L} - \phi_{1n} \right) \right] \quad (1 < D < 2, \gamma > 1) \quad (1)$$

式中  $z(x)$ ——轮廓高度  $x$ ——轮廓位移坐标

收稿日期: 2011-04-03 修回日期: 2011-04-14

\* 国家自然科学基金资助项目(50775153)和山西省回国留学人员科研资助项目(2011-076)

作者简介: 兰国生, 博士生, 主要从事机械结构动态特性和现代优化理论研究, E-mail: yjxsylgs@163.com

通讯作者: 张学良, 教授, 博士生导师, 主要从事机械结构动态特性和现代优化理论研究, E-mail: zhang\_xue\_l@sina.com

$D$ ——轮廓分形维数,定量反映出表面轮廓在所有尺度上的不规则性和复杂程度  
 $\gamma$ ——大于1的常数,对于服从正态分布的随机表面, $\gamma = 1.5$ 较符合高频谱密度和相位随机的情况  
 $\gamma^n$ ——随机轮廓的空间频率  
 $n$ ——连续整数  $L$ ——分形试样长度  
 $\phi_{1n}$ ——随机相位  
 $G$ ——取决于频率的分形粗糙度参数,反映 $z(x)$ 大小的特征尺度系数, $G$ 值越大,表面越粗糙

W - M 函数的功率谱为

$$P(\omega) = \frac{G^{2(D-1)}}{2\ln\gamma} \frac{1}{\omega^{5-2D}} \quad (2)$$

式中  $\omega$ ——空间频率

轮廓标准差  $\sigma$  可以由一系列关于  $G$  和  $D$  的函数来表示,即

$$\sigma^2 = \int_{\omega_l}^{\omega_h} P(\omega) d\omega = \frac{G^{2(D-1)}}{2\ln\gamma} \frac{1}{4-2D} \frac{1}{\omega_l^{4-2D}} = \frac{G^{2(D-1)}}{2\ln\gamma} \frac{1}{4-2D} L^{4-2D}$$

其中  $L = 1/\omega_l$ ,由此可以得到  $\sigma$  取决于试样长度  $L$ 。

## 1.2 结合面建模

结合面实质上是由两个粗糙表面组成的,可以将其简化为一个粗糙表面与一个刚性平面的接触问题,微凸体和刚性表面接触示意图如图1所示。当结合面接触时,粗糙表面真实结合面积仅占名义接触面积的一小部分。实际工程中,测量真实接触面积的方法有光全发射、声显微镜技术等<sup>[11-13]</sup>方法。因此可以形象化地把表面的接触看作是微凸体的接触,当表面受到挤压,微凸体将发生弹性或者塑性变形。

结合面的复合弹性模量可以表示为

$$\frac{1}{E^*} = \frac{1-\nu_1^2}{E_1} + \frac{1-\nu_2^2}{E_2}$$

式中  $E^*$ ——两接触材料的复合弹性模量

$E_1, E_2$ ——两接触材料的弹性模量

$\nu_1, \nu_2$ ——较软和较硬材料的泊松比

模型中假定结合面微凸体变形发生在球体微凸体表面上,同时微凸体之间相互作用可以忽略不计。基于这些假设,结合面微凸体的平均压力、真实接触面积、总接触负载和总真实接触面积可以通过系列计算获得。

对于微凸体发生弹性和塑性变形的情况,结合面法向载荷  $F$ 、圆形接触面积  $a$  和截断面积  $a'$  可以表示为<sup>[7]</sup>

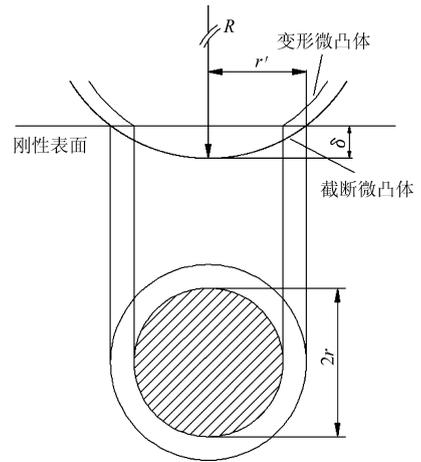


图1 微凸体与刚性平面微接触示意图

Fig.1 Schematic of a micro contact established between an asperity of composite rough surface and the opposing rigid plane

$$F_e = \frac{2}{3\pi} \frac{9-2D}{2} (\ln\gamma)^{\frac{1}{2}} G^{D-1} E^* a'^{\frac{3-D}{2}} \quad (3)$$

$$a_e = \frac{a'}{2} \quad (4)$$

$$F_p = KYa' \quad (5)$$

$$a_p = a' \quad (6)$$

式中下标  $e$  和  $p$  分别表示发生弹性和塑性变形。 $K$  为较软材料的硬度  $H$  与其屈服强度  $Y$  的比值, $K$  通常取为 2.8。临界截断面积  $a'_c$  用以划分弹性变形和塑性变形,可表达为<sup>[7]</sup>

$$a'_c = \left[ 2^{7-2D} \pi^{D-1} b^{-1} G^{2D-2} \left( \frac{E^*}{KY} \right)^2 \ln\gamma \right]^{\frac{1}{D-1}} \quad (7)$$

其中  $b = \left( \frac{\pi q}{2} \right)^2$   $q = 0.454 + 0.41\nu_1$

在机械结合面分形表面分析中,微凸体的弹性变形和塑性变形两种变形阶段要同时考虑。在  $a' \leq a'_c$  和  $a' > a'_c$  时,微凸体分别发生塑性和弹性变形。

为了能够更准确地得到最大接触点的实际接触面积  $a_i$  与粗糙表面的真实接触面积  $A_r$  之比  $a_i/A_r$ ,文献[8~9]引入了微接触大小分布的域扩展因子  $\psi$ ,微接触截面积分布函数为

$$n(a') = \frac{D}{2} \psi^{\frac{2-D}{2}} a_i'^{\frac{D}{2}} a'^{-\frac{D+2}{2}} \quad (0 < a' \leq a_i') \quad (8)$$

式中  $a_i'$ ——最大微接触截面积

$\psi$ ——扩展系数

$\psi$  通过二分法得到

$$\frac{\psi^{\frac{2-D}{2}} - \left( 1 + \psi^{-\frac{D}{2}} \right)^{-\frac{2-D}{D}}}{\frac{2-D}{D}} = 1 \quad (\psi > 1)$$

结合面总负载  $F$  和真实接触面面积  $A_r$  通过积

分得到<sup>[10]</sup>

$$F = \int_{a'_s}^{a'_c} F_p(a') n(a') da' + \int_{a'_c}^{a'_l} F_e(a') n(a') da' \quad (9)$$

$$A_r = \int_{a'_s}^{a'_c} n(a') a' da' + \frac{1}{2} \int_{a'_c}^{a'_l} n(a') a' da' \quad (10)$$

式中  $a'_s$ ——微接触最小截面积

## 2 改进结合面分形模型

### 2.1 结合面单个微凸体接触刚度

微凸体变形量  $\delta$  由 W-M 分形函数决定, 取决于余弦函数的波峰和波谷的幅值, 因此可得<sup>[7]</sup>

$$\delta = 2G^{D-1} (\ln\gamma)^{\frac{1}{2}} (2r')^{2-D} \quad (11)$$

微凸体曲率半径  $R$  可表示为  $R^2 = (R - \delta)^2 + r'^2$ , 根据变形前微凸体的几何形状, 考虑到  $R \gg \delta$ , 则有  $r'^2 = 2R\delta$ , 同时微凸体截断面积  $a' = \pi r'^2$ , 将其代入式(11), 则有<sup>[7]</sup>

$$R = \frac{a'^{\frac{D}{2}}}{2^{4-D} \pi^{\frac{D}{2}} G^{D-1} (\ln\gamma)^{\frac{1}{2}}} \quad (12)$$

根据 Hertz 理论, 法向弹性力  $F_e$  在结合面中表示为

$$F_e(\delta) = \frac{4E^* r^3}{3R} \quad (13)$$

其中  $r$  为真实接触面积的半径, 通过  $a = \pi r^2$  得到, 对于圆形的弹性结合面,  $a' = 2a$ 。结合面单个微凸体的法向接触刚度  $k_n$  可表示为

$$k_n = \frac{dF}{d\delta} \quad (14)$$

因此

$$F_e(\delta) = \frac{4}{3} E^* \times 2^{\frac{5}{2}-D} \pi^{\frac{D-3}{2}} G^{D-1} (\ln\gamma)^{\frac{1}{2}} a'^{\frac{3-D}{2}} \quad (15)$$

通过式(11)、(14)及(15)之间的关系, 可以得到结合面单个微凸体的法向接触刚度

$$k_n = \frac{4E^*}{3\sqrt{2\pi}} \left(\frac{3-D}{2-D}\right) a'^{\frac{1}{2}} \quad (16)$$

### 2.2 结合面整体法向接触刚度

机械结合面的法向总刚度  $K_n$  可以表示为

$$K_n = \int_{a'_c}^{a'_l} k_n n(a') da' \quad (17)$$

将式(8)与式(16)代入式(17)中, 得到

$$K_n = \int_{a'_c}^{a'_l} \frac{4E^*}{3\sqrt{2\pi}} \left(\frac{3-D}{2-D}\right) a'^{\frac{1}{2}} \frac{D}{2} \psi^{\frac{2-D}{2}} a_l^{\frac{D}{2}} a'^{-\frac{D+2}{2}} da' = \frac{4E^* D(3-D)}{3\sqrt{2\pi}(2-D)(1-D)} \psi^{\frac{2-D}{2}} a_l^{\frac{D}{2}} (a_l^{\frac{1-D}{2}} - a_c^{\frac{1-D}{2}}) \quad (18)$$

根据接触点的实际接触面积  $a$  与其截面积  $a'$

之间的关系

$$a' = 2a \quad (19)$$

有

$$a'_l = 2a_l \quad (20)$$

$$a'_c = 2a_c \quad (21)$$

将式(20)、(21)代入式(18)得

$$K_n = \frac{4E^* D(3-D)}{3\sqrt{\pi}(2-D)(1-D)} \psi^{\frac{2-D}{2}} a_l^{\frac{D}{2}} \left( a_l^{\frac{1-D}{2}} - a_c^{\frac{1-D}{2}} \right) \quad (22)$$

结合面法向总载荷  $P$  与结合面真实接触面积之间的关系为

$$P = \frac{2^{\frac{9-2D}{2}} (\ln\gamma)^{\frac{1}{2}} G^{D-1} E^*}{3\pi^{\frac{3-D}{2}}} \int_{a'_c}^{a'_l} n(a') a'^{\frac{3-D}{2}} da' + KY \int_0^{a'_c} n(a') a' da' \quad (23)$$

当  $1 < D < 2$  且  $D \neq 1.5$  时

$$P = \frac{2^{\frac{9-2D}{2}} DG^{D-1} E^* (\ln\gamma)^{\frac{1}{2}} \psi^{\frac{2-D}{2}}}{3\pi^{\frac{3-D}{2}} (3-2D)} a_l' + \left( a_l'^{\frac{3-2D}{2}} - a_c'^{\frac{3-2D}{2}} \right) + \frac{KYD\psi^{\frac{2-D}{2}}}{2-D} a_l'^{\frac{D}{2}} a_c'^{\frac{2-D}{2}} = \frac{2^{\frac{12-3D}{2}} DG^{D-1} E^* (\ln\gamma)^{\frac{1}{2}} \psi^{\frac{2-D}{2}}}{3\pi^{\frac{3-D}{2}} (3-2D)} a_l' \left( a_l'^{\frac{3-2D}{2}} - a_c'^{\frac{3-2D}{2}} \right) + \frac{2KYD\psi^{\frac{2-D}{2}}}{2-D} a_l'^{\frac{D}{2}} a_c'^{\frac{2-D}{2}} \quad (24)$$

当  $D = 1.5$  时

$$P = 2\pi^{-\frac{3}{4}} G^{\frac{1}{2}} E^* (\ln\gamma)^{\frac{1}{2}} \psi^{\frac{1}{4}} a_l'^{\frac{3}{4}} \ln \frac{a_l'}{a_c'} + 3KY\psi^{\frac{1}{4}} a_l'^{\frac{3}{4}} a_c'^{\frac{1}{4}} = 2^{\frac{7}{4}} \pi^{-\frac{3}{4}} G^{\frac{1}{2}} E^* \psi^{\frac{1}{4}} (\ln\gamma)^{\frac{1}{2}} a_l' \ln \frac{a_l'}{a_c'} + 6KY\psi^{\frac{1}{4}} a_l'^{\frac{3}{4}} a_c'^{\frac{1}{4}} \quad (25)$$

将式(22)、(24)和(25)无量纲化, 得

$$K_n^* = \frac{4}{3\sqrt{\pi}} g_1(D) \psi^{\left(\frac{2-D}{2}\right)^2} A_r^* \frac{D}{2} \cdot \left[ \left(\frac{2-D}{D}\right)^{\frac{1}{2}} \psi^{-\frac{D+3D-2}{4}} A_r^* \frac{1-D}{2} - a_c^* \frac{1-D}{2} \right] \quad (26)$$

当  $D \neq 1.5$  时, 结合面无量纲法向总载荷为

$$P^* = \frac{G^{*(D-1)} (\ln\gamma)^{\frac{1}{2}}}{3\pi^{\frac{3-D}{2}}} g_2(D) \psi^{\left(\frac{2-D}{2}\right)^2} A_r^* \frac{D}{2} \cdot \left[ \psi^{-\frac{2D+7D-6}{4}} \left(\frac{2-D}{D}\right)^{\frac{3-2D}{2}} A_r^* \frac{3-2D}{2} - a_c^* \frac{3-2D}{2} \right] + 2K\phi g_3(D) \psi^{\left(\frac{2-D}{2}\right)^2} A_r^* \frac{D}{2} a_c^* \frac{2-D}{2} \quad (27)$$

当  $D = 1.5$  时, 结合面无量纲法向总载荷为

$$P^* = 2^{\frac{7}{4}} \pi^{-\frac{3}{4}} G^* \frac{1}{2} \psi^{\frac{1}{16}} \left( \frac{A_r^*}{3} \right)^{\frac{3}{4}} \cdot \ln \left( \frac{A_r^*}{3^{\frac{3}{4}} \psi^{\frac{3}{16}} a_c^*} \right) + 6K\varphi \psi^{\frac{1}{16}} \left( \frac{A_r^*}{3} \right)^{\frac{3}{4}} a_c^* \frac{1}{4} \quad (28)$$

$$g_2(D) = \frac{2^{\frac{12-3D}{2}} D^{\frac{2-D}{2}} (2-D)^{\frac{D}{2}}}{3-2D}$$

$$g_3(D) = \left( \frac{D}{2-D} \right)^{\frac{2-D}{2}}$$

式(26)、(27)和(28)不同于文献[5~7]中的结合面法向接触载荷和法向接触刚度的模型。由于  $K_n^*$  和  $P^*$  是  $A_r^*$  的函数,故式(26)、(27)和(28)就建立了  $K_n^*$  与  $P^*$  之间复杂的非线性关系。

### 3 结合面分形模型仿真

由式(26)、(27)和(28)可知,给定一固定的无量纲真实接触面积  $A_r^*$ ,便可计算得到无量纲法向总载荷  $P^*$  和无量纲法向接触刚度  $K_n^*$ 。根据文献[14],给定  $\varphi$  分别为 1.0、0.1 和 0.01,  $G^*$  分别为  $10^{-9}$ 、 $10^{-10}$  和  $10^{-11}$ ,  $D$  分别取 1.1~1.9,仿真计算结果如图 2~7 所示。

其中  $K_n^* = \frac{K_n}{E^* \sqrt{A_a}} \quad A_r^* = \frac{A_r}{A_a} \quad \varphi = \frac{Y}{E^*}$

$$a_c^* = \frac{a_c}{A_a} \quad G^* = \frac{G}{\sqrt{A_a}} \quad a_l^* = 2a_l = \frac{2(2-D)}{D} \psi^{\frac{2-D}{2}} A_r^*$$

$$g_1(D) = \frac{3-D}{1-D} \left( \frac{D}{2-D} \right)^{\frac{2-D}{2}}$$

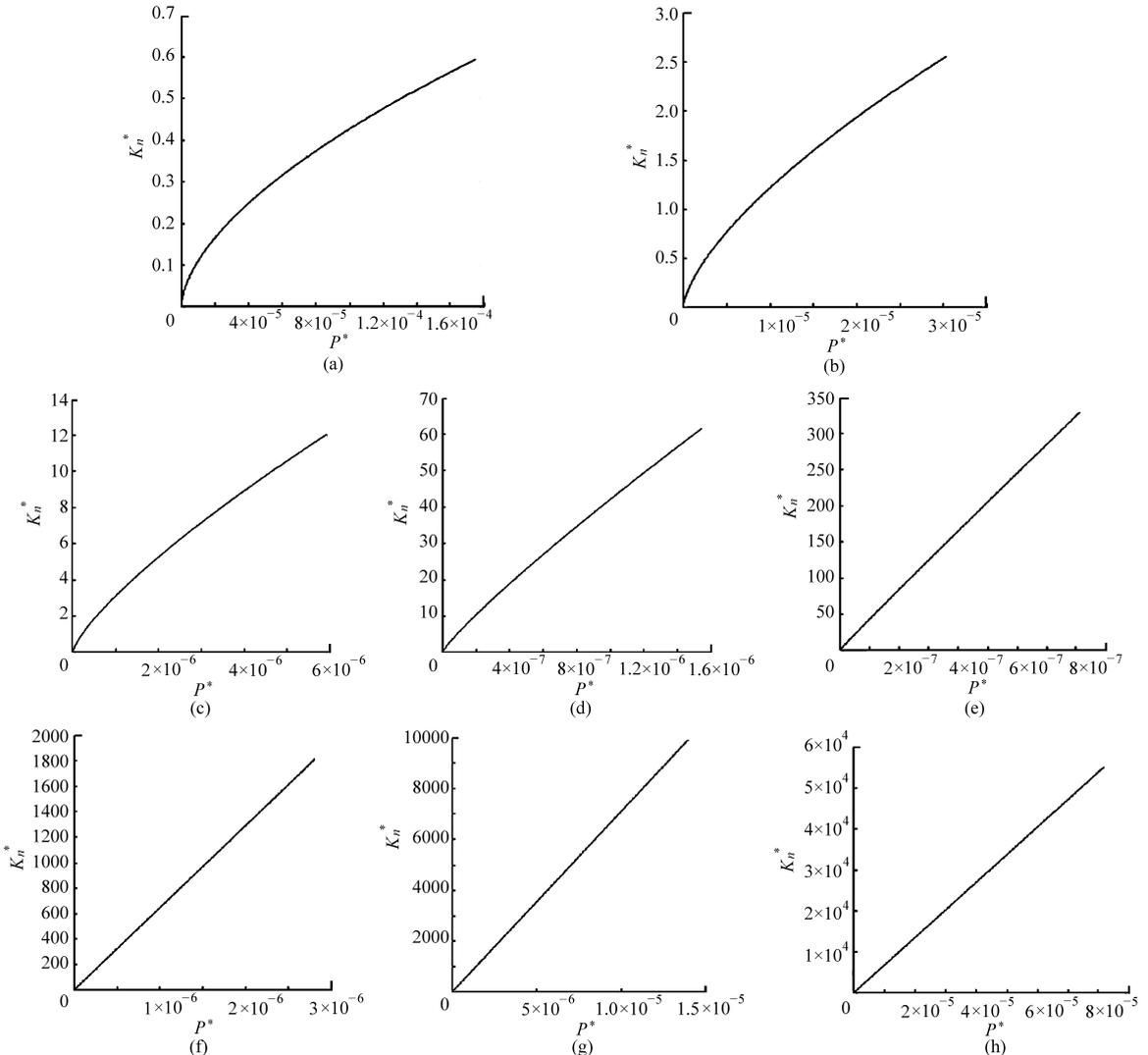


图 2  $K_n^*$  随  $P^*$  的变化规律 ( $K=2.8, \varphi=1.0, G^*=1.0 \times 10^{-10}$ )

Fig. 2 Change curves of  $K_n^*$  with  $P^*$

(a)  $D=1.1$  (b)  $D=1.2$  (c)  $D=1.3$  (d)  $D=1.4$  (e)  $D=1.5$  (f)  $D=1.6$  (g)  $D=1.7$  (h)  $D=1.8$

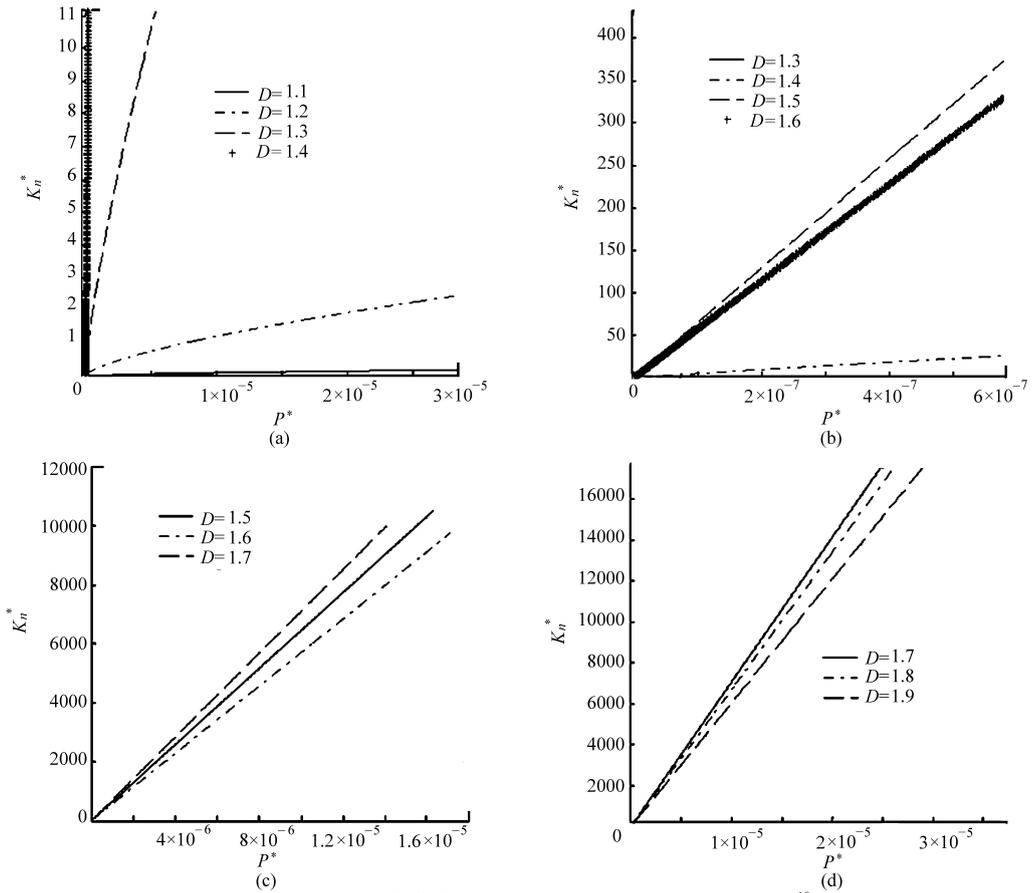


图 3  $D$  对  $K_n^*$  的影响曲线 ( $K=2.8, \varphi=1.0, G^*=1.0 \times 10^{-10}$ )

Fig. 3 Influence curves of  $D$  with  $K_n^*$

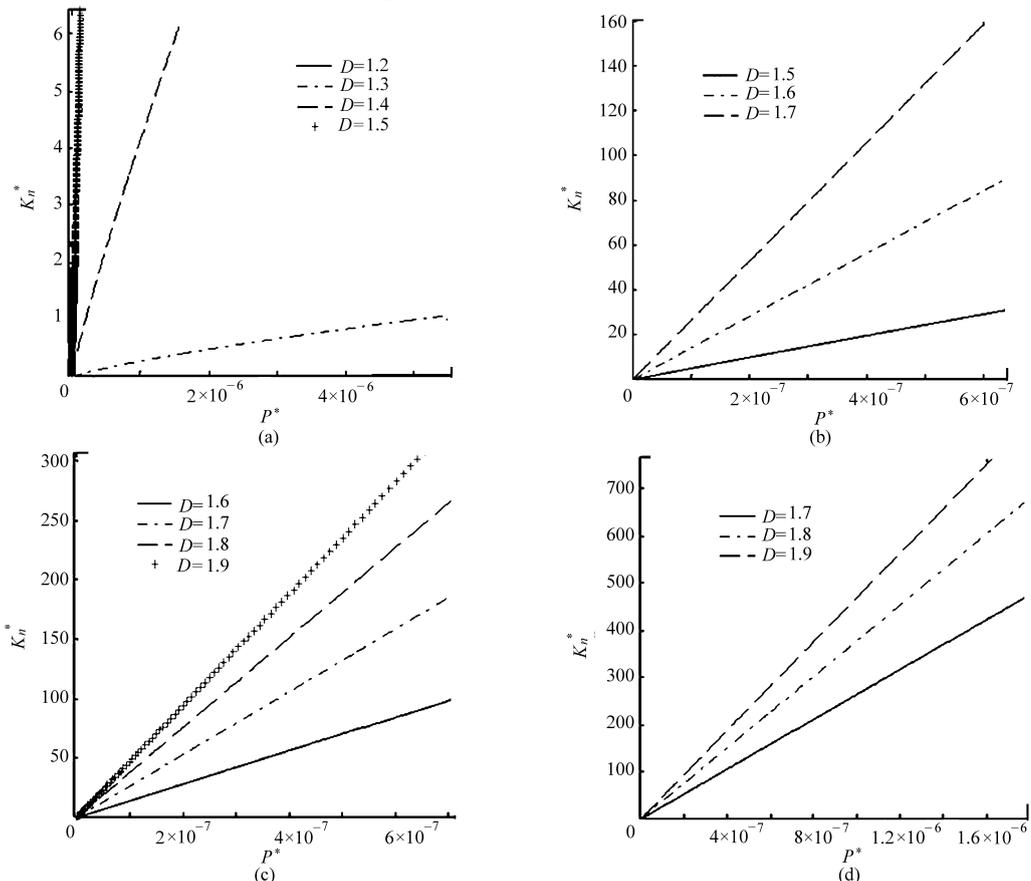


图 4  $D$  对  $K_n^*$  的影响曲线 ( $K=2.8, \varphi=0.1, G^*=1.0 \times 10^{-10}$ )

Fig. 4 Influence curves of  $D$  with  $K_n^*$

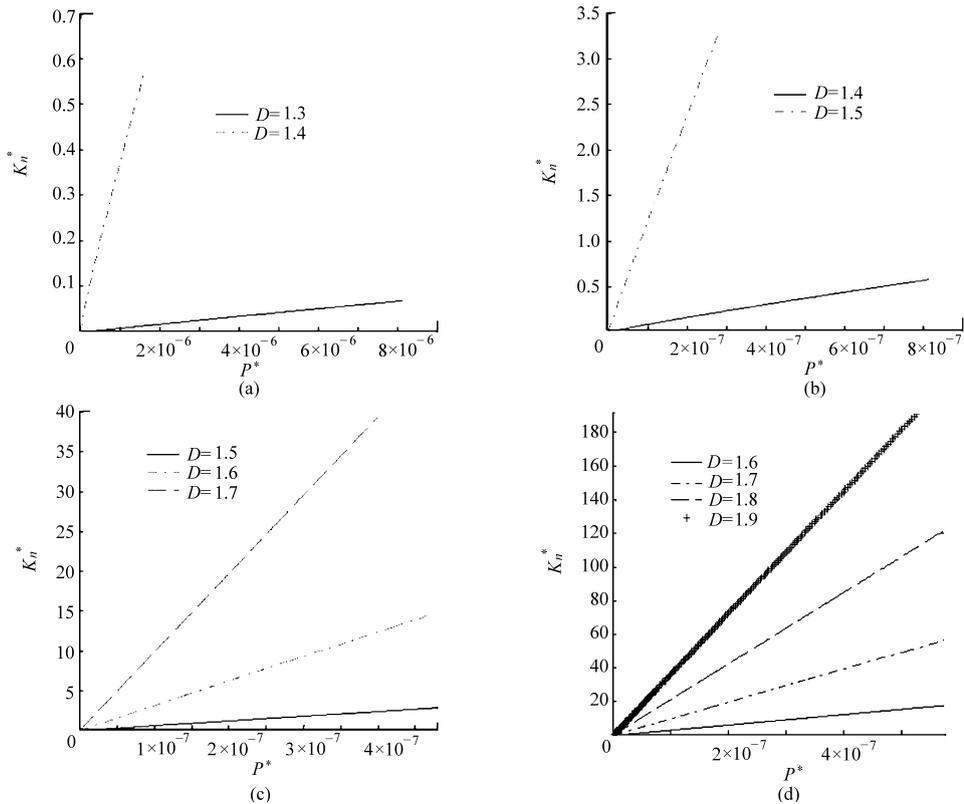


图5  $D$  对  $K_n^*$  的影响曲线 ( $K=2.8, \varphi=0.01, G^*=1.0 \times 10^{-10}$ )

Fig. 5 Influence curves of  $D$  with  $K_n^*$

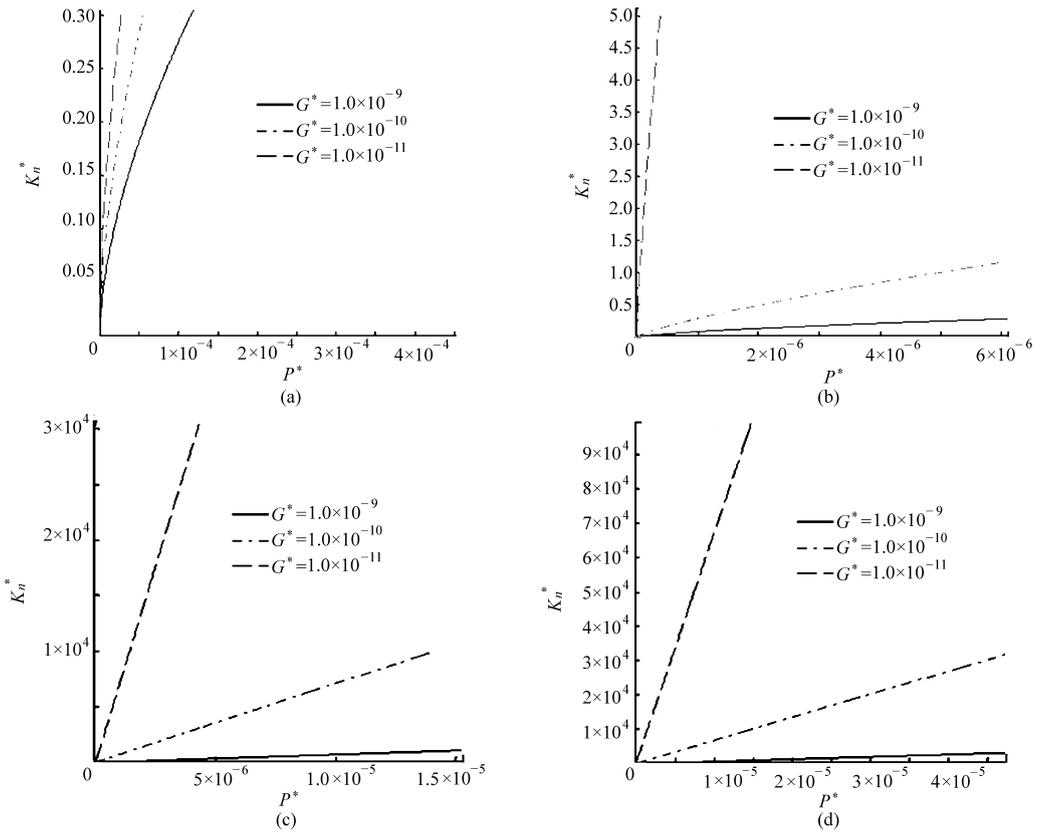


图6  $G^*$  对  $K_n^*$  的影响曲线

Fig. 6 Influence curves of  $G^*$  with  $K_n^*$

(a)  $K=2.8, \varphi=1.0, D=1.1$  (b)  $K=2.8, \varphi=1.0, D=1.3$  (c)  $K=2.8, \varphi=1.0, D=1.7$  (d)  $K=2.8, \varphi=1.0, D=1.8$

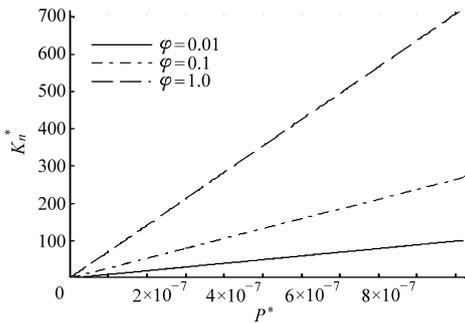


图 7  $\varphi$  对  $K_n^*$  的影响曲线 ( $K=2.8, G^*=1 \times 10^{-10}, D=1.7$ )

Fig. 7 Influence curves of  $\varphi$  with  $K_n^*$

由仿真计算结果可见:

(1) 结合面无量纲法向接触刚度  $K_n^*$  随着无量纲法向总载荷  $P^*$  的增大而增大, 即法向载荷增大时, 结合面的法向接触刚度也随着增大, 如图 2 所示。分形维数  $D$  在 1.1 ~ 1.4 范围内,  $K_n^*$  与  $P^*$  非线性关系很明显或很强, 如图 2a ~ 2d;  $D > 1.4$  时,  $K_n^*$  与  $P^*$  线性关系越来越明显, 如图 2e ~ 2h。总之, 随着法向载荷的增大, 结合面的实际弹性接触面积增大, 增大法向载荷有利于提高结合面的法向接触刚度。这与文献[6]分析结果基本一致。

(2) 当  $\varphi = 0.1$ 、 $\varphi = 0.01$  时,  $D$  在 1.1 ~ 1.9 范围内, 结合面无量纲法向接触刚度  $K_n^*$  随着分形维数  $D$  的增大而增大, 如图 4a ~ 4d、图 5a ~ 5d 所示。但当  $\varphi = 1.0$  时, 情况稍微有点复杂,  $1.1 < D < 1.4$  时, 结合面无量纲法向接触刚度  $K_n^*$  随着分形维数

$D$  的增大而增大, 如图 3a 所示;  $D > 1.7$  时, 结合面无量纲法向接触刚度  $K_n^*$  随着分形维数  $D$  的增大而减小, 如图 3d 所示;  $D = 1.5$  时, 结合面无量纲法向接触刚度大于  $D = 1.6$  时的接触刚度, 如图 3b ~ 3c 所示。这与文献[6]分析结果稍有不同。

(3) 结合面无量纲法向接触刚度  $K_n^*$  随着结合面无量纲分形特征长度尺度参数  $G^*$  的增大而减小, 如图 6 所示。 $G^*$  增大意味着表面粗糙度增大<sup>[15]</sup>, 同时结合面间弹性接触的百分比却降低<sup>[4,15]</sup>, 因此降低结合面的粗糙度有利于提高结合面的法向接触刚度。

(4) 结合面无量纲法向接触刚度  $K_n^*$  随着  $\varphi$  的增大而增大, 如图 7 所示。

## 4 结论

(1) 提出一种改进的结合面法向接触刚度、接触载荷的分形模型。

(2) 表示出无量纲法向接触刚度  $K_n^*$  与无量纲法向总载荷  $P^*$  之间非线性隐函数关系。

(3) 结合面法向接触刚度随着法向总载荷的增大而增大, 随着分形特征长度尺度参数的增大而减小; 而随着分形维数的变化情况则比较复杂。

(4) 仿真证明该模型是可信的, 可以用来进行结合面法向接触刚度和法向接触载荷的分析与计算。

## 参 考 文 献

- 张学良. 机械结合面动态特性及应用[M]. 北京: 中国科技出版社, 2002.
- Greenwood J A, Williamson J B P. Contact of nominally flat surfaces [J]. Proceedings of the Royal Society of London, A1966, 295(1 442): 300 ~ 317.
- Whitehouse D J, Archard J F. The properties of random surface of significance in their contact [J]. Proceedings of the Royal Society of London, A1970, 316(1 524): 97 ~ 121.
- Majumdar A, Bhushan B. Fractal model of elastic-plastic contact between rough surfaces [J]. ASME Journal of Tribology, 1991, 113(1): 1 ~ 11.
- 张学良, 黄玉美, 温淑花. 结合面接触刚度分形模型研究 [J]. 农业机械学报, 2000, 31(4): 89 ~ 91.  
Zhang Xueliang, Huang Yumei, Wen Shuhua. Fractal model of contact stiffness of joint surfaces [J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2000, 31(4): 89 ~ 91. (in Chinese)
- 温淑花, 张学良, 武美先, 等. 结合面法向接触刚度分形模型建立与仿真 [J]. 农业机械学报, 2009, 40(11): 197 ~ 202.  
Wen Shuhua, Zhang Xueliang, Wu Meixian, et al. Fractal model and simulation of normal contact stiffness of joint interfaces and its simulation [J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2009, 40(11): 197 ~ 202. (in Chinese)
- Jiang Shuyun, Zheng Yunjian. A contact stiffness model of machined joint surfaces [J]. ASME Journal of Tribology, 2010, 132(1): 1 ~ 7.
- Wang S, Komvopoulos K. A fractal theory of the interracial temperature distribution in the slow sliding regime: part I—elastic contact and heat transfer analysis [J]. ASME Journal of Tribology, 1994, 116(4): 812 ~ 823.
- Wang S, Komvopoulos K. A fractal theory of the interracial temperature distribution in the slow sliding regime: part II—multiple domains, elastoplastic contacts and applications [J]. ASME Journal of Tribology, 1994, 116(4): 824 ~ 832.

- University of Technology, 2009. (in Chinese)
- 4 张红岩, 张国雄. 大螺纹在线测试系统[J]. 机械工程学报, 2008, 44(12): 199 ~ 202.  
Zhang Hongyan, Zhang Guoxiong. Online test system of large screw thread[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2008, 44(12): 199 ~ 202. (in Chinese)
  - 5 杨丽君. 锥螺纹在线检测系统中的图像处理方法研究[D]. 西安: 西安电子科技大学, 2006.  
Yang Lijun. Research on image processing method in taper thread-online measuring system[D]. Xi'an: Xi'an University of Electronic Science and Technology, 2006. (in Chinese)
  - 6 Tong Q B, Ding Z L, Chen J C, et al. The research of screw thread parameter measurement based on position sensitive detector and laser[J]. Journal of Physics: Conference Series, 2006, 48(1): 561 ~ 565.
  - 7 Lu Dong, Lu Zhihang, Feng Dawei. Measuring thread system using laser fiber sensor[C] // Proceedings of International Society for Optical Engineer, 2002.
  - 8 Robinson M J, Oakley J P, Cunningham M J. The accuracy of image analysis methods in spur gear metrology[J]. Measurement Science and Technology, 1995, 6(7): 323 ~ 344.
  - 9 Canny J. A computational approach to edge detection[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1986, 8(6): 679 ~ 698.
  - 10 Frank Chen, Gordon M Brown, Mumin Song. Overview of three-dimensional shape measurement using optical methods[J]. Optical Engineering, 2000, 39(1): 10 ~ 22.
  - 11 Canny J. A computational approach to edge detection[J]. IEEE Transaction on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1986, 8(6): 679 ~ 698.
  - 12 Pavlidis T, Liow Y T. Integrating region growing and edge detection[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1990, 12(3): 225 ~ 233.
  - 13 Jiang Xiaoyi, Horst Bunke. Edge detection in range images based on scan line approximation[J]. Computer Vision and Image Understanding, 1999, 73(2): 183 ~ 199.
  - 14 Joshua Mutambi, Yu Lijun. Application of digital image analysis method in metric screw thread metrology[J]. Journal of Shanghai University: English Edition, 2004, 8(2): 208 ~ 212.
  - 15 Shen Shaowei, Yan Shuhua, Zhou Chunlei, et al. Research based on the CCD vision thread parameters automatic detection technology[C] // Electronic Measurement and Instruments, 2007. ICEMI'07. 8th International Conference on. Xi'an: 2007. ICEMI'2007, 2007: 2-969 ~ 2-973.
  - 16 Gadelmawla E S. A novel system for automatic measurement and inspection of parallel screw threads[J]. Sage Publications, 2004, 218(5): 545 ~ 556.
  - 17 GB/T 3934—2003 普通螺纹量规 技术条件[S]. 2003.  
GB/T 3934—2003 Specification of gauges for general purpose screw threads[S]. 2003. (in Chinese)

(上接第 223 页)

- 10 Yan W, Komvopoulos K. Contact analysis of elastic-plastic fractal surfaces[J]. J. App. Phys., 1998, 84(7): 3 617 ~ 3 624.
- 11 洗亮, 秦力, 郑林庆. 应用光全反射法及图像处理技术研究真实接触面积[J]. 摩擦学学报, 1992, 12(2): 110 ~ 115.  
Xian Liang, Qin Li, Zheng Linqing. Investigation of real contact area through the application of total reflection method and image process technique[J]. Tribology, 1992, 12(2): 110 ~ 115. (in Chinese)
- 12 高志, 吴宗泽, 郑林庆. 用声显微镜技术测量真实接触面积的研究[J]. 摩擦学学报, 1994, 14(1): 79 ~ 83.  
Gao Zhi, Wu Zongze, Zheng Linqing. The research of real contact area through acoustic microscope[J]. Tribology, 1994, 14(1): 79 ~ 83. (in Chinese)
- 13 张斌, 徐锦芬. 摩擦过程中真实接触面积的灰色分析[J]. 摩擦学学报, 1996, 16(1): 61 ~ 69.  
Zhang Bin, Xu Jinfen. Grey model analysis on real contact area during friction process[J]. Tribology, 1996, 16(1): 61 ~ 69. (in Chinese)
- 14 盛选禹, 雒建斌, 温诗铸. 基于分形接触的静摩擦系数预测[J]. 中国机械工程, 1998, 9(7): 16 ~ 18.  
Sheng Xuanyu, Luo Jianbin, Wen Shizhu. Static friction coefficient model based on fractal contact[J]. China Mechanical Engineering, 1998, 9(7): 16 ~ 18. (in Chinese)
- 15 贺朱, 朱均. 粗糙表面接触分形模型的提出与发展[J]. 摩擦学学报, 1996, 16(4): 375 ~ 384.  
He Lin, Zhu Jun. Fractal model for contact of rough surfaces[J]. Tribology, 1996, 16(4): 375 ~ 384. (in Chinese)