3 - PTT 串并联数控机床构型设计与位姿分析*

张邦成[1,2]　王义强[3]　蔡　赟[2]　姚　禹[2]

(1. 吉林大学机械科学与工程学院, 长春 130025; 2. 长春工业大学软件职业技术学院, 长春 130012;
3. 浙江大学宁波理工学院, 宁波 315100)

【摘要】 设计了一种 5 自由度 3 - PTT 串并联数控机床机构。采用分解与综合的分析方法,分析了机构构型及自由度等问题,分析与计算表明设计的 3 - PTT 机构符合串并联数控机床设计要求、构型合理。在充分考虑奇异约束条件和位姿影响因素的基础上,分析了机构的工作空间及位姿极限,并利用 Matlab 进行了仿真分析。仿真结果表明:此分析能较好地反映 3 - PTT 串并联数控机床的完全工作空间,为工作过程的数字化控制提供了理论依据。

关键词: 串并联机床　构型　位姿　工作空间

中图分类号: TH112　　**文献标识码**: A　　**文章编号**: 1000-1298(2011)09-0207-06

Configuration Design and Posture Analysis of 3 - PTT CNC Serial-parallel Machine

Zhang Bangcheng[1,2]　Wang Yiqiang[3]　Cai Yun[2]　Yao Yu[2]

(1. *School of Mechanical Science and Engineering*, *Jilin University*, *Changchun* 130025, *China*
2. *School of Soft Technology*, *Changchun University of Technology*, *Changchun* 130012, *China*
3. *Ningbo Institute of Technology*, *Zhejiang University*, *Ningbo* 315100, *China*)

Abstract

A type of 3 - PTT CNC serial-parallel manipulator with 5-DOF was designed based on comprehensive analysis of the advantages of serial and parallel which characteristics for complex surface processing. The configuration and degrees of freedom was analyzed by using decomposition and synthesis. The analysis and calculations show that the 3 - PTT manipulator can satisfy the design needs of CNC serial-parallel machine and the configuration is reasonable. The working space and posture limit of manipulator was analyzed based on the singular constraints and posture factors in Matlab. Simulation results show that the analysis can reflect the complete working space of 3 - PTT CNC serial-parallel machine tools and provide a theoretical basis for automatic control of working process.

Key words　Serial-parallel manipulator, Configuration, Posture, Working space

引言

传统 C 型串联机床加工复杂曲面时,需要多次装卡,加工精度较低。单纯并联机床存在不易确定加工坐标系、工作空间较小、数控系统不成熟等问题。串并联数控机床结构打破了传统机床结构的概念,采用了多杆并联机构驱动,大大提高了机床的刚度,使加工精度和加工质量都有较大改进,使高速、超高速加工更易实现,适合复杂曲面加工[1]。串并联机床是一种复杂的空间机构,其构型设计、工作空间分析、动力学建模以及数字控制等问题的研究和评价,不仅决定了机构运动的位置与姿态,还决定着串并联机床的整体尺寸和加工范围,同时也是机床控制的前提。国内对此进行了研究[2~3]。

收稿日期: 2011 - 01 - 18　修回日期: 2011 - 04 - 06

* 国家科技重大专项资助项目(2009ZX04014 - 013 - 01)

作者简介: 张邦成,博士生,长春工业大学副教授,主要从事数字制造技术研究,E-mail: zhangbangcheng06@ tsinghua. org. cn

通讯作者: 王义强,教授,博士生导师,主要从事数字制造技术研究,E-mail: yqwang@ jlu. edu. cn

本文采用分解与综合的方法分析串并联机床的机构构型;在考虑奇异约束条件和影响因素基础上,分析考虑位姿的完全工作空间。

1 构型设计

3-PTT 串并联数控机床设计机构简图及实体模型如图 1 所示,它由正三角形静平台、正三角形动平台及连接机构组成。连接机构自上而下为:机床顶部由永磁交流伺服电动机驱动,经齿轮及胶带传动机构传动 3 根垂直固定于静平台的丝杆,即滚珠丝杠螺母机构,构成并联单元,每根丝杆上均有一垂直运动滑鞍,滑鞍可在丝杆上沿竖直方向自由滑动,以实现动平台运动。每个滑鞍上由 2 个虎克铰固联驱动支杆来增加其刚度。各驱动支杆以双虎克铰形式与动平台连接,支杆为定长,共同带动动平台运动。动平台下方安装有 2 个关节的串联单元,即研抛工具,均由交流伺服电动机经谐波减速驱动,实现两向转动。在串联机构终端安装一个位移-力柔顺控制器,用以补偿研抛力和位移的微小变化,提高研抛加工精度。

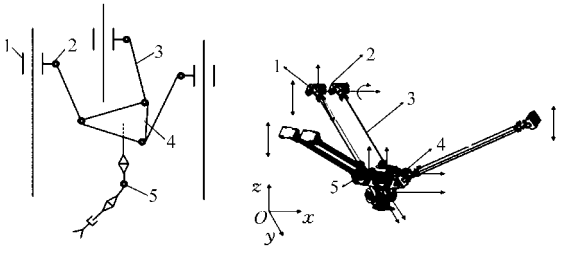


图 1 3-PTT 串并联数控机床机构简图及实体模型

Fig. 1 Diagram and solid model of 3-PTT CNC serial-parallel machine tool

1. 滑鞍 2. 虎克铰 1 3. 连杆 4. 动平台 5. 虎克铰 2

2 构型分析

为了研究加工复杂曲面所设计机构的合理性,对 3-PTT 串并联数控机床构型进行分析。图 1 所示模型(以下称 I)一次分解成图 2a、2b 两部分,分别为一个一次分解并联单元(以下称 I_1)和一个一次分解串联单元(以下称 I_2),图 2a 中一次分解并联单元 I_1 可以二次分解为图 3 中所示的 3 个并联单元 1、2、3(以下称 I_{1-1}、I_{1-2}、I_{1-3}),3 个并联单元完全相同,均有两个虎克铰运动副连接而成;图 2b 中的串联单元 I_2 又可二次分解成图 4a 和图 4b 所示的两个二次分解平面串联单元 I_{2-1} 和 I_{2-2}。由此可对分解后的单元进行自由度分析。

图 2a 中一次分解并联单元 I_1 由图 3a、3b 及 3c 中 3 个单元 I_{1-1}、I_{1-2}、I_{1-3},通过单元上的双虎克铰转动副与驱动丝杆连接在一起的,两虎克铰分别定义为上位虎克铰转动副单元 I_{1-1-1}、I_{1-2-1}、I_{1-3-1} 和下位虎克铰转动副单元 I_{1-1-2}、I_{1-2-2}、I_{1-3-2}。图 2b 中一次分解串联单元 I_2 由图 4a 及 4b 中两个单元 I_{2-1}、I_{2-2},通过单元上输出轴连接在一起的。结合图 3 与图 4 单元,得到 I_{1-1} 与 I_{2-1}、I_{2-2},I_{1-2} 与 I_{2-1}、I_{2-2},I_{1-3} 与 I_{2-1}、I_{2-2} 的多单元一次综合机构简图,分别用 $I_{1,2}^{1,1}$、$I_{1,2}^{1,2}$ 和 $I_{1,2}^{1,3}$ 表示,如图 5 所示。

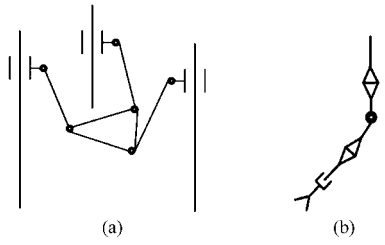


图 2 一次分解单元

Fig. 2 The first decompose unit

(a) 并联单元 (b) 串联单元

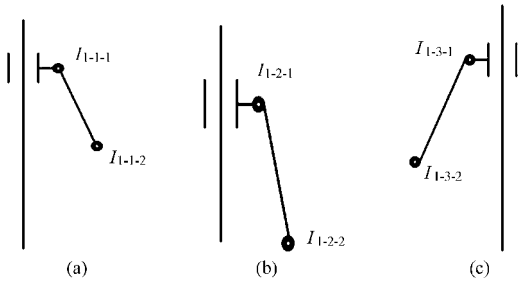


图 3 并联二次分解单元

Fig. 3 The second decompose unit of parallel unit

(a) 并联单元 1 (b) 并联单元 2 (c) 并联单元 3

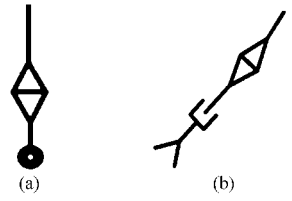


图 4 串联二次分解单元

Fig. 4 The second decompose unit of serial unit

(a) 串联单元 1 (b) 串联单元 2

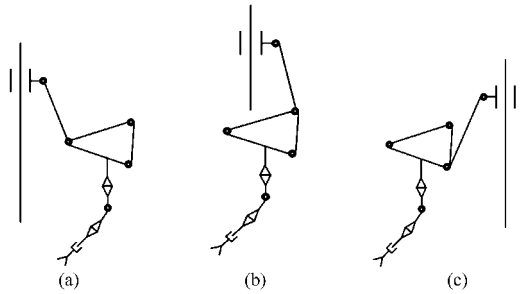


图 5 多单元一次综合机构简图

Fig. 5 The first synthesis unit of some units

(a) 一次综合单元 1 (b) 一次综合单元 2 (c) 一次综合单元 3

考虑到图 1 模型 I 的分解实际是对其工作空间能力的分解,在此定义:各单元工作空间能力即为其

单元符号，故可用数学关系式描述为

$$I = I_1 \cup I_2 \tag{1}$$

$$I_1 = I_{1-1} \cap I_{1-2} \cap I_{1-3} \tag{2}$$

$$I_2 = I_{2-1} \cup I_{2-2} \tag{3}$$

$$I_{1,2}^{1,1} = I_{1-1} \cup (I_{2-1} \cup I_{2-2}) \tag{4}$$

$$I_{1,2}^{1,2} = I_{1-2} \cup (I_{2-1} \cup I_{2-2}) \tag{5}$$

$$I_{1,2}^{1,3} = I_{1-3} \cup (I_{2-1} \cup I_{2-2}) \tag{6}$$

任一层次单元分解出来的低次单元具有一致性时，即串联取并集，其单元间的运算符号用“∪”；并联取交集，其单元间的运算符号用“∩”表示。

二次分解后的单元通过一次综合得到的机构 $I_{1,2}^{1,1}$、$I_{1,2}^{1,2}$和 $I_{1,2}^{1,3}$分别通过单一虎克铰转动副 I_{1-1-2}、I_{1-2-2}、I_{1-3-2}连接起来，形成更高层次的多单元二次综合机构 $I_{1,2}^{1,2,3}$，如图 6 所示。其数学描述为

$$I_{1,2}^{1,2,3} = [I_{1-1} \cup (I_{2-1} \cup I_{2-2})] \cap [I_{1-2} \cup (I_{2-1} \cup I_{2-2})] \cap [I_{1-3} \cup (I_{2-1} \cup I_{2-2})] \tag{7}$$

或

$$I_{1,2}^{1,2,3} = [(I_{1-1-1}, I_{1-1-2}) \subset I_{1-1} \subset I_{1,2}^{1,1}] \cup [(I_{1-2-1}, I_{1-2-2}) \subset I_{1-2} \subset I_{1,2}^{1,2}] \cup [(I_{1-3-1}, I_{1-3-2}) \subset I_{1-3} \subset I_{1,2}^{1,3}] \tag{8}$$

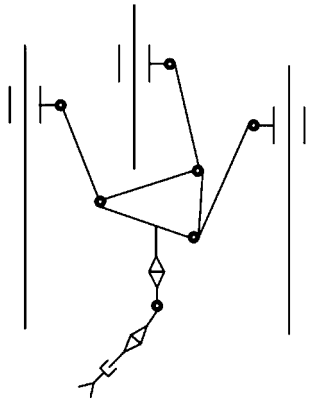


图 6　多单元二次综合机构简图

Fig. 6　The second synthesis unit of some units

从而可知模型 I 与经过二次分解和二次综合后的机构 $I_{1,2}^{1,2,3}$具有相同的工作空间能力与相同的自由度，空间自由度 Kutzbach－Grubler 计算公式[4]为

$$M = 6(n - g - 1) + \sum_{i=1}^{g} f_i \tag{9}$$

式中　M——自由度数目　　n——构件数目

g——运动副数目

f——运动副自由度数目

分析并联单元情况，当三分支 $I_{1,2}^{1,1}$、$I_{1,2}^{1,2}$、$I_{1,2}^{1,3}$结合后，形成运动平台，只能在空间中作平移运动，这与之前公式描述其结合为交集是一致的，可得 $n=8$，$g=9$，$\sum_{i=1}^{g} f_i = 15$，$M=3$；分析串联单元情况，只含有两回转自由度。因此，3－PTT 串并联数控机床具有 3 平移和 2 转动共计 5 个自由度。

可以看出 3－PTT 串并联数控机床末端执行器可实现 3 个坐标轴移动和 2 个坐标轴转动的需要，能够对复杂曲面进行数控加工。构建图 1 所示坐标系模型，则该模型工作空间能力的数学描述可以表示为

$$I_{1-1} = I_{1-2} = I_{1-3} = \{\vec{z} + \hat{x} + \hat{y}\} \tag{10}$$

$$I_{2-1} = I_{2-2} = \{\hat{z} + \hat{x}\} \tag{11}$$

$$I_{1,2}^{1,1} = I_{1,2}^{1,2} = I_{1,2}^{1,3} = \{\vec{z} + \vec{x} + \vec{y} + \hat{x}\} \tag{12}$$

$$I_{1,2}^{1,2,3} = \{\vec{z} + \vec{x} + \vec{y} + \hat{x} + \hat{z}\} \tag{13}$$

通过式(10)～(13)描述可知，模型 I 工作空间能力的空间维度为 5，这与 Kutzbach－Grubler 公式计算结果一致。

3－PTT 串并联数控机床的工作空间能力为同层次串联单元与并联单元各自工作空间能力的并集。多个并联单元经过单一串联单元构成，串联部分取并集，并联部分取交集，然后再将该工作空间能力视为单一单元串联到更高层次的单元中去，不断重复以上过程，即可求得空间运动自由度及空间工作能力 I。理论分析表明，满足复杂曲面数控加工要求。

3　工作空间与姿态极限分析

3－PTT 串并联数控机床工作空间包涵两层涵义：①完全工作空间，即动平台中心从任何方向到达点的集合，考虑姿态，为位姿。②可达工作空间，即动平台中心到达的点的集合，不考虑姿态，只是数据坐标。为更准确地确定其工作范围，工作空间分析需按第一层涵义进行求解，即求解其完全工作空间。在求解时，首先必须找出影响完全工作空间主要因素，影响因素主要有：

(1)驱动丝杆可移动长度 Q 的限制，即滑鞍允许位移。其必须满足 $Q \in [Q_{\min}, Q_{\max}]$，因为它限制了虎克铰转角，由于动平台在 z 方向上的可达区域界定在一定范围内，而使其不能达到指定旋转位置。

(2)虎克铰正、副转角的限制。各种铰链，包括球铰链、虎克铰链等转角都是受到结构限制的，不同铰链结构的最大允许转角不一样，这就要对虎克铰本体结构进行分析。在分析虎克铰正、副许用转角之前，首先需要对机床中所装配的虎克铰分布进行分析，如图 7 所示。其中 O、B 分别表征虎克铰，数字表示对应丝杆的上位与下位。上位虎克铰分布于静平台内切圆圆周，下位虎克铰分布于动平台内切圆圆周，这就决定了虎克铰连接的支杆运动范围。

从虎克铰本体几何关系上看,虎克铰分为正面转角及侧面转角,分别对应 $x-z$、$y-z$ 平面,两转角最大许用转角为 90°,按照驱动丝杆的满足要求,正面转角必须满足 $\theta_1 \in [\theta_{1\min}, \theta_{1\max}]$,侧面转角必须满足 $\theta_1 \in [\theta_{2\min}, \theta_{2\max}]$。如果虎克铰转角不能满足上述条件,则摆动块将与铰链基座发生结构干涉。

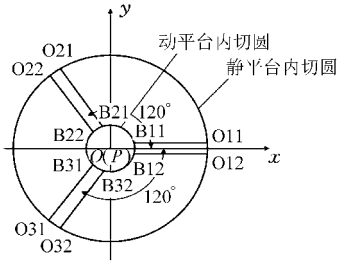


图 7 虎克铰分布俯视图

Fig. 7 Hooke teach division top viewport

(3)机床整体尺寸的干涉。对于不同串并联机床,结构各不相同,动平台运行范围受周围框架限制也不尽相同,各有区别。3-PTT 串并联数控机床连接杆设计为定长杆,动平台空间运动自由度为 $\vec{x}$、$\vec{y}$、$\vec{z}$,即运动形式为平动,不会具有 x、y、z 方向上转动自由度[5]。当动平台在平动过程中,运动到机床内沿时,动平台无法进行移动,如图 8 所示。建立机床整体尺寸干涉的数学模型:设在任意 z_0 位置动平台平动方程应满足

$$x^2 + y^2 \leqslant (R_a - R_b)^2 \tag{14}$$

式中 R_a——机床框架内切圆半径

R_b——动平台内切圆半径

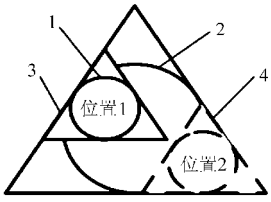


图 8 工作空间 $x-y$ 投影干涉示意图

Fig. 8 Working space projection interference schemes of $x-y$

1. 动平台内切圆 2. 静平台内切圆 3. 动平台 4. 静平台

其次,需计算动平台中心运动轨迹,即可达工作空间。各并联单元理论运动方程为

$$\begin{cases} (Q_1 - z_P)^2 + x_P^2 + \left[\dfrac{\sqrt{3}}{3}(l_0 - l_1) - y_P\right]^2 = l_2^2 \\ (Q_2 - z_P)^2 + \left[x_P + \dfrac{1}{2}(l_0 - l_1)\right]^2 + \left[y_P + \dfrac{\sqrt{3}}{6}(l_0 - l_1)\right]^2 = l_2^2 \\ (Q_3 - z_P)^2 + \left[x_P - \dfrac{1}{2}(l_0 - l_1)\right]^2 + \left[y_P + \dfrac{\sqrt{3}}{6}(l_0 - l_1)\right]^2 = l_2^2 \end{cases} \tag{15}$$

式中 l_0——静平台边长 l_1——动平台边长

l_2——三支链中定长支杆的长度

$P(x_P, y_P, z_P)$——动平台中心

Q_i——导向系统中滑鞍位移,$i = 1,2,3$

$\left[0 \ \dfrac{\sqrt{3}}{3}(l_0 - l_1) \ Q_1\right]$、$\left[-\dfrac{1}{2}(l_0 - l_1) \ -\dfrac{\sqrt{3}}{6}(l_0 - l_1) \ Q_2\right]$、$\left[\dfrac{1}{2}(l_0 - l_1) \ -\dfrac{\sqrt{3}}{6}(l_0 - l_1) \ Q_3\right]$为球心,因此求解动平台中心运动方程

$$\begin{cases} z_P = \dfrac{-B - \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A} \\ x_P = \dfrac{\sqrt{3}}{12m}[(Q_3 - z_P)^2 - (Q_2 - z_P)^2] \\ y_P = \dfrac{1}{12m}[2(Q_1 - z_P)^2 - (Q_2 - z_P)^2 - (Q_3 - z_P)^2] \end{cases} \tag{16}$$

其中
$$A = 2[(Q_1 - Q_2)^2 + (Q_2 - Q_3)^2 + (Q_1 - Q_3)^2 + 18m^2] \tag{17}$$

$$B = 2[Q_1Q_2(Q_1 + Q_2) + Q_2Q_3(Q_2 + Q_3) + Q_1Q_3(Q_1 + Q_3)] - 4(Q_1^3 + Q_2^3 + Q_3^3) - 24m^2(Q_1 + Q_2 + Q_3) \tag{18}$$

$$C = 144m^4 + Q_1^4 + Q_2^4 + Q_3^4 + 12m^2(Q_1^2 + Q_2^2 + Q_3^2) - Q_1^2Q_2^2 - Q_1^2Q_3^2 + Q_2^2Q_3^2 - 36m^2l_2^2 \tag{19}$$

通过求解发现,动平台中心轨迹与 l_2、Q_1、Q_2、Q_3、z_0 有关。

最后,即为完全工作空间姿态极限位置求解。针对国内外普遍采用逐点比较搜索法、边界搜索法和有效包络面法可知[6],仅通过一种方法即对特定机构进行有效的工作空间求解是不全面的,为此,综合边界搜索法和有效包络面法来求解其完全工作空间,根据实际应用环境对工作空间姿态极限进行分析。

姿态极限 1:按搜索法原理,给定初始 z 值,逐一沿 z 向取值搜索边界。对于任意 z_0 点位置,确定动平台中心坐标,对方程(15)的重根(即交点)作如下判别计算:

(1)动平台中心位于交点时,动平台尺寸(即外接圆半径)与机床内沿尺寸的干涉,干涉点为极限位置。

(2)由于机床操控动平台实际依靠 6 根连接杆,即任意分支由 2 根杆操控,而每根又由上位及下位两个虎克铰连接,因此当动平台中心位于交点时,需分别对上位及下位两虎克铰正、侧面转角角度进行验算,以确定虎克铰摆动块与虎克铰基座是否干涉、与动平台边缘是否干涉、与连接杆是否干涉。即虎克铰摆角极限位置,平台与虎克铰结构尺寸,包括连接杆直径、连接杆竖直时其与驱动丝杆距离以及动平台实高等极限位置。

(3)反求驱动丝杆在运行至 z_0 位置时，其移动量是否满足要求，并通过方程判断是否有奇异点。

姿态极限 2：按有效包络面法原理，将受驱动丝杆移动量长度，虎克铰正、副转角和机床整体尺寸的干涉的工作空间边界问题归结为对 3 个变心球面族的包络面求交问题。对任意连接杆而言，连接杆与虎克铰有关系为

$$\frac{Q_i - z_P}{l_2} = \sin\left(90° - \alpha - \frac{\theta_{\max}}{2}\right) \tag{20}$$

式中$\frac{\theta_{\max}}{2}$为虎克铰正面转角在竖直方向上投影的最大半角，因此极限位置坐标需满足式(20)。

姿态极限 3：由于机床含有串联单元，即末端执行器，所以有

$$Q_i - z_P < Q_i - h \tag{21}$$

式中　h——末端执行器实高

之所以为“＜”而非“≤”，表明在实际加工过程中，需考虑工作台高度，即动平台中心 z 向坐标的极限位置。

4　仿真分析与验证

通过上述工作空间分析过程，结合实例进行仿真，具体参数如表 1 所示。

表 1　串并联机床仿真给定参数

Tab. 1　Parameter values of CNC serial-parallel machine tool

参数	数值	参数	数值
支杆长度 D/mm	900	驱动丝杆输入移动量 Q_2/mm	300
静平台外接圆半径 R_2/mm	850	驱动丝杆输入移动量 Q_3/mm	200
动平台外接圆半径 R_1/mm	150	任一动平台位姿 x_P/mm	0
虎克铰位置角 θ/(°)	30	任一动平台位姿 y_P/mm	0
驱动丝杆输入移动量 Q_1/mm	250	任一动平台位姿 z_P/mm	600

第 1 步：

$$\boldsymbol{A}_1 = [R_1 \quad 0 \quad 0]$$

$$\boldsymbol{A}_2 = \left[-R_1\sin\frac{2\pi}{3} \quad R_1\cos\frac{2\pi}{3} \quad 0\right]$$

$$\boldsymbol{A}_3 = \left[-R_1\sin\frac{2\pi}{3} \quad -R_1\cos\frac{2\pi}{3} \quad 0\right]$$

所以对于动平台

$$\boldsymbol{A\theta} = \boldsymbol{BX}$$

$$\boldsymbol{A}_1\boldsymbol{B}_1 = [x + R_2 - R_1 \quad y \quad z]^{\mathrm{T}}$$

$$\boldsymbol{A}_2\boldsymbol{B}_2 = [a_{11} \quad a_{12} \quad z]^{\mathrm{T}}$$

其中　$a_{11} = x - R_2\sin\left(-\frac{2\pi}{3}\right) + R_1\sin\left(-\frac{2\pi}{3}\right)$

$$a_{12} = y + R_2\cos\frac{2\pi}{3} - R_1\cos\frac{2\pi}{3}$$

$$\boldsymbol{A}_3\boldsymbol{B}_3 = [a_{11} \quad a_{12} \quad z]^{\mathrm{T}}$$

其中　$a_{11} = x - R_2\sin\left(-\frac{2\pi}{3}\right) + R_1\sin\left(-\frac{2\pi}{3}\right)$

$$a_{12} = y - R_2\cos\left(-\frac{2\pi}{3}\right) + R_1\cos\left(-\frac{2\pi}{3}\right)$$

由方向余弦公式可求转角得

$$\begin{cases} \theta_1 = \arccos\left(-\dfrac{\boldsymbol{A}_1\boldsymbol{B}_1}{N_1}\right) \\ \theta_2 = \arccos\left(-\dfrac{\boldsymbol{A}_2\boldsymbol{B}_2}{N_2}\right) \\ \theta_3 = \arccos\left(-\dfrac{\boldsymbol{A}_3\boldsymbol{B}_3}{N_3}\right) \end{cases} \tag{22}$$

式中　N_1、N_2、N_3——向量的模

第 2 步：由式(22)，进一步求解驱动丝杆移动量，代入之前计算结果，经动平台公式验证，其结果是一致的。

第 3 步：对矩阵方程求解特征值，可以得到含有虎克铰转角及驱动丝杆移动量多项式方程，方程式可表示为

$$T = \sum_{i=1}^{3} tN \tag{23}$$

式中　t——系数　　N——动平台多项式方程

式(23)即完全工作空间方程，将已知参数及求解结果送入软件进行仿真，结果如图 9 所示。

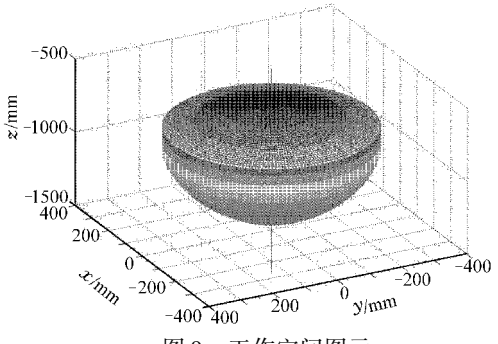


图 9　工作空间图示

Fig. 9　Working space

得到的 3－PTT 串并联数控机床完全工作空间形态近似于半椭球形，其边界是非完整椭圆形状，所获得的输出数据都在有效参数范围内，完全工作空间边界光滑，内部没有空洞。$x-y$ 平面投影为近圆形，其他两面投影均为不规则边界。由此解决了以往采用可达工作空间来描述其工作空间，仅考虑动平台中心运动轨迹，而未考虑实际 3－PTT 串并联数控机床自身具有姿态极限及奇异点，从而导致获得的工作空间不能完全反映实际加工范围的问题。

实际加工充分验证了基于奇异约束条件和影响因素的完全工作空间的复合分析方法可准确求解 3－PTT串并联数控机床机构的工作空间，仿真分析

能够准确描述其实际的工作空间范围。

5 结论

(1)设计了 3 - PTT 串并联数控机床机构,采用分解与综合的方法对机构的构型进行了分析。通过空间分析和公式计算得知该机构为 5 自由度运动机构,分析与计算过程表明 3 - PTT 机构符合串并联数控机床设计要求、构型合理。

(2)在充分考虑奇异约束条件和影响因素的基础上,分析了 3 - PTT 串并联数控机床的完全工作空间,建立了机构位姿模型,仿真结果与实际加工表明此分析过程正确、合理,能够准确描述实际的加工范围。

参 考 文 献

1 余顺年,马履中,陈扼西,等. 三自由度并联机构位置和运动分析及仿真[J]. 农业机械学报,2005,36(9):97 ~ 100.
Yu Shunnian, Ma Lüzhong, Chen Exi. Position and kinematics analyses and simulation of a 3-DOF parallel mechanism[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2005, 36(9): 97 ~ 100. (in Chinese)

2 徐礼钜,范守文. 一种混联型虚拟轴机床奇异位形分析的解析法[J]. 四川大学学报,2002,34(2):9 ~ 12.
Xu Liju, Fan Shouwen. Analysis method for singularity configuration analysis of a new type hybrid virtual axis machine tool [J]. Journal of Sichuan University, 2002, 34(2):9 ~ 12. (in Chinese)

3 罗建国,何茂艳,陆震,等. 2PPPPS - R - 2PPPPS 新型串并联机构分解与综合[J]. 机械工程学报,2008,44(5):62 ~ 67.
Luo Jianguo, He Maoyan, Lu Zhen, et al. Decomposition and synthesis of new type 2PPPPS - R - 2PPPPS serial-parallel manipulator[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2008, 44 (5):62 ~ 67. (in Chinese)

4 Wang Jinsong, Wang Zhonghua, Huang Tian. Nonlinearity for a parallel manipulator machine tool and its application on interpolation accuracy analysis[J]. Science in China Series E, 2002, 45(1):97 ~ 105.

5 Zhao Ji, Zhan Jianming. An oblique ultrasonic polishing method by robot for free-form surfaces[J]. International Journal of Machine Tools and Manufacture, 2000, 40(6): 795 ~ 808.

6 黄真,丁华锋. 机构的结构类型综合综述[J]. 燕山大学学报,2003,27(3):189 ~ 192.
Huang Zhen, Ding Huafeng. Summarization the structure type synthesis of mechanism[J]. Journal of Yanshan University, 2003, 27(3):189 ~ 192. (in Chinese)

7 Tsai L W. Robot analysis the mechanics of serial and parallel manipulators[J]. Journal of Mechanical Design, 2002, 122(1): 3 ~ 9.

8 陈纯,黄玉美,韩旭炤,等. 五面加工混联机床概念设计[J]. 农业机械学报,2009,40(9):187 ~ 192.
Chen Chun, Huang Yumei, Han Xuzhao, et al. Conceptual design of a novel hybrid machine tool with five-face machining capability[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2009, 40(9): 187 ~ 192. (in Chinese)

9 张艳伟,崔国华,孙振军,等. 空间转动 3 - SPS - 1 - S 型并联机构奇异位形研究[J]. 农业机械学报,2010,41(4):199 ~ 203.
Zhang Yanwei, Cui Guohua, Sun Zhenjun, et al. Singular loci analysis of 3 - SPS - 1 - S spatial rotation parallel manipulator [J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2010, 41(4): 199 ~ 203. (in Chinese)