

乏信息动态测量误差灰自助预报*

葛乐矣¹ 赵伟¹ 徐子帆² 黄松岭¹ 王中宇³

(1. 清华大学电机工程与应用电子技术系, 北京 100084; 2. 西安电子科技大学工程学院, 西安 710071;
3. 北京航空航天大学仪器科学与光电工程学院, 北京 100083)

【摘要】综合灰色系统理论和自助法的理论知识,提出一种实现乏信息测量误差预报方法。首先对动态测量数据中各误差源影响进行标定,计算各误差源对测量结果的误差传递系数,并对各误差源数据序列进行自助法抽样,通过灰自助融合建模获得误差源标定预测值;然后按照误差合成的方法实现动态测量误差的灰自助预报;具体实例表明,该方法得到的预报结果与实验测量结果非常吻合,验证了灰自助预报方法的有效性。

关键词: 乏信息 动态测量 误差 灰自助方法

中图分类号: TH701 文献标识码: A 文章编号: 1000-1298(2011)07-0210-05

Error Predicting for Dynamic Measurement of Poor Information Based on Grey Bootstrap Method

Ge Leyi¹ Zhao Wei¹ Xu Zifan² Huang Songling¹ Wang Zhongyu³

(1. Department of Electrical Engineering, Tsinghua University, Beijing 100084, China

2. School of Electrical Engineering, Xidian University, Xi'an 710071, China

3. College of Instrument Science and Opto-electronics Engineering, Beihang University, Beijing 100083, China)

Abstract

Different from traditional methods, a novel poor information measurement error prediction method based on grey system theory and bootstrap theory was presented. At first, all calibrated measurement error sources were calibrated, and all measurement error transfer coefficients were calculated, and the calibration data of all error sources were sampled based on bootstrap theory, and predictions of calibration data of all error sources were gained by a grey bootstrap fusion model. Then the error prediction values for dynamic measurement of poor information were got in terms of error combination principle. At last, in an example of a general dynamic measurement, the predicting measurement errors were acquired by this novel proposed method and the actual measurement errors were shown to be in a good agreement with each other, and the validity of the proposed method was also represented.

Key words Poor information, Dynamic measurement, Error, Grey bootstrap method

引言

乏信息(贫信息),是指信息缺乏或严重缺失^[1]。在信息科学与系统科学研究中,乏信息系统被描述为信息不完备的不确定性系统。动态测量是现代测试技术的主要形式,有关动态测量系统的分

析理论与设计方法也越来越多地受到重视。由于动态测量分析理论的研究尚不够深入,在对测量系统进行分析时,往往沿用静态测量系统现有的一些理论与方法来处理,这常常难以满足现代化高精度测量的需要^[2]。

误差是评价测量结果质量的关键指标之一。对

收稿日期: 2010-08-14 修回日期: 2010-10-09

* 国家自然科学基金资助项目(10974115)

作者简介: 葛乐矣,博士后,主要从事布氏硬度测量、动态测量质量评价、无损检测研究,E-mail: geleyi@163.com

通讯作者: 黄松岭,教授,主要从事电工新技术、无损检测研究,E-mail: huangsling@tsinghua.edu.cn

于乏信息动态测量误差的精确预报问题,很难用经典的统计学方法解决^[3],而灰色系统理论、模糊集合理论、粗集理论等理论方法,在处理这类问题时显示出一定的优越性^[4~8]。对于实际的动态测量,由于相同时刻的离散采样点上测得值的概率分布常常未知或很复杂,仅有有限测量数据可供参考和分析^[9],动态测量的误差预报常常属于乏信息问题。本文综合灰色系统理论和自助法知识,提出一种实现乏信息动态测量误差预报方法。

1 误差灰自助预报原理

乏信息动态测量误差预报原理是:首先对各误差源进行标定,计算各误差源的误差传递系数,并对各误差源数据序列进行自助法抽样,通过灰自助融合建模获得误差源标定预测值;然后按照误差合成的方法实现乏信息动态测量误差的灰自助预报。

灰自助融合建模 (grey bootstrap fusion modeling, 简称 GBFM) 是将自助法原理和灰预测 GM(1,1) 建模原理^[10]有机地结合起来,进行数据分析的一种本征融合方法^[11]。

乏信息动态测量误差灰自助预报原理如图 1 所示。

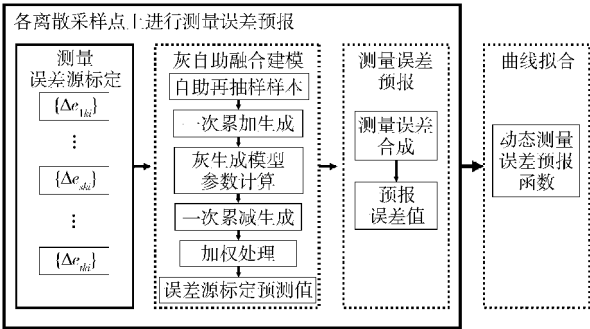


图 1 乏信息动态测量误差灰自助预报原理
Fig. 1 Error predicting for dynamic measurement of poor information

2 误差灰自助预报的计算步骤

对多次动态测量输出 $y_1(t), \dots, y_h(t), \dots, y_m(t)$ 进行采样,可得到

$$Y = \begin{bmatrix} Y_1 \\ \vdots \\ Y_h \\ \vdots \\ Y_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_1(1) & \cdots & y_1(k) & \cdots & y_1(n) \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ y_h(1) & \cdots & \vdots & \cdots & y_h(n) \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ y_m(1) & \cdots & y_m(k) & \cdots & y_m(n) \end{bmatrix} \quad (k=1, \dots, n) \quad (1)$$

式中 n ——一次动态测量样本的离散数据量
 m ——重复测量次数

对各离散采样点的动态测量测量数据进行平均,得到 $\hat{y}(t)$ 的离散序列 $\hat{y}(1), \dots, \hat{y}(k), \dots, \hat{y}(n)$, 把它作为重复测量在各离散采样点的测量结果估计值。

设动态测量误差源追溯为 $e_1, \dots, e_s, \dots, e_t$, 误差传递的灵敏度系数分别为 $\alpha_1 \dots, \alpha_s, \dots, \alpha_t$, 其中 $s = 1, \dots, t$ 。

在第 k 个采样点,对动态测量的某误差源进行标定,所得数据为

$$X_k = (x_{k1}, \dots, x_{ki}, \dots, x_{km'}) \quad (i=1, \dots, m') \quad (2)$$

式中 x_{ki} ——某误差源的标定数据
 m' ——标定数据样本空间大小

X —— $e_1, \dots, e_s, \dots, e_t$ 中任一动态测量误差源
从 X_k 中等概率可放回地随机抽取 1 个数据,抽取 m'' 次,得到第 1 个自助样本,它有 m'' 个数据。连续重复 B 次,得到 B 个自助再抽样样本,用向量表示为

$$G_{k\text{Bootstrap}} = (G_{k1}, \dots, G_{kb}, \dots, G_{kB}) \quad (b=1, \dots, B) \quad (3)$$

其中 $G_{kb} = \{g_{kbj}\} \quad (j=1, \dots, m'')$ (4)

式中 G_{kb} ——第 b 个自助样本
 g_{kbj} —— G_{kb} 中第 j 个自助再抽样数据

由灰预测 GM(1,1), 设 G_{kb} 的一次累加生成序列向量为

$$Z_{kb} = \{z_{kbr}\} = \left\{ \sum_{j=1}^r g_{kbj} \right\} \quad (r=1, \dots, m'') \quad (5)$$

灰生成模型可以描述为如下的灰微分方程

$$\frac{dz_{kbr}}{dt} + c_{k1} z_{kbr} = c_{k2} \quad (6)$$

式中 c_{k1}, c_{k2} ——待定系数, $c_{k1} \neq 0$
用增量代替微分,即

$$\frac{dz_{kbr}}{dr} = \frac{\Delta z_{kbr}}{\Delta r} = z_{kb(r+1)} - z_{kbr} = y_{kb(r+1)} \quad (7)$$

式中 Δr ——单位值 1

再设算术平均值生成序列向量为

$$Z_{kb} = \{z_{kbr}\} = \{0.5z_{kbr} + 0.5z_{kb(r-1)}\} \quad (r=1, \dots, m'') \quad (8)$$

在初始条件 $z_{kb1} = y_{kb1}$ 下,设灰微分方程的最小二乘解为

$$\hat{z}_{kb(r+1)} = (z_{kb1} - c_{k2}/c_{k1})e^{-c_{k1}r} + c_{k2}/c_{k1} \quad (r=j-1, j; j=2, \dots, m) \quad (9)$$

$$[c_{k1}, c_{k2}]^T = [D_k^T D_k]^{-1} D_k^T Y_{kb}^T \quad (10)$$

$$D_k = [-Z_{kb}, I]^T \quad (11)$$

$$I = [1, \dots, 1] \quad (12)$$

由累减生成,标定次数为 $w = i + 1$ 时某误差源的预报值可以表示为

$$\hat{g}_{kbw} = \hat{z}_{kbw} - \hat{z}_{kb(w-1)}$$

(13)

在标定次数 w , 有 B 个数据, 可以构成如下序列向量, 即

$$\hat{X}_{kw} = \{ \hat{g}_{kbw} \} \quad (b = 1, \cdots, B; w = i + 1)$$

(14)

将 $\hat{X}_{kw}$ 分为 Q 组; q 为组数, $q = 1, 2, \cdots, Q$ 。

由于 B 很大, 可用 $\hat{X}_{kw}$ 建立在标定次数 w 时预报值服从于各区间的频率函数 H_{kwq} 。则在标定次数为 w 时某误差源的估计真值, 即最终解可用加权算术平均值表示为

$$X_{kw} = \sum_{q=1}^Q H_{kwq} \hat{g}_{kwq}$$

(15)

式中 X_{kw} ——基于灰自助法某误差源标定预报值

$\hat{g}_{kwq}$ ——第 q 组的预报值中值

H_{kwq} ——对应于 $\hat{g}_{kwq}$ 的频数

因此在第 k 个采样点, 标定次数为 w 时 $e_{1kw} = \sum_{q=1}^Q H_{kwq} \hat{e}_{1kwq}$ 为基于灰自助法的误差源 e_1 标定预报值; 标定次数为 w 时的 $e_{skw} = \sum_{q=1}^Q H_{kwq} \hat{e}_{skwq}$ 为基于灰自助法的误差源 e_s 标定预报值; 标定次数为 w 时的 $e_{tkw} = \sum_{q=1}^Q H_{kwq} \hat{e}_{tkwq}$ 为基于灰自助法的误差源 e_t 标定预报值。

根据测量误差合成公式

$$e_{kw} = \sqrt{(\alpha_1 e_{1kw})^2 + \cdots + (\alpha_s e_{skw})^2 + \cdots + (\alpha_t e_{tkw})^2 + R}$$

(16)

式中 R ——各个误差源之间的协方差

按照正交多项式高阶拟合法, 计算出测量次数 $p = m + 1$ 时的动态测量误差预报函数 $f(e_{1p}, \cdots, e_{kp}, \cdots, e_{ip})$ 。

本文所建立的乏信息动态测量误差灰自助预报模型能不断利用有限的测量结果和误差源标定数据对动态测量误差进行预报, 时刻跟踪测量误差的变化, 还可为动态测量的误差溯源和误差修正奠定一定的理论基础。

3 实例分析

测量某圆度仪主轴径向晃动误差, 得到动态测量曲线 $y(t)$ 。对动态测量曲线每隔 30° 转角采样 2 次得到离散动态测量数据 $\{y_1(k)\}, \{y_2(k)\}, k = 1, \cdots, 12, m = 2$, 如表 1 所示。

主轴径向晃动误差的真实值以一转为周期。对于这类周期性的动态测量数据, 采用一定的数据处理方法剔除了测量粗大误差, 取截断长度 T 为最长周期的整数倍, 测量结果 $\hat{y}(t)$ 可以视为由若干不同周期的谐波之和 p_0 与动态测量的误差(包含系统误差 $e_{\text{system}}(t)$ 和随机误差 $e_{\text{random}}(t)$) 组成, 即

$$y(t) = p_0 + e_{\text{system}}(t) + e_{\text{random}}(t)$$

$$y(t) = \frac{1}{2}A_0 + \sum_{j=1}^m (A_j \cos(jt) + B_j \sin(jt)) + e_{\text{system}}(t) + e_{\text{random}}(t)$$

式中 j ——谐波序号

m ——晃动误差真实值函数中包含的最高阶谐波阶数

A_0, A_j, B_j ——零阶和其他各阶谐波的傅里叶系数

在离散采样点 1、4、7、10, 系统误差 $e_{\text{system}}(t)$ 和随机误差 $e_{\text{random}}(t)$, 如表 1 所示。

对于测量系统误差与随机误差的多次标定, 取这些标定结果作为随机误差与系统误差的灰自助原

表 1 动态测量数据、系统误差和随机误差的离散采样值

Tab.1 Discrete samples of dynamic measurement data, system error and random error

参数	k											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$y_1(k)$	-0.722	-0.913	0.763	0.105	0.864	1.237	-0.235	0.169	0.974	-1.372	-0.212	0.727
$y_2(k)$	-0.718	-0.917	0.751	0.134	0.821	1.231	-0.216	0.162	0.978	-1.371	-0.215	0.767
$\hat{y}(k)$	-0.720	-0.915	0.757	0.119	0.843	1.234	-0.226	0.166	0.976	-1.372	-0.214	0.747
$e_{\text{system}1}(k)$	-0.145			0.013			-0.152			-0.414		
$e_{\text{system}2}(k)$	-0.178			0.029			-0.193			-0.497		
$e_{\text{system}3}(k)$	-0.127			0.052			-0.123			-0.497		
$e_{\text{random}1}(k)$	-0.278			-0.103			-0.129			-0.751		
$e_{\text{random}2}(k)$	-0.271			-0.079			-0.183			-0.657		
$e_{\text{random}3}(k)$	-0.223			-0.054			-0.173			-0.685		

始样本,进行灰自助抽样,即分别等概率可放回地随机抽取 m'' 次,得到它们的第一个自助样本,有 m'' 个数据,连续重复 B 次,分别得到 B 个自助再抽样样本。

在离散采样点 k 处动态测量误差合成公式为

$$e_{kw} = \sqrt{(\alpha_{\text{system}} e_{\text{system}kw})^2 + (\alpha_{\text{random}} e_{\text{random}kw})^2} + R$$

其中 $\alpha_{\text{system}} = \alpha_{\text{random}} = 1, R = 0$ 。

因此 $e_{kw} = \sqrt{e_{\text{system}kw}^2 + e_{\text{random}kw}^2}$

当 m'' 和 B 取不同值时,在离散采样点 $k = 1$ 处的系统误差与随机误差的预报值是不同的,如表 2 和表 3 所示。

表 2 m'' 和 B 取不同值时的系统误差 ($k = 1$)

Tab.2 System error in different m'' and B ($k = 1$)

B	m''					
	20	40	80	100	120	140
5	-0.143	-0.147	-0.162	-0.135	-0.195	-0.127
10	-0.163	-0.153	-0.161	-0.147	-0.138	-0.159
15	-0.151	-0.137	-0.111	-0.158	-0.144	-0.126

表 3 m'' 和 B 取不同值时的随机误差 ($k = 1$)

Tab.3 Random error in different m'' and B ($k = 1$)

B	m''					
	20	40	80	100	120	140
5	-0.234	-0.253	-0.248	-0.243	-0.219	-0.233
10	-0.253	-0.263	-0.248	-0.228	-0.257	-0.229
15	-0.240	-0.209	-0.218	-0.246	-0.266	-0.233

在离散采样点 $k = 4$ 处的系统误差与随机误差的预报值是不同的,如表 4 和表 5 所示。

表 4 m'' 和 B 取不同值时的系统误差 ($k = 4$)

Tab.4 System error in different m'' and B ($k = 4$)

B	m''					
	20	40	80	100	120	140
5	0.014	0.025	0.031	0.029	0.035	0.027
10	-0.003	0.035	0.039	0.042	0.033	0.021
15	0.010	0.021	0.001	0.039	0.031	0.023

表 5 m'' 和 B 取不同值时的随机误差 ($k = 4$)

Tab.5 Random error in different m'' and B ($k = 4$)

B	m''					
	20	40	80	100	120	140
5	-0.121	-0.028	-0.031	-0.017	-0.057	-0.128
10	-0.173	-0.055	-0.134	-0.201	-0.159	-0.122
15	-0.154	-0.023	-0.107	-0.110	-0.127	-0.109

在离散采样点 $k = 7$ 处的系统误差与随机误差的预报值是不同的,如表 6 和表 7 所示。

表 6 m'' 和 B 取不同值时的系统误差 ($k = 7$)

Tab.6 System error in different m'' and B ($k = 7$)

B	m''					
	20	40	80	100	120	140
5	-0.152	-0.137	-0.146	-0.159	-0.133	-0.147
10	-0.118	-0.144	-0.153	-0.129	-0.117	-0.182
15	-0.143	-0.136	-0.149	-0.120	-0.131	-0.129

表 7 m'' 和 B 取不同值时的随机误差 ($k = 7$)

Tab.7 Random error in different m'' and B ($k = 7$)

B	m''					
	20	40	80	100	120	140
5	-0.173	-0.177	-0.155	-0.148	-0.162	-0.149
10	-0.175	-0.129	-0.144	-0.137	-0.140	-0.106
15	-0.163	-0.158	-0.159	-0.141	-0.152	-0.143

在离散采样点 $k = 10$ 处的系统误差与随机误差的预报值是不同的,如表 8 和表 9 所示。

表 8 m'' 和 B 取不同值时的系统误差 ($k = 10$)

Tab.8 System error in different m'' and B ($k = 10$)

B	m''					
	20	40	80	100	120	140
5	-0.452	-0.477	-0.396	-0.471	-0.387	-0.423
10	-0.459	-0.433	-0.461	-0.452	-0.437	-0.488
15	-0.455	-0.462	-0.387	-0.439	-0.387	-0.403

表 9 m'' 和 B 取不同值时的随机误差 ($k = 10$)

Tab.9 Random error in different m'' and B ($k = 10$)

B	m''					
	20	40	80	100	120	140
5	-0.693	-0.682	-0.735	-0.691	-0.764	-0.692
10	-0.715	-0.689	-0.742	-0.690	-0.730	-0.709
15	-0.687	-0.670	-0.715	-0.696	-0.761	-0.672

当 m'' 和 B 取不同值时,在离散采样点 $k = 1、4、7、10$ 处的误差预报值如图 2 所示,并与采用蒙特卡洛方法所得结果(相同的样本空间 m'' 和样本个数 B 的取值对应相同)进行比较。

当 $m'' = 40、100$ 和 $B = 5、10、15$ 时,计算出测量误差预报函数,并与采用蒙特卡洛方法所得结果进行比较,如图 3 所示。

在本实例中,基于灰自助色方法的动态测量预报结果非常接近于蒙特卡洛方法预报结果,从而验证了本文灰自助预报方法的有效性。

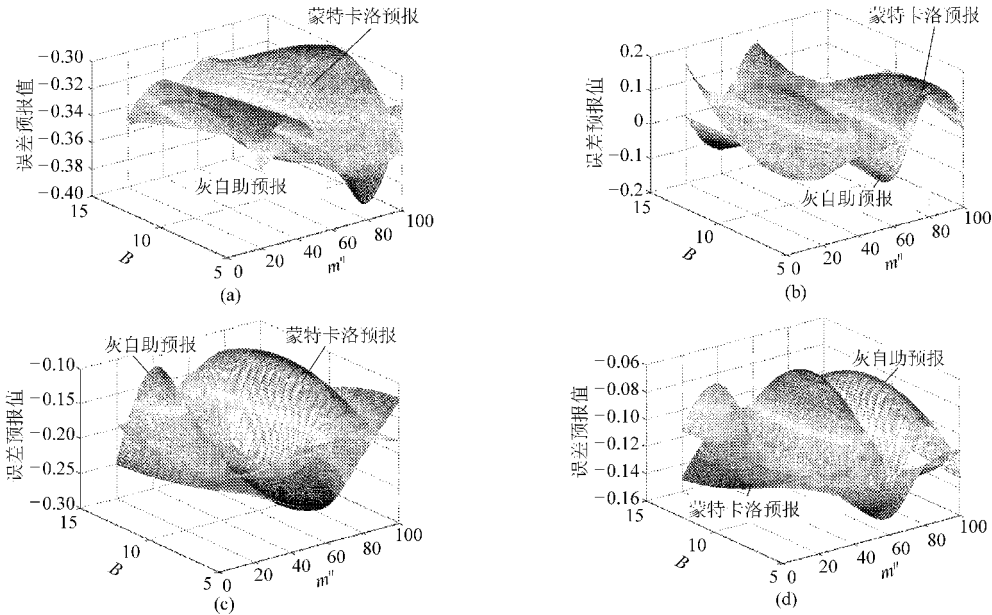


图 2 m'' 和 B 取不同值时的动态误差预报值

Fig.2 Error predicting in the case of different m'' and B

(a) $k=1$ (b) $k=4$ (c) $k=7$ (d) $k=10$

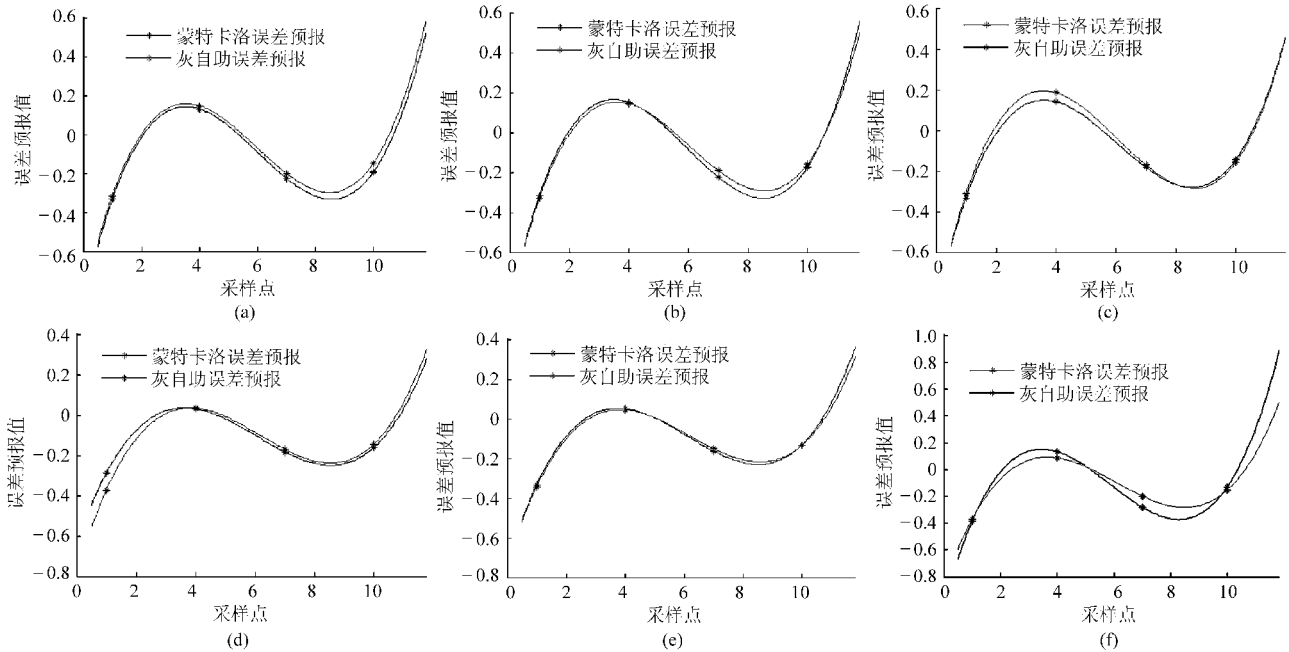


图 3 测量误差预报函数比较

Fig.3 Comparison of error predicting functions

(a) $m''=40, B=5$ (b) $m''=40, B=10$ (c) $m''=40, B=15$ (d) $m''=100, B=5$ (e) $m''=100, B=10$ (f) $m''=100, B=15$

4 结束语

在综合利用灰色系统理论和自助法的基础上,提出了一种乏信息动态测量误差预报新方法,主要

通过灰自助融合建模来实现乏信息动态测量误差的灰自助预报,克服了传统误差预报方法中的一些局限性,并在实际的动态测量数据处理与分析中得到了有效验证。

参 考 文 献

1 Wang Zhongyu. Estimation of non-statistical uncertainty in precision measurement using grey system theory [J]. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2003, 22(3): 271 ~ 277.

- 3 Rafiq M Y, Bugmann G, Easterbrook D J. Neural network design for engineering applications [J]. Computers and Structures, 2001, 79(17): 1 541 ~ 1 552.
- 4 Duer S. Diagnostic system with an artificial neural network in diagnostics of an analogue technical object [J]. Neural Comput. & Applic., 2010, 19(1): 55 ~ 60.
- 5 Feng Jingchun, Li Yuhao, Wang Yuhan, et al. Design of a real-time adaptive NURBS interpolator with axis acceleration limit [J]. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2010, 48(1 ~ 4): 227 ~ 241.
- 6 Tsai Miching, Cheng Chungwei. A real-time predictor-corrector interpolator for CNC Machining [J]. ASME Journal of Manufacturing Science and Engineering, 2003, 125(3): 449 ~ 460.
- 7 Liu Xianbing, Ahmad F, Yamazaki K, et al. Adaptive interpolation scheme for NURBS curves with the integration of machining dynamics [J]. International Journal of Machine Tools and Manufacture, 2005, 45(4 ~ 5): 433 ~ 444.
- 8 Du Daoshan, Liu Yadong, Yan Cuiliang, et al. An accurate adaptive parametric curve interpolator for NURBS curve interpolation [J]. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2007, 32(9 ~ 10): 999 ~ 1 008.
- 9 Kalra R, Deo M C, Kumar R, et al. RBF network for spatial mapping of wave heights [J]. Marine Structures, 2005, 18(3): 289 ~ 300.
- 10 Montazer G A, Sabzevari R, Khatir H G. Improvement of learning algorithms for RBF neural networks in a helicopter sound identification system [J]. Neurocomputing, 2007, 71(1 ~ 3): 167 ~ 173.
- 11 Yu Miao, Zhao Ji, Zhang Lei, et al. Study on the dynamic characteristics of a virtual-axis hybrid polishing machine tool by flexible multibody dynamics [J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part B, Journal of Engineering Manufacture, 2004, 218(9): 1 067 ~ 1 076.
- 12 徐立国, 赵继, 孙瑞东, 等. 五坐标虚拟轴弹性研抛机床的环形轨迹规划[J]. 农业机械学报, 2007, 38(4): 167 ~ 171.
Xu Liguang, Zhao Ji, Sun Ruidong, et al. Iso-circuit algorithms for tool-path planning based on virtual-axis elastic polishing machine tool with five degrees of freedom [J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2007, 38(4): 167 ~ 171. (in Chinese)
- 13 张培晓. 串-并混联研抛机床运动控制器的研究[D]. 长春: 吉林大学, 2007.
Zhang Peixiao. Study on motion controller of hybrid polishing machine tool [D]. Changchun: Jilin University, 2007. (in Chinese)
- 14 刘晓刚. 五坐标虚拟轴研抛机床开放式数控系统的研究[D]. 长春: 吉林大学, 2007.
Liu Xiaogang. Research on the open CNC system of five-coordinate virtual axis polishing machine [D]. Changchun: Jilin University, 2007. (in Chinese)

~~~~~  
(上接第 214 页)

- 2 Ge Leyi. Novel method of evaluating dynamic repeated measurement uncertainty[J]. Journal Testing and Evaluation, 2008, 36(5): 453 ~ 459.
- 3 Wang Zhongyu. Research development of the grey error theory and the applications in the dynamic measurement [C] // 2003 IEEE ISICT, Beijing, 2003: 447 ~ 451.
- 4 邓聚龙. 灰理论基础[M]. 武汉: 华中科技大学出版社, 2002: 25 ~ 31.
- 5 Befron. Bootstrap methods [J]. Annual Statistics, 1979, 7(1): 1 ~ 36.
- 6 夏新涛, 陈晓阳, 张永振, 等. 制造误差的灰自助动态预报[J]. 四川大学学报: 工程科学版, 2007, 39(3): 160 ~ 165.  
Xia Xintao, Chen Xiaoyang, Zhang Yongzhen, et al. Dynamic prediction for manufacturing errors using grey bootstrap [J]. Journal of Sichuan University: Engineering Science, 2007, 39(3): 160 ~ 165. (in Chinese)
- 7 Xia Xintao. Estimation of non-statistical uncertainty using fuzzy-set theory [J]. Measurement Science and Technology, 2000, 11(4): 430 ~ 435.
- 8 Wang Zhongyu. Novel uncertainty-evaluation method of virtual instrument small sample size [J]. Journal Testing and Evaluation, 2008, 36(3): 101 454 ~ 101 461.
- 9 王中宇, 夏新涛, 朱坚民. 测量不确定度的非统计理论[M]. 北京: 国防工业出版社, 2000: 65 ~ 74.
- 10 Deng Julong. Introduction to grey system theory [J]. The Journal of Grey System, 1989, 1(1): 1 ~ 24.
- 11 王中宇. 非统计原理及其工程应用[M]. 北京: 科学出版社, 2005: 31 ~ 64.