

# 土壤表面分形表征效果对比\*

侯占峰 李林 陈智 武佩 韩进玉

(内蒙古农业大学机电工程学院, 呼和浩特 010018)

**【摘要】** 分形是研究土壤表面不平度的有效方法,选择合适的分形维数计算方法是准确表征表面轮廓的关键。利用W-M理论分形曲线对常用于计算表面轮廓分形维数的4种方法进行评价,结果显示均方根法在表征分形维数介于1.2~1.6的表面轮廓时精度最高;均方根法在表征实测土壤表面时的适应性强,无标度区间宽。根据表面轮廓的均方差与区间尺度呈比例的性质改进了均方根法,理论轮廓曲线的计算结果显示其精度明显提高,为准确描述土壤表面的复杂特性提供了一种有效的方法。

**关键词:** 土壤 不平度 分形维数

**中图分类号:** S152.9 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-1298(2011)04-0039-04

## Effects Comparison on Fractal Characterization for Soil Surface Roughness

Hou Zhanfeng Li Lin Chen Zhi Wu Pei Han Jinyu

(School of Mechanical and Electrical Engineering, Inner Mongolia Agricultural University, Huhhot 010018, China)

### Abstract

Fractal characterization is an effective way to investigate the soil surface roughness. An appropriate fractal dimension computation method is critical to obtain the accurate results. Four methods commonly used for computing the fractal dimensions were evaluated by using the W-M fractal profile curves. The results showed that the mean-root-square method had the highest accuracy in describing the soil surface roughness with fractal dimension between 1.2 and 1.6, it had a good adaptability in characterizing the real measured soil surface roughness. Based on the fact that the mean-root-square difference of surface roughness was proportional to the section scale, the mean-root-square method was improved. Compared with the theoretical curves, the new method showed a higher accuracy and provided a new method for describing the complex characteristics of soil roughness.

**Key words** Soil, Roughness, Fractal dimension

### 引言

土壤表面不平度对土壤颗粒的形成,土壤表面的磨蚀、风蚀等起着重要作用<sup>[1]</sup>。通过土壤表面不平度分析可进行土壤风蚀预测<sup>[2]</sup>。另外,土壤表面不平度还可用于预测土壤含水率,绘制土壤含水率分布图<sup>[3]</sup>。因此,合理表征土壤表面不平度的特性具有重大意义。

长期以来,人们把粗糙表面看作一随机过程,通

常用高度标准差、斜率标准差等统计学参数来表征粗糙表面,而近期研究表明,粗糙表面的轮廓高度变化是一种非平稳的随机过程<sup>[4]</sup>。这会导致上述几何评定参数随着度量区间及尺度的变化而表现出不稳定性。20世纪80年代以来,分形理论开始广泛应用于表面形貌的特征识别<sup>[5-6]</sup>,该理论对描述具有标度率特征的自然现象具有很好的适用性<sup>[7]</sup>。使用分形理论对粗糙表面进行有效表征时,首先必须选择合适的分形维数计算方法。到目前为止,已

收稿日期: 2010-07-06 修回日期: 2010-08-21

\* 国家自然科学基金资助项目(40861013)和内蒙古自治区自然科学基金资助项目(2010MS0716)

作者简介: 侯占峰,讲师,主要从事车辆地面力学研究,E-mail: njau-hzf@163.com

通讯作者: 韩进玉,副教授,主要从事车辆地面力学研究,E-mail: hjyhjzfq@163.com

有多种不同的计算分形维数的方法,如盒计数法、变差法、功率谱密度法、均方根法和结构函数法等,这些方法有各自的特点和适用范围,如果所采用的分形计算方法与实际分形集的类型不相适应,将导致较大的计算误差。

本文对几类常用的粗糙表面分形维数计算方法进行对比,找出适合于土壤表面不平度分形特性表征的方法。

## 1 分形维数计算方法

### 1.1 功率谱密度法

功率谱密度法<sup>[8]</sup>是对采样数据用离散傅氏变换求取功率谱 $P(\omega)$ , $\omega$ 是频率,然后在双对数功率谱 $\lg P(\omega) - \lg \omega$ 图上描出各点,用最小二乘法拟合直线,拟合直线的斜率 $L$ 与分形维数 $D$ 的关系为

$$D = (5 + L) / 2 \quad (1)$$

### 1.2 结构函数法

将表面轮廓曲线视为一个时间序列 $z(x)$ <sup>[9]</sup>,则具有分形特征的时间序列能使其采样数据的结构函数满足

$$S(\tau) = \langle [z(x + \tau) - z(x)]^2 \rangle = C\tau^{4-2D} \quad (2)$$

式中  $S(\tau)$ ——测度  $x$ ——轮廓的位置坐标  
 $[z(x + \tau) - z(x)]^2$ ——差方的算术平均值  
 $\tau$ ——测量尺度  $C$ ——尺度系数

每当改变一对数据的间距时,由式(2)可以得到相应的测度 $S(\tau)$ 。把 $\tau$ 和 $S(\tau)$ 绘制到双对数坐标图上,并进行线性回归,得到回归方程,其斜率为 $W$ 。分形维数 $D$ 与斜率 $W$ 的关系为

$$D = (4 - W) / 2 \quad (3)$$

### 1.3 变差法

变差法<sup>[10]</sup>设置宽为 $R$ 的矩形覆盖到分形曲线上,矩形的高度由分形曲线在框内的最高点和最低点决定,一步一步移动矩形遍及所有像素点,将所有

矩形的高和宽相乘并且相加起来得到总面积 $S(R)$ ,系列地改变 $R$ 并重复以上操作,得到一系列 $S(R)$ 。将 $S(R)$ 除以 $R^2$ 得到 $N(R) = S(R) / R^2$ ,作 $\ln N(R) - \ln(1/R)$ 曲线,取其中线性部分的斜率即为分形维数 $D$ 。

### 1.4 均方根法

对于分形曲线,在一定取样长度内,其轮廓高度均方根为<sup>[11]</sup>

$$S(\tau) = \langle z(x)^2 \rangle = C\tau^{2-D} \quad (4)$$

对式(4)进行对数运算,即

$$\lg S(\tau) = \lg C + (2 - D) \lg \tau \quad (5)$$

式(5)表明,理想的分形曲线将在对数坐标上呈现测度与尺度的直线关系。

## 2 数值分析

### 2.1 模拟轮廓曲线的分形表征

土壤表面不平度具有统计自仿射特性,可以用处处连续而不可导且具有自仿射特征的理想分形曲线 $W - M$ 来模拟<sup>[12]</sup>,其表达式为<sup>[13]</sup>

$$Z(x) = G^{D-1} \sum_{n=n_1}^M \frac{\cos(2\pi\gamma^n x)}{\gamma^{(2-D)n}} \quad (1 < D < 2, \gamma > 1) \quad (6)$$

式中  $Z(x)$ ——随机表面轮廓高度

$G$ ——幅度系数,反映 $Z(x)$ 的幅值大小,它决定 $Z(x)$ 的具体尺寸

$M$ ——与轮廓上限截止频率相对应的整数

$\gamma$ ——轮廓的空间频率,决定表面粗糙度的频谱

$n_1$ ——与轮廓下限截止频率相对应的整数

$n$ ——与轮廓空间频率范围相对应的整数

利用此标准函数分别对上述4种计算表面不平度分形维数的方法进行比较( $D$ 分别取1.2、1.4、1.6、1.8; $G=0.01, \gamma=1.5$ ),计算结果如表1所示。

表1 4种计算方法的对比结果

Tab.1 Comparison of four methods

| 理论<br>维数 | 功率谱密度法 |      | 结构函数法 |      | 变差法   |      | 均方根法  |      |
|----------|--------|------|-------|------|-------|------|-------|------|
|          | 分形维数   | 精度/% | 分形维数  | 精度/% | 分形维数  | 精度/% | 分形维数  | 精度/% |
| 1.2      | 0.703  | 58.6 | 1.371 | 85.8 | 1.262 | 94.8 | 1.317 | 90.3 |
| 1.4      | 1.078  | 77.0 | 1.490 | 93.6 | 1.342 | 95.8 | 1.457 | 95.9 |
| 1.6      | 1.433  | 89.6 | 1.616 | 96.3 | 1.469 | 91.8 | 1.592 | 99.0 |
| 1.8      | 1.761  | 97.8 | 1.733 | 99.5 | 1.501 | 83.4 | 1.619 | 89.9 |

### 2.2 实测土壤表面的分形表征

土壤表面不平度测试采用激光非接触式不平度测试仪,有效测试长度为1 m,测试精度为1 mm/次,每次测定1 m长的地表不平度可获得1 000个数据<sup>[14]</sup>。

图1所示为3种常规耕作方法的地表不平度,测试长度5 m。为了分析分形表征效果的稳定性,每种耕作表面均测定多组表面不平度,图1为其中一组典型数据。3种土壤表面的分形表征结果如图2所示。

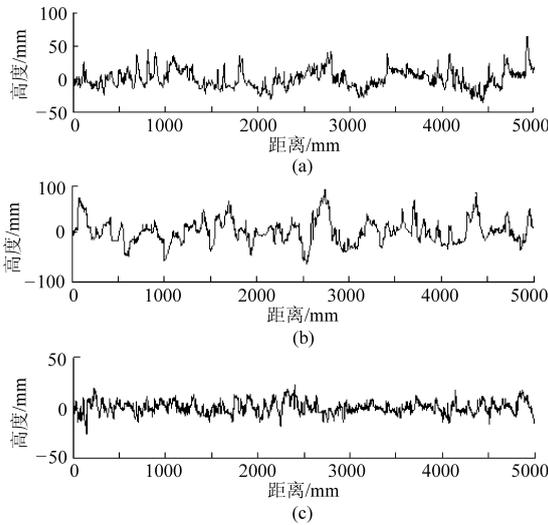


图1 不同耕作方式的地表不平度

Fig.1 Profiles of different tillage soil surfaces

(a) 犁耕 (b) 圆盘耙地 (c) 驱动耙地

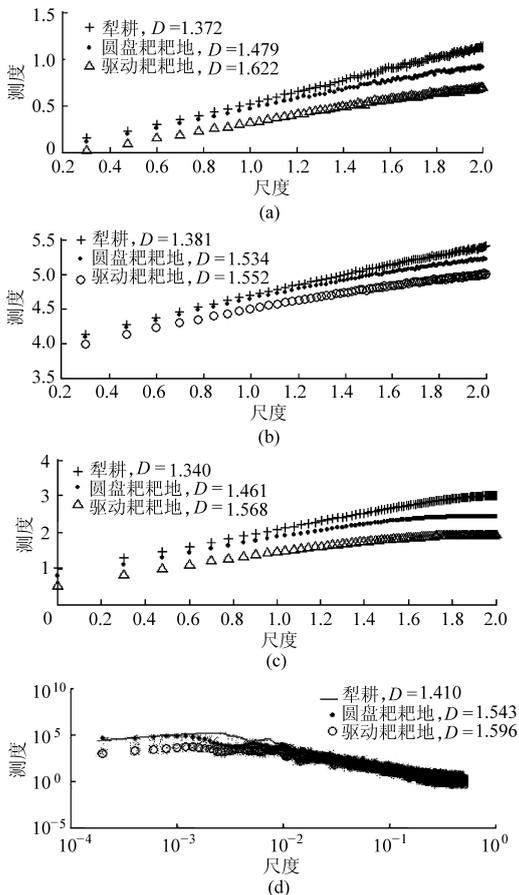


图2 各种土壤表面的分形维数

Fig.2 Fractal dimension of different soil surfaces

(a) 均方根法 (b) 变差法

(c) 结构函数法 (d) 功率谱密度法

### 2.3 结果分析

由表1可以看出,对于模拟轮廓曲线,功率谱法随着分形维数的增加其精度不断上升,在分形维数为1.8时精度高于其他方法,而在表征实测土壤表面不平度时发现,在双对数坐标中,其幂律关系不很

明显,即曲线拟合的相关系数较低,从而导致其无标度区间较窄,所以计算维数与实际分形维数误差较大;变差法在分形维数较小时相对于其他计算方法有较高的精度,而随着分形维数的升高精度急剧下降,该法适合于分析维数小于1.4的轮廓曲线;均方根法在理论分形维数大于1.6时的计算精度低于结构函数法,而在1.2~1.6时的精度却高于结构函数法,从表1中可以看出,随着分形维数由小变大,两种测度方法的计算精度是变化的,发生这种现象的原因还有待进一步的研究。

由图2中土壤的分形维数D可以看出,对于犁耕表面,均方根法、变差法、结构函数法计算得到的分形维数均小于1.4;圆盘耙地表面的分形维数在1.4~1.55之间;驱动耙地表面的分形维数均大于1.55。这说明分形维数和耕作方式有显著的相关性,利用分形维数可以较好地表征不同耕作方式的地面,而且3种耕作表面的分形维数处于均方根法的高精度计算范围内,因此,利用均方根法可以准确表达耕作土壤的表面不平度。

由图2得,测度和尺度的对数在一定的范围内基本上呈线性关系,但当尺度增大到一定程度时,直线关系出现波动,这种现象说明土壤表面不平度曲线是无规分形,存在无标度区间<sup>[15]</sup>。而均方根法的标度率比变差法和结构函数法的标度率显著性好,即在双对数图中,均方根法确定的表面不平度具有分形特征的无标度区间宽,利用该方法表征土壤表面分形特性时的适应性好。

在计算分析中发现,由于土壤表面不平度在尺度域内的测度并非严格满足分形标度率,以不同尺度域估计的分形维数仍然存在着一一定的差异,这就难以消除计算分形维数存在的主观性缺陷。

由式(5)得,(2-D)是双对数图中统计回归得到的直线斜率,令(2-D)等于 $\varepsilon$ ,并称之为分形维数标度系数。如果时间序列严格满足分形标度率,则标度系数应当为一常数。但实际在计算土壤表面不平度的分形维数时,若将计算时的时域增值称为增长尺度,而由于计算所选增长尺度的不同必将导致所对应的标度系数存在差别,它们的均方差可表示为

$$\sigma_{\varepsilon} = E(\varepsilon - \bar{\varepsilon})^2$$

$\sigma_{\varepsilon}$ 值越小,表明标度系数 $\varepsilon$ 越接近,分形维数的计算精度越高;反之, $\sigma_{\varepsilon}$ 值越大,则分形维数标度系数 $\varepsilon$ 偏差越大,分形维数的计算精度越低。在一定的置信度下,这些增长尺度的标度系数的置信度上限为

$$\varepsilon_u = \bar{\varepsilon} + K\sigma_\varepsilon$$

$K$  是标度比例系数, 当  $K$  的离散性服从正态分布且在置信度达到 0.995 的情况下,  $K = 2.99$ 。将数值  $\varepsilon_u$  代入式(5)中将得到

$$\lg S(\tau) = \lg C + \varepsilon_u \lg \tau \quad (7)$$

本文将上述方法称为均方根法的加权算法, 利用该法计算的  $W-M$  标准函数的标准分形维数如表 2 所示。结果显示该法的计算精度明显高于原均方根法, 该法同样适用于其他分形维数的计算方法。

表 2 加权均方根法计算结果

Tab. 2 Computed results of mean square root weighted method

| 理论维数 | 分形维数  | 精度/% |
|------|-------|------|
| 1.2  | 1.086 | 94.9 |
| 1.4  | 1.455 | 96.2 |
| 1.6  | 1.597 | 99.8 |
| 1.8  | 1.794 | 98.9 |

### 3 结论

(1) 结构函数法、均方根法和方差法是较好的计算表面不平度曲线分形维数的方法, 但其计算精度与轮廓理论分形维数的大小有关。对于耕作土壤, 其分形维数均在 1.3 ~ 1.6 之间, 利用均方根法计算其分形维数的精度高。

(2) 分形维数和耕作方式有显著的相关性, 对于犁耕表面, 除功率谱密度法外, 其他方法分形维数均小于 1.40; 圆盘耙地表面的分形维数介于 1.40 ~ 1.55 之间; 驱动耙地表面的分形维数均大于 1.55。均方根测度直接反映了不同尺度上表面轮廓的动态粗糙度水平, 其物理意义明确, 分形表征直观, 不失为一种土壤表面分形表征的有效方法。

(3) 利用改进的均方根法计算分形维数得到的是增长尺度的标度系数的加权维数, 尺度的任意选用对分形维数计算结果的影响甚小, 所以用这种方法计算土壤表面分形维数时的稳定性和精度都显著提高。

### 参 考 文 献

- Hagen L J. New wind erosion model developments in the USDA [C] // 1988 Wind Erosion Conference Proceedings, Lubbock: Texas Tech. University, 1988.
- Potter K N, Zobeck T M, Hagen L J. A microrelief index to estimate soil erodibility by wind [J]. Transactions of the ASAE, 1990, 33(1): 151 ~ 155.
- Mattia F, Le Toan T. Backscattering properties of multi-scale rough surfaces [J]. Journal of Electromagnetic Waves and Applications, 1999, 13(3): 491 ~ 526.
- Majumdar A, Tien C L. Fractal characterization and simulation of rough surfaces [J]. Wear, 1990, 136(2): 317 ~ 327.
- Feder J. Fractals [M]. New York: Plenum Press, 1988: 6 ~ 30.
- Mandelbrot B B. The fractal geometry of nature [M]. New York: W. H. Freeman, 1982.
- Stupark P R. Fractal characteristics of rubber wear surfaces as a function of load and velocity [J]. Wear, 1990, 141(1): 73 ~ 84.
- 关凯书, 赵虹, 王志文. 路面不平的分形特征 [J]. 农业机械学报, 2000, 31(6): 22 ~ 24.  
Guan Kaishu, Zhao Hong, Wang Zhiwen. Fractal behavior of a rugged road surface [J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2000, 31(6): 22 ~ 24. (in Chinese)
- 张维强. 江苏省水田土壤强度分数维的研究 [D]. 南京: 南京农业大学, 1993.  
Zhang Weiqiang. Fractal dimension of paddy soil strength for Jiangsu Province [D]. Nanjing: Nanjing Agricultural University, 1993. (in Chinese)
- 葛世荣, 索双富. 表面轮廓分形维数计算方法的研究 [J]. 摩擦学学报, 1997, 17(4): 354 ~ 361.  
Ge Shirong, Suo Shuangfu. The computation methods for the fractal dimension of surface profiles [J]. Journal of Tribology, 1997, 17(4): 354 ~ 361. (in Chinese)
- 葛世荣. 粗糙表面的分形特征与分形表达研究 [J]. 摩擦学学报, 1997, 17(1): 73 ~ 79.  
Ge Shirong. The fractal behavior and fractal characterization of rough surfaces [J]. Journal of Tribology, 1997, 17(1): 73 ~ 79. (in Chinese)
- Mannelqvist A, Ring Groth M. Comparison of fractal analyses methods and fractal dimension for pre-treated stainless steel surfaces and the correlation to adhesive joint strength [J]. Applied Physics A - Materials Science and Processing, 2001, 73(3): 347 ~ 355.
- Majumdar A, Tien C L. Fractal characterization simulation of rough surfaces [J]. Wear, 1990, 136(2): 313 ~ 327.
- Tao Q, Lee H P, Lim S P. Contact mechanics of surfaces with various models of roughness descriptions [J]. Wear, 2001, 249(7): 539 ~ 545.
- 巫兆聪. 分形分析中的无标度区确定问题 [J]. 测绘学报, 2002, 31(3): 240 ~ 244.  
Wu Zhaocong. Determination of fractal scaleless range [J]. Acta Cartographica, 2002, 31(3): 240 ~ 244. (in Chinese)