

基于解析计算的螺旋锥齿轮切削仿真算法*

韩佳颖^{1,2} 王太勇¹ 李 清¹ 郑慧江¹

(1. 天津大学机械工程学院, 天津 300072; 2. 天津理工大学海运学院, 天津 300191)

【摘要】 为检验螺旋锥齿轮数控机床的加工运动过程,提出一种基于解析计算的切削仿真算法。将刀盘切削轮坯形成齿面的过程离散成一系列刀片圆锥体切削轮坯层圆的切削运动,通过解析计算求解圆锥体和层圆的交点来获得分布均匀的齿面数据点,实现螺旋锥齿轮多次切削可视化仿真,并量化切削所用刀片数,生成具有真实齿面的螺旋锥齿轮数字化模型。仿真生成的齿面点与CAD软件求解的仿真齿面点一致,验证了算法的有效性。

关键词: 螺旋锥齿轮 数控机床 切削仿真 解析计算

中图分类号: TH132.4; TP391.9 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-1298(2010)12-0223-05

A Cutting Simulation Algorithm of Spiral Bevel Gears Based on Analytic Calculation

Han Jiaying^{1,2} Wang Taiyong¹ Li Qing¹ Zheng Huijiang¹

(1. College of Mechanical Engineering, Tianjin University, Tianjin 300072, China

2. College of Maritime, Tianjin University of Technology, Tianjin 300191, China)

Abstract

A cutting simulation algorithm of spiral bevel gears was put forward to verify the movement in the CNC machine cutting process. The algorithm separated the cutting process into a series of discrete cutting movements. The cutting movement number was quantified by computing the amount of cutting blades. For any discrete movement, the algorithm interpreted the cutter blades and the spiral bevel gear as cones and layer circles respectively. So the data points on the gear tooth surface were generated by calculating the intersection points of the cones and circles. The algorithm adopted analytic calculation and was applied on the multiple cutting movements simulation of the spiral bevel gear. The programming languages were used to develop the algorithm and fit the tooth surface data points into NURBS surface of solid model. The cutting simulation results showed good precision and better efficiency compared with those in CAD/CAM software.

Key words Spiral bevel gear, CNC machine, Cutting simulation, Analytic calculation

引言

随着先进制造技术的发展,螺旋锥齿轮的研究方法已经不仅仅局限于二维的图形图像显示,数字化、可视化的模型和数据能够更好的解决问题。数字化加工是螺旋锥齿轮数字化研究方法的基础,相比理论计算获得的齿面模型^[1~8],模拟机床的加工

过程可以获得更接近于加工齿面的螺旋锥齿轮模型。目前一般采用CAD/CAM软件进行开发^[9~10],但是其切削和实时显示速度较慢,而且自主开发和受到限制,为此需要对螺旋锥齿轮的切削仿真算法进行研究。由于主动轮的加工多采用凹、凸两齿面分别切削,而且每个齿面的切削需要若干刀,加工过程复杂,增加了仿真难度。首先,虽然每次切削

只是切削轮坯的一部分,但是很难确定是哪一部分轮坯参与计算,往往需要整个轮坯都计算一遍,计算过程存在较大冗余。另外,多次切削过程中齿面数据点的取舍难以控制,使得齿面数据点不准确,后续工作难以开展。针对这些情况,对三维数字化齿轮的切削仿真方法进行研究,实现螺旋锥齿轮主动轮的数字化加工,检验数控机床的加工运动过程。

1 数控机床加工

1.1 加工方法

五轴联动数控机床加工螺旋锥齿轮多采用坐标转换方法,比如将传统带刀倾机构机床的运动通过转换计算出机床各联动轴的瞬时位置^[11~12],然后运动各轴实现加工。同理,只要确定了各联动轴的瞬时位置,其他加工方法也可以实现加工。因此数控机床加工仿真也能够检验多种加工方法。

1.2 加工坐标系

为了准确描述数控机床各联动轴的运动关系,建立坐标系 $O(x, y, z)$, 如图 1 所示。以轮坯设计交叉点 O 为原点, 轮坯的轴线位于 xOz 平面上, 轴线向量为 p 。刀尖平面确定为 xOy 平面, 刀盘在刀尖平面上的中心为 O_c 。刀盘和轮坯的相对位置可以用 5 个坐标值来描述: 在坐标系 $O(x, y, z)$ 下, 3 个移动方向的坐标可表达成 O_c 的坐标值; 2 个转动方向分别表示为轮坯自转的转角 α 和轮坯绕 y 轴旋转的转角 β 。

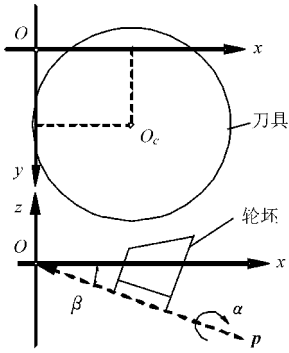


图1 加工坐标系
Fig. 1 Processing coordinate system

2 切削仿真原理

2.1 切削过程描述

数控螺旋锥齿轮机床多采用圆盘铣刀, 刀盘上以一定的间距分布刀片, 如图 2 所示。每切削一刀, 刀片的切削刃在齿槽中运动并从轮坯上切除部分金属, 而被切除的金属正是刀片扫描体与轮坯之间存在的重叠区域。由此将切削过程离散为一系列刀片扫描体切削轮坯的运动^[10~11]。

2.2 切削刀片数计算

通过计算参与切削的刀片数 N 可以将切削过程量化。切削刀片数 N 是指加工某一齿面需要参与切削的刀片数, 当 N 个刀片切削完毕, 切削过程结束。假设每切削一齿面的时间为 t , 刀盘的转速为

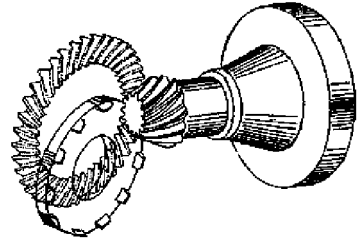


图2 刀具与轮坯

Fig. 2 Cutter and work piece

n , 刀盘上刀片数量为 m , 为了达到接近于实际加工的齿面, 确定切削刀片数为

$$N = tnm \quad (1)$$

3 切削仿真算法

每刀切削瞬时完成, 因而将刀片扫描体近似为刀片圆锥体, 轮坯离散为多组圆, 则刀片切削轮坯可以描述为空间锥体和空间圆的求交计算。为了获得交点的解析解, 采用坐标变换来简化计算。

3.1 轮坯层圆模型

如图 3 所示, 确定轮坯的前后轮冠与轴线交点 P_1, P_2 , 在 $l_{P_1P_2}$ 上取若干间距相同的点, 作垂直于轴的平面, 这些平面将轮坯锥台离散成多层圆环面片。然后将每一圆环面片沿半径方向等距离离散成多个圆, 从而将轮坯离散成多组空间圆, 称其为层圆。

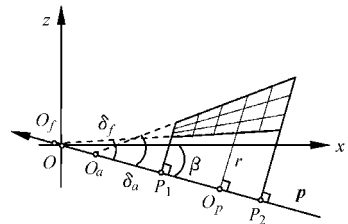


图3 层圆的表达

Fig. 3 Layer circles

在平面 xOz 上, 轮坯的根锥角和面锥角 δ_f, δ_a 以及根锥顶点 O_f 和面锥顶点 O_a 已知, 因而可以确定任一层圆的圆心 O_p 、层圆半径 r , 以及层圆所在平面的法向量 p 。

3.2 一次切削时齿面点的计算

一般采用单内切刀盘和单外切刀盘分两次精切主动轮, 刀盘上只安装内切刀片或外切刀片, 下述皆以单外切刀盘精切主动轮凹面为例说明计算过程。单外切刀盘主要参数为: 刀盘名义直径 D_c ($D_c = 2r_c$), 压力角 α_c 。

(1) 坐标原点 O 平移至锥体顶点 O_1

刀盘的参数即刀片圆锥体的参数, 在坐标系 $O(x, y, z)$ 上, 刀片圆锥体顶点 O_1 , 刀尖平面到锥底面的距离为 H , 如图 4 所示。将坐标原点 O 向 O_1 平

移, 刀片圆锥面在新坐标系 $O_1(x_1, y_1, z_1)$ 下表示为

$$x_1^2 + y_1^2 = z_1^2 \tan^2 \alpha_e (r_e \cot \alpha_e < z_1 < r_e \cot \alpha_e + H) \quad (2)$$

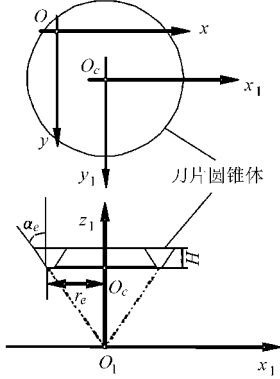


图 4 坐标系 O 与 O_1

Fig. 4 Coordinate system O and O_1

对于层圆, 圆心 O_p 坐标发生改变, 表示为 (x'_p, y'_p, z'_p) , 层圆的其他参数不变。

(2) 坐标原点 O_1 转换至层圆平面

如图 5 所示, 在坐标系 $O_1(x_1, y_1, z_1)$ 内, 层圆所在平面与坐标轴 z_1 交于点 O_2 , 坐标为 $(0, 0, c)$, 其中

$$c = z'_p - x'_p \cot \beta = l_{O_1 O_2} \quad (3)$$

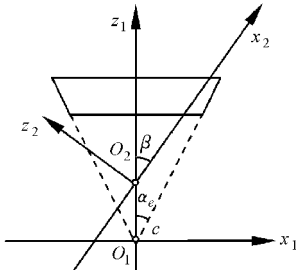


图 5 坐标系 O_1 与 O_2

Fig. 5 Coordinate system O_1 and O_2

将坐标原点由 O_1 移动至 O_2 , 并确定新坐标系 $O_2(x_2, y_2, z_2)$ 的 x_2, z_2 轴为将 x_1, z_1 轴分别绕 y_1 轴逆时针旋转 $\frac{\pi}{2} - \beta$, 坐标轴 y_2 与 y_1 重合。在坐标系 $O_2(x_2, y_2, z_2)$ 内, z_2 轴的方向即为层圆所在平面的法向量, 两坐标系转换关系为^[13]

$$\begin{cases} x_1 = x_2 \sin \beta - z_2 \cos \beta \\ y_1 = y_2 \\ z_1 = x_2 \cos \beta + z_2 \sin \beta + c \end{cases} \quad (4)$$

将式(4)代入式(2), 则刀片圆锥面可表示为 $(x_2 \sin \beta - z_2 \cos \beta)^2 + y_2^2 = (x_2 \cos \beta + z_2 \sin \beta + c)^2 \tan^2 \alpha_e$ (5)

根据式(4)求得层圆圆心 O_p 的坐标表示为 (x''_p, y''_p, z''_p) , 则层圆可表示为

$$\begin{cases} z_2 = 0 \\ (x_2 - x''_p)^2 + (y_2 - y''_p)^2 = r^2 \end{cases} \quad (6)$$

将式(6)与式(5)联立, 在层圆所在平面, 即

$x_2 O_2 y_2$ 平面内, 圆锥与层圆交点的求解方程为

$$\begin{cases} (x_2 \sin \beta)^2 + y_2^2 = (x_2 \cos \beta + c)^2 \tan^2 \alpha_e \\ (x_2 - x''_p)^2 + (y_2 - y''_p)^2 = r^2 \end{cases} \quad (7)$$

该方程是一元四次方程组, 由求根公式求出 4 个解, 将这 4 个解转换到坐标系 $O_1(x_1, y_1, z_1)$, 根据式(2)解的约束条件 $r_e \cot \alpha_e < z_1 < r_e \cot \alpha_e + H$, 可以获得合理的解。从而将空间几何问题转换为平面内的曲线求交问题, 简化了求解过程。

3.3 多次切削时齿面点的取舍

在层圆平面上, 将外切刀片、内切刀片与层圆的交点 P_e, P_i 称为切削点。如图 6 所示, 在坐标系 $O(x, y, z)$ 上, 层圆圆心 O_p 的坐标为 (x_p, y_p, z_p) , P_i 的坐标为 (x_i, y_i, z_i) , 过 O_p 可以确定与 y 轴平行的向量 y' , 称 $O_p P_i$ 与 y' 的交角 φ_i 为内切切削角, 且

$$\varphi_i = \arccos \left(\frac{y_i - y_p}{r} \right) \quad (8)$$

同理, 可确定外切切削角 φ_e 的取值。每切削一刀, 对切削点 P_e, P_i 和其对应的切削角 φ_e, φ_i 进行存储。切削角的方向以顺时针为正, 根据切削点与圆心的位置关系可以判断。下一刀切削瞬时, 只需要根据切削角的大小来取舍切削点。以外切刀片切削点 P_e, P'_e 形成的切削角 φ_e, φ'_e 为例, 因为 $\varphi'_e < \varphi_e$, 所以确定 P'_e 为新切削点。

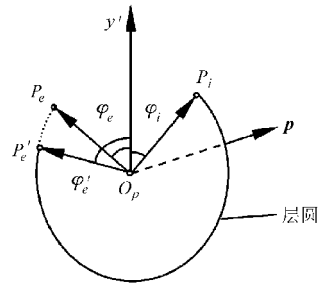


图 6 切削点的取舍

Fig. 6 Choice of cutting points

3.4 参与切削的层圆数量的优化

刀片每次切削只是一部分层圆与刀片圆锥体相交, 如果所有的层圆都参与计算, 存在较大冗余。所以, 提出减少计算量的方法: 仍以外切刀片切削凹面为例, 如图 7 所示, 切削方向分别为沿齿长方向和沿齿高方向, 切削顺序是由齿顶层到齿根层。前一刀切削后, 在层圆上生成多组切削点, 各层最靠近小端的切削点为刀片切削起点, 可连接成刀纹线 1, 最靠近大端的为刀片切削终点。对于每层层圆, 下一刀切削时, 刀片切削起点计算可以从上一刀刀纹线 1 确定的层圆开始判断, 由此减少了计算的层圆数量, 求解的交点可连接成刀纹线 2; 对于切削终点, 沿齿长方向如果上一个层圆有交点而当前层圆没有交点, 可以确定上一个层圆的交点为刀片切削终点。

这也使得层圆与圆锥的求解计算量大大减少。

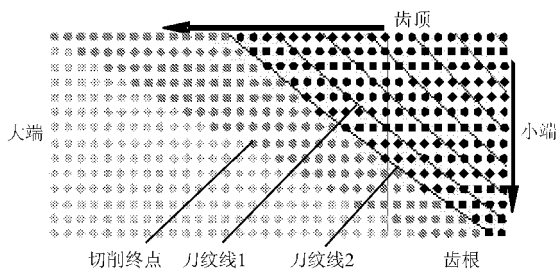


图7 凹面切削点

Fig. 7 Cutting points of concave

4 算法实例

4.1 实例数据

将带刀倾机构机床的加工参数转换成五轴联动数控机床各联动轴的实时加工参数^[11~12],作为本文的实例数据,见表1。轮坯参数和刀盘参数见表2和表3。设定刀盘转速 50 r/min,刀盘上布置 24 片刀片,单面切削的时间为 9.5 s。那么计算出单面切

表1 刀倾展成法加工主要参数

Tab.1 Main settings for tilt generated cutting

参数	数值	
	单外切	单内切
刀倾角/(°)	17.14	18.30
刀转角/(°)	321.80	301.59
垂直轮位/mm	28.698 6	36.654 3
径向刀位/mm	141.121 3	145.072 4
床位/mm	30.623 1	51.083 3
安装根锥角/(°)	358.52	355.97
滚比	3.489 8	3.689 5
机床中心到交叉点的距离/mm	-4.083 3	4.473 8
中间摇台角/(°)	75.87	67.08

表2 轮坯基本参数

Tab.2 Basic parameters of pinion

参数	数值
面锥角 $\delta_a/(^\circ)$	22.083 3
根锥角 $\delta_f/(^\circ)$	16.65
交叉点到前轮冠的距离 l_{OP1}/mm	120.01
交叉点到后轮冠的距离 l_{OP2}/mm	175.13
面锥顶点到交叉点的距离 l_{Oa0}/mm	1.78
根锥顶点到交叉点的距离 l_{Of0}/mm	-0.25

表3 刀盘基本参数

Tab.3 Basic parameters of cutter

参数	数值
单外切刀盘名义直径 D_e/mm	300.48
单外切刀盘压力角 $\alpha_e/(^\circ)$	14
单内切刀盘名义直径 D_i/mm	299.72
单内切刀盘压力角 $\alpha_i/(^\circ)$	35

削的刀片数为 190 片,即需要完成 190 次仿真切削。

4.2 实例仿真结果

采用 VC++ 和 OpenGL 编程实现算法,为了提高显示速度,在切削过程中采用三角面片显示切削齿面。切削结束,将齿面的切削点用 NURBS 曲面拟合^[14~15],拟合曲线、曲面和实体如图 8 所示。

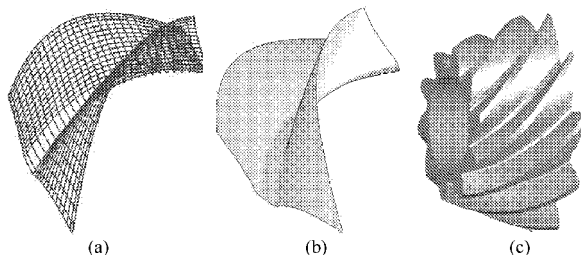


图8 齿面点的拟合

Fig.8 Tooth surface points fitting

(a) 拟合曲线 (b) 拟合曲面 (c) 拟合实体

采用解析计算方法,实例计算速度快。齿面与理论齿面的偏差主要取决于切削的刀片数和层圆的数量。当切削刀片数由实际加工参数决定时,切削点越多,拟合曲面的偏差越小,越接近于真实切削齿面。对于 4.1 节所列出的实例数据,利用该切削仿真算法计算出的齿面切削点,与 SolidWorks 仿真软件在相应位置处的切削点的坐标值是一致的,精度可达到小数点后 8 位。

5 结束语

提出五轴联动数控加工机床的数字化模型切削仿真算法,即将刀盘的刀片视为圆锥体,轮坯视为多组空间圆,通过计算圆锥和圆球交的解析解,获得切削仿真过程中的实时齿面,从而实现对五轴联动数控机床切削加工过程的仿真。该算法应用于自主开发的仿真软件中,计算点精确,较 CAD/CAM 软件求解速度快,能够实现对数控铣齿机床的加工过程仿真,并检验加工过程。同时,获得的数字化模型为齿面误差修正 TCA、LTCA 提供了研究前提。

参考文献

1 Litvin F L, Fuentes A, Fan Q, et al. Computerized design, simulation of meshing, and contact and stress analysis of face-milled formate generated spiral bevel gears[J]. Mechanism and Machine Theory, 2002, 37(5): 441 ~ 459.

- 2 Litvin F L. Gear geometry and applied theory[M]. England: Cambridge University Press, 2004.
- 3 曾韬. 螺旋锥齿轮设计与加工[M]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学出版社, 1989.
- 4 董学朱. 齿轮啮合理论基础[M]. 北京: 机械工业出版社, 1989.
- 5 苏进展, 方宗德, 谷建功. 螺旋锥齿轮齿面误差修正[J]. 农业机械学报, 2010, 41(3): 200 ~ 203, 138.
Su Jinzhan, Fang Zongde, Gu Jiangong. Tooth surface correction for spiral bevel gears[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2010, 41(3): 200 ~ 203, 138. (in Chinese)
- 6 王志永, 于水琴, 曾韬. 机床误差对螺旋锥齿轮齿形的影响规律[J]. 农业机械学报, 2009, 40(6): 199 ~ 202, 207.
Wang Zhiyong, Yu Shuiqin, Zeng Tao. Effect of machine tool errors on the tooth form of spiral bevel gears [J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2009, 40(6): 199 ~ 202, 207. (in Chinese)
- 7 王志永, 于水琴, 曾韬. 数控螺旋锥齿轮磨齿机床加工误差补偿[J]. 农业机械学报, 2009, 40(1): 222 ~ 226.
Wang Zhiyong, Yu Shuiqin, Zeng Tao. Compensation of machining errors of CNC spiral bevel gear grinding machine [J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2009, 40(1): 222 ~ 226. (in Chinese)
- 8 李敬财, 王太勇, 范胜波, 等. 基于数字化制造的螺旋锥齿轮齿面误差修正[J]. 农业机械学报, 2008, 39(5): 174 ~ 177, 185.
Li Jingcai, Wang Taiyong, Fan Shengbo, et al. Error corrections of spiral bevel gear tooth surface based on digitized manufacturing [J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2008, 39(5): 174 ~ 177, 185. (in Chinese)
- 9 Li Z W, Wang Y. Modeling and simulating of spiral bevel gears based on actual cutting process [C] // 2007 IEEE International Conference on Automation and Logistics, 2007: 1 694 ~ 1 698.
- 10 熊越东, 王太勇, 张威. 螺旋锥齿轮数控铣齿加工过程几何仿真研究[J]. 机床与液压, 2005, 33(6): 1 ~ 3.
Xiong Yuedong, Wang Taiyong, Zhang Wei. Research on NC gearing geometric simulation of spiral bevel and hypoid gears [J]. Machine Tool & Hydraulics, 2005, 33(6): 1 ~ 3. (in Chinese)
- 11 张威, 王太勇, 罗珺, 等. 面向刀倾展成法的运动学转换简化算法及仿真[J]. 机械工程学报, 2008, 44(3): 123 ~ 129.
Zhang Wei, Wang Taiyong, Luo Jun, et al. Kinematics transformation for tilt generated method and simulation [J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2008, 44(3): 123 ~ 129. (in Chinese)
- 12 王小椿, 吴联银, 李彬, 等. 基于空间运动学的传统机床与 Free-form 型机床运动转换方法的研究[J]. 机械工程学报, 2001, 37(4): 93 ~ 98.
Wang Xiaochun, Wu Lianyin, Li Bin, et al. Study on kinematic transformation from traditional machine tool to Free-form ones based on spatial kinematics [J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2001, 37(4): 93 ~ 98. (in Chinese)
- 13 韦俊, 葛常清, 熊仲明. 平面与圆锥面截交线的投影解析法分析[J]. 淮海工学院学报, 2006, 15(3): 66 ~ 68.
Wei Jun, Ge Changqing, Xiong Zhongming. Analytic method by using projections of the intersection line of plain and circular cone [J]. Journal of Huaihai Institute of Technology, 2006, 15(3): 66 ~ 68. (in Chinese)
- 14 王延忠, 阮德林, 赵兴福, 等. 螺旋锥齿轮离散齿面数字仿真加工方法研究[J]. 机床与液压, 2007, 35(2): 24 ~ 26.
Wang Yanzhong, Ruan Delin, Zhao Xingfu, et al. Study on digital simulation machining technology of spiral bevel gear's discrete surface [J]. Machine Tool & Hydraulics, 2007, 35(2): 24 ~ 26. (in Chinese)
- 15 王沉培, 周云飞, 李左章. 计算机辅助设计在准双曲面齿轮数控化加工中的应用[J]. 计算机辅助设计与图形学学报, 2002, 14(4): 320 ~ 323.
Wang Chenpei, Zhou Yunfei, Li Zuozhang. Computer aided design applied in hypoid gear numericalized manufacturing [J]. Journal of Computer Aided Design & Computer Graphics, 2002, 14(4): 320 ~ 323. (in Chinese)