

DOI:10.3969/j.issn.1000-1298.2010.08.040

属性值为区间数的多指标评价可能度和信息公理方法*

程贤福¹ 李骏¹ 肖人彬²

(1. 华东交通大学载运工具与装备教育部重点实验室, 南昌 330013;

2. 华中科技大学 CAD 中心, 武汉 430074)

【摘要】 针对多指标评价中属性值为不确定性区间数的问题,将可能度和信息公理相结合,提出了基于可能度和信息公理的方案优选方法。针对评价指标的不同类型,确定区间数上边界中的最大值和下边界中的最小值;然后确定各指标的系统范围和公共范围,计算每个区间数的成功概率,并计算每个方案各相应指标的信息量和各方案的总信息量;最后根据信息公理对各方案进行排序。在评价过程中决策者无需对指标进行规范化,为实现多属性决策,修正了信息量计算公式。以链条输送机为例验证了该方法的有效性。

关键词: 方案优选 区间数 信息公理 可能度

中图分类号: C934; TH122 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-1298(2010)08-0194-05

Evaluation Method for Multi-attributes with Interval Number Based on Possibility Degree and Information Axiom

Cheng Xianfu¹ Li Jun¹ Xiao Renbin²

(1. Key Laboratory of Conveyance and Equipment, Ministry of Education, East China Jiaotong University, Nanchang 330013, China 2. CAD Center, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074, China)

Abstract

For multi-attributes decision making problems with uncertain interval number, a new evaluation method for scheme selection based on possibility degree and information axiom was proposed. Firstly, for different type of the evaluation index, the maximum of the upper bound and the minimum of the lower bound of interval numbers were determined. Then the probability of success satisfying the functional requirement was calculated by identifying the system range and common range of each index, and the information content for each interval number and each scheme were also computed. Finally, the alternatives were ranking according with each alternative's total information content, so the optimal scheme could be selected. For decision-maker, it is not necessary to normalize evaluation index. In the end, the scheme evaluation of plain chain conveyor was taken for an example to illustrate the effectiveness of the proposed approach.

Key words Scheme selection, Interval number, Information axiom, Possibility degree

引言

机械设备、工艺、产品设计方案等的优选,要通过对其技术、经济指标等进行评价后才能做出正确

的决策。常用的评价方法要求评价指标的属性值为精确值,如果属性值为模糊语言,也要求将之转换为具体值。由于决策对象本身的复杂性、模糊性、不确定性以及掌握的信息有限,在实际决策问题中,决策

收稿日期: 2009-06-05 修回日期: 2009-07-19

* 国家自然科学基金资助项目(50575083)、江西省教育厅科技研究资助项目(GJJ10128)和载运工具与装备教育部重点实验室资助项目(09JD06)

作者简介: 程贤福,副教授,博士,主要从事设计理论与方法、决策理论与分析等研究, E-mail: chxf_xn@sina.com

者往往不能明确地给出属性的具体数值,而是给出属性值的大致范围,即倾向于用区间数的形式来表达属性值^[1]。因此,对不确定性决策中区间数之间的比较及其排序问题加以研究有重要的理论意义与实用价值。事实上,区间数的排序一直是不确定性决策问题研究的重要内容之一^[2-3]。目前,文献中常见的区间数排序方法主要有两类^[4]:将区间数排序问题转化为本身具有某种序结构的数集上的数的排序问题;基于可能度的排序方法。前者通常可以在区间数之间建立严格的序关系,但过于粗糙,丢失的信息太多。后一种方法目前研究较多,充分利用了区间数所包含的信息,但目前的研究成果所给出的可能度计算公式较为繁琐,计算量较大,在排序理论方面仍需进一步完善。

公理设计理论中的信息公理为多指标评价优选问题提供了一种新的途径^[5],该方法通过确定待评方案各指标的设计范围和系统范围以信息量的大小来比较各方案的优劣,其各指标的属性也是一个区间,但不是决策者主观给出的,而是根据一定的样本量统计得出的。文献[6~9]的研究表明信息公理解决工艺、设备及方案优选的问题有很大的优势。为此,针对不确定性属性区间数的评价问题,提出一种基于可能度与信息公理的评价方法,以信息量作为测度实现评价方案的排序。

1 区间数、可能度排序方法和信息公理

1.1 区间数及可能度排序方法

在区间数多指标决策中,设 \mathbf{R} 为实数域,记 $x \in [x^l, x^u]$, 其中 $x \geq 0, x^l < x^u, x^l, x^u \in \mathbf{R}$, 称 x 为区间数。

定义:当 $a = [a^l, a^u], b = [b^l, b^u]$ 为任意两个非负区间数时,记 $l_{ab} = [a^l, a^u] \cap [b^l, b^u]$, 表示这两区间交叉部分的长度,则称

$$p(a \geq b) = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{a^u - b^u + a^l - b^l}{|a^u - b^u| + |a^l - b^l| + l_{ab}} \right) \quad (1)$$

为 $a \geq b$ 的可能度^[4]。

设 $A = \{A_1, A_2, \dots, A_N\}$ 为 N 个待评方案组成的集合, $U = \{U_1, U_2, \dots, U_m\}$ 为指标集,则对于一组给定的区间数 $a_i = [a_i^l, a_i^u], i \in N$, 将它们进行两两比较,利用式(1)求得相应的可能度 $p_{ij}(a_i > a_j)$, 建立可能度矩阵 $\mathbf{C} = (p_{ij})_{N \times N}$, 该矩阵包含了所有方案相互比较的全部可能度信息,因此,对区间数进行排序,就转化为求解可能度矩阵的排序向量。

目前的区间数决策排序方法都只根据效益型准则进行,而评价指标除了效益型,还有成本型、区域

型和定目标型的指标,即所有的属性都需转化为效益型属性。而区域型和定目标型指标如何转化为效益型指标还难以确定,另外,由于各评价指标的物理意义不同,往往具有不同的量纲,甚至数据的数量级有可能相差悬殊。为了消除因量纲和数量级的不同而带来的不可公度性,在进行多指标决策之前必须将评价指标进行规范化处理。

1.2 信息公理

公理设计理论是一种设计决策理论,其理论核心——独立公理和信息公理为好的设计提供了评判标准^[10]。

信息公理的基本内涵是在所有满足独立公理的有效解中,最好的方案应使所包含的信息最少。从综合评价角度来说,其积极意义在于提供一个可量化的设计质量评估准则。信息量 I 由满足给定功能要求 (functional requirements, FR) 的概率来确定。如果满足给定功能要求的成功概率为 P , 那么与概率有关的信息量定义为

$$I = -\text{lb}P \quad (2)$$

在实际的计算中,成功的概率可由设计范围 d_i 和系统范围 s_i 确定。设计范围是决策者期望的范围,系统范围是方案或设计指标值的实际分布范围,设计范围和系统范围的重叠部分为公共范围 c_i , 此为满足功能要求的区域。对于简单的均匀分布情形,信息量 I 也可表示为

$$I = \text{lb} \left(\frac{s_i}{c_i} \right) \quad (3)$$

信息公理作为评价优选方法,其特点是利用满足功能要求的概率的形式表达决策者对评价指标的满意程度,利用信息公理进行评价无需考虑评价指标使用的量纲和单位是否一致,即不必作规范化处理,因为由式(3)计算信息量时所用的成功概率是一个比值,与评价指标类型和量纲无关。评价时也要求各指标的属性为区间范围,它是根据一定的样本量统计得出的。该方法比较适合区域型指标的评价^[9]。

2 基于可能度和信息公理的评价决策方法

区间数的可能度排序法计算过程中需要对指标进行规范化,而且建立可能度矩阵时需要所有方案进行相互比较,计算量大。公理设计理论中的信息公理利用信息量作为衡量尺度,无需对指标进行规范化,然而在评价时需要决策者事先给定评价指标的可接受范围(或所期望范围),这在实际中有时较为困难。因此可以融合信息公理和可能度排序方法,利用信息量作为测度将可能度计算中两两比较

扩展到更多方案的比较,从而为设备、方案等的优选提供更科学、更灵活的方式。

2.1 评价指标的信息量计算

各指标的信息量计算方法随评价指标类型的不同而不同,评价指标一般可分为成本型、效益型、区域型和定目标型4种。成本型指标是指属性值越小越好的指标;效益型指标是指属性值越大越好的指标;区域型指标是指属性值落在某个区域内为最佳的指标;定目标型指标是指属性值越接近某一目标值越好的指标。

(1) 效益型指标信息量计算

对于 N 个待评方案的某一个指标,相应有 N 个区间数。以 x^{\max} 和 x^{\min} 分别表示这 N 个区间数上边界中的最大值和下边界中的最小值,即 $x^{\max} = \max_{1 \leq i \leq N} \{a_i^u\}$, $x^{\min} = \min_{1 \leq i \leq N} \{a_i^l\}$, 令 $L = x^{\max} - x^{\min}$, 如图 1 所示。图中,横坐标为功能要求即评价指标,纵坐标为概率密度函数 f 。每个区间数的上、下边界与 x^{\min} 越远越好,与 x^{\max} 越近越好。其成功概率 $P = (a^l + a^u - 2x^{\min}) / (2L)$, 数值 $(a^l + a^u)$ 就相应地体现了每个方案的实际要求,即为每个方案的差异之处。最理想的情况是某个区间数为实数且等于 x^{\max} ; 相反地,最坏的情况是某个区间数为实数且等于 x^{\min} 。因此按照式(3),系统范围为 $2L$, 表示该评价指标下所有方案的属性所处的范围(体现了指标的变异程度);公共范围为该区间数的上、下边界与 x^{\min} 的距离 $a^l + a^u - 2x^{\min}$, 表示每个方案属性满足功能要求的范围,因为最终的目的就是求其满足功能要求的概率。这样就将可能度计算中两两比较扩展到更多方案的比较。因此对于某个区间数 $a \in [a^l, a^u]$, 信息量可以定义为

$$I = \text{lb} \left(\frac{2L}{a^l + a^u - 2x^{\min}} \right) \quad (4)$$

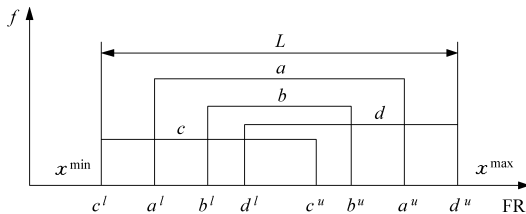


图1 效益型指标的系统范围和公共范围
Fig.1 System range and common range of the larger-the-better type index

最理想的情况,当 $a^l = a^u = x^{\max}$ 时,信息量 I 为零;最坏的情况,当 $a^l = a^u = x^{\min}$ 时,信息量 I 为无穷大。

如果记 a, b, c, d 分别表示对应于决策方案 A_a, A_b, A_c, A_d 的属性评价价值,假设 $b^l - a^l = a^u - b^u = l$, 如图 1 所示,根据式(2), $p(a \geq b) = 0.5$, 即决策方案

A_a 等价于 A_b 。由于 $b^l + b^u = a^u + a^l$, 按照式(4), $I_a = I_b$, 即决策方案 A_a 等价于 A_b 。

进一步假设 $d^u - a^u = a^l - c^l = l, b^u - c^u = d^l - b^l = l/2$, 则各决策方案的信息量分别为 $I_a = I_b = 1, I_c = 1.7776, I_d = 0.4975$, 所以 $A_d > A_a \approx A_b > A_c$ (“ $>$ ”表示优于,“ \approx ”表示等价于)。利用可能度公式可以得出同样的决策结果。

(2) 成本型指标信息量计算

其计算方法与效益型指标相反,每个区间数的上、下边界与 x^{\max} 越远越好,与 x^{\min} 越近越好。因此系统范围同样可以表示为 $2L$, 公共范围为该区间数的上、下边界与 x^{\max} 的距离。则对某个区间数 $[a^l, a^u]$ 而言,信息量可以定义为

$$I = \text{lb} \left(\frac{2L}{2x^{\max} - (a^l + a^u)} \right) \quad (5)$$

(3) 区域型指标信息量计算

对于区域型指标,该区域为决策者所期望的范围 $[x^{\min}, x^{\max}]$, 如图 2 所示。这类评价指标可以直接按照公式(3)来计算信息量。对某个区间数 $[a^l, a^u]$, 其上、下边界与 $[x^{\min}, x^{\max}]$ 越近越好。因此,公共范围为这两区间交叉部分的长度,即为 $l_a = [a^l, a^u] \cap [x^{\min}, x^{\max}]$, 系统范围为 $[a^l, a^u]$ 。则信息量为

$$I = \text{lb} \left(\frac{a^u - a^l}{l_a} \right) \quad (6)$$

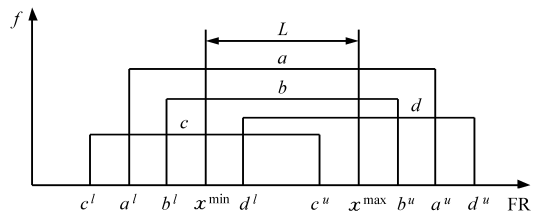


图2 区域型指标的设计范围、系统范围和公共范围
Fig.2 Design range, system range and common range of the domain-the-better type index

假设 $a^l - c^l = b^l - a^l = x^{\min} - b^l = d^l - x^{\min} = l, x^{\max} - c^u = b^u - x^{\max} = a^u - b^u = d^u - a^u = l, c^u - d^l = 2l$, 如图 2 所示。按照式(6), 各决策方案的信息量分别为 $I_a = I_c = I_d = 1, I_b = 0.5850$, 所以 $A_b > A_a \approx A_c \approx A_d$ 。理想的情况是评价属性值落在期望的范围 $[x^{\min}, x^{\max}]$ 内, 此时信息量 I 等于零。

(4) 定目标型指标信息量计算

定目标型指标的目标值为决策者所期望的,如图 3 所示, x^{opt} 就是决策者对该指标所期望的理想值。不同于区域型指标,定目标型指标是一个具体的数值,但其决策属性为一区间。因此,公式(6)不适合用于计算该类型指标的信息量。每个区间数的上、下边界与 x^{opt} 越近越好。以 x^{\max} 和 x^{\min} 分别表示

目标值与 N 个区间数的上边界中的最大值和下边界中的最小值, 即 $x^{\max} = \max \{ a_1^u, a_1^l, \dots, a_n^u, x^{\text{opt}} \}$, $x^{\min} = \min \{ a_1^l, a_1^l, \dots, a_1^l, x^{\text{opt}} \}$, 令 $L = x^{\max} - x^{\min}$ 。因此, 系统范围可以表示为 L , 公共范围为 $L - |x^{\text{opt}} - a^l| + |a^u - x^{\text{opt}}|$, 上、下边界离 x^{opt} 越近, 公共范围越大。则对某个区间数 $a \in [a^l, a^u]$, 信息量可以定义为

$$I = \text{lb} \left(\frac{L}{L - (|x^{\text{opt}} - a^l| + |a^u - x^{\text{opt}}|)} \right) \quad (7)$$

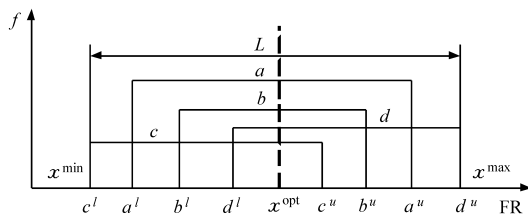


图 3 定目标型指标的系统范围和公共范围

Fig. 3 System range and common range of the nominal-the-better type index

假设 $a^l - c^l = b^l - a^l = d^l - b^l = x^{\text{opt}} - d^l = l, c^u - x^{\text{opt}} = b^u - c^u = a^u - b^u = d^u - a^u = l$, 如图 3 所示。按照式(7), 各决策方案的信息量分别为 $I_a = 2, I_b = 1, I_c = I_d = 1.415 0$, 所以 $A_b > A_c \approx A_d > A_a$ 。很明显, 如果某区间为一具体数值而非区间数, 且该数值等于目标值, 即 $a^l = a^u = x^{\text{opt}}$, 则信息量 I 为零。

2.2 基于可能度和信息公理的评价步骤

(1) 首先根据用户需求和待评价系统的工作特点、性能要求以及应用场合等, 选择并确定备选方案集 $A = \{A_1, A_2, \dots, A_N\}$ 和评价指标集 $U = \{U_1, U_2, \dots, U_m\}$ 。

(2) 由各评价指标属性值的特点, 确定各指标的类型, 同时确定出相应指标的边界值。

(3) 根据各评价指标的实际属性, 确定每个方案各个指标满足功能要求的概率。效益型和成本型指标可直接确定其系统范围和公共范围, 而区域型和定目标型指标还需事先分别确定期望范围和期望值。

(4) 根据 2.1 节提出的信息量修正公式, 分别计算每个方案各相应指标的信息量。

(5) 计算每个方案的总信息量。假设有 m 个因素指标, 对某评价方案而言, 其信息量为各指标信息量之和, 即

$$I_{\Sigma} = \sum_{i=1}^m I_i \quad (8)$$

(6) 比较各备选方案的信息量, 按每个方案的信息量大小排序, 优选最佳设计方案。若某待评问题有 N 个设计方案, 各方案的总信息量可用矩阵形式表示为

$$I_{\Sigma} = [I_{\Sigma 1}, I_{\Sigma 2}, \dots, I_{\Sigma N}] \quad (9)$$

由信息公理可知, 信息量最少的方案即为最佳的方案, 最佳方案为 $\min \{ I_{\Sigma i} \}$ 。

在基于可能度和信息公理的方案评价中, 通过确定各评价指标的类型及相应的系统范围和公共范围来进行比较。尽管各个评价指标的物理意义和量纲可能不同, 但是利用信息量作为统一尺度可表达决策者对各指标的满意程度, 计算过程简单。而且不必像其他评价方法那样要用到权重, 因为从形式上讲, 如果将每个指标信息量乘以它的权重后相加, 那么总的信息量表示的将不再是总的概率^[8]。信息量计算公式利用熵来度量信息量的大小, 已经赋予了评价指标的重要性, 此时没有必要再对各个评价指标进行加权处理。如果某项指标的变异程度越大, 提供的信息量就越多, 表示该指标对决策的作用就越大, 其权重也越大; 反之其权重就越小。因此可随待评对象的动态变化而自动生成所需的客观权重, 消除了主观因素的影响。

3 应用实例

为了证明上述方法及应用, 对 4 种链条输送机方案进行评价。链条输送机是以链条作为牵引和承载体输送物料, 广泛用于装配生产线或作为物料的储存输送^[6]。链条输送机有 4 项主要评价指标, 决策者以区间数这种不确定形式给出了各方案的属性值, 如表 1 所示。

表 1 链条输送机主要指标及属性值

Tab.1 Evaluation alternative and indices of the chain conveyor

方案	固定成本 /元·h ⁻¹	可变成本 /元·h ⁻¹	输送速度 /m·min ⁻¹	柔性
A ₁	[15, 20]	[4.0, 4.5]	[8, 12]	[13, 17]
A ₂	[18.5, 23]	[4.1, 4.4]	[9, 13]	[15, 19]
A ₃	[17.5, 22.5]	[4.3, 4.5]	[7, 11]	[16, 20]
A ₄	[19, 24]	[4.2, 4.6]	[6, 10]	[14, 18]

表 1 中的固定成本和可变成本两个指标是成本型, 输送速度是区域型的指标, 其期望的范围为 [8, 10], 而柔性(灵活性)为效益型指标。因此, 对固定成本和可变成本两个指标按式(5)计算信息量, 输送速度按式(6)计算, 而柔性按式(4)计算。

下面以方案 A₁ 的各指标为例计算其信息量。

固定成本: 系统范围为 $2 \times (24 - 15) = 18$, 公共范围为 $2 \times 24 - (20 + 15) = 13, I = \text{lb}(18/13) = 0.469 5$ 。

可变成本: 系统范围为 $2 \times (4.6 - 4.0) = 1.2$, 公共范围为 $2 \times 4.6 - (4.0 + 4.5) = 0.8, I = \text{lb}(1.2/0.8) = 0.585 0$ 。

输送速度:期望范围为 $[8, 10]$,系统范围为 $[8, 12]$,则公共范围为 $[8, 10]$, $I = \text{lb}\left(\frac{12-8}{10-8}\right) = 1$ 。

柔性:系统范围为 $2 \times (20 - 13) = 14$,公共范围为 $(13 + 17) - 2 \times 13 = 4$, $I = \text{lb}(14/4) = 1.8074$ 。

同理,按照上述方法可计算出其余方案各指标的信息量及各方案的总信息量,计算结果见表2。

表2 备选方案的信息量

Tab.2 Results of the information content for the chain conveyer

方案	固定成本	可变成本	输送速度	柔性	I_{Σ}
A_1	0.4695	0.5850	1.0	1.8074	3.8619
A_2	1.4695	0.5850	2.0	0.8074	4.8619
A_3	1.1699	1.5850	2.0	0.4854	5.2403
A_4	1.8480	1.5850	1.0	1.2223	5.6554

按照信息公理,信息量少的方案即为更佳方案,因此4种链条输送机优劣排序为 $A_1 > A_2 > A_3 > A_4$ 。其中方案 A_1 的信息量最少,则 A_1 为最佳方案。利用文献[4]的可能度方法计算,其结果与本文一致。

4 结束语

针对不确定性区间数所含信息的模糊性,提出了一种多指标决策的分析方法。融合可能度和信息公理的思想,在可能度排序方法的基础上,通过确定各评价指标的类型及相应的系统范围和公共范围进行比较,利用信息公理的信息量作为评价测度来表达决策者对各指标的满意程度,保证了优选结果的合理性。决策者在评价过程中无需对指标进行规范化,计算公式简洁有效,便于用计算机来辅助评价。

参 考 文 献

- Bryson N, Mobolurin A. An action learning evaluation procedure for multiple criteria decision making problems[J]. European Journal of Operational Research, 1996, 96(2): 379 ~ 386.
- Zhang Q, Ma J, Fan Z P. A statistical approach to multiple-attribute decision-making with interval numbers[J]. International Journal of Systems Science, 2003, 34(12 ~ 13): 683 ~ 692.
- 谭旭, 高妍方, 陈英武. 区间型多属性决策求解新方法[J]. 系统工程与电子技术, 2007, 28(12): 1082 ~ 1085.
Tan Xu, Gao Yanfang, Chen Yingwu. New method for solving interval multi-attribute decision-making problem[J]. Journal of System Engineering and Electronics, 2007, 28(12): 1082 ~ 1085. (in Chinese)
- 李德清, 谷云东. 一种基于可能度的区间数排序方法[J]. 系统工程学报, 2008, 23(2): 243 ~ 246.
Li Deqing, Gu Yundong. Method of ranking interval numbers based on possibility degree[J]. Journal of Systems Engineering, 2008, 23(2): 243 ~ 246. (in Chinese)
- Suh N P. Axiomatic design: advances and applications [M]. New York: Oxford University Press, 2001.
- Kulak O. A decision support system for fuzzy multi-attribute selection of material handling equipments[J]. Expert System with Application, 2005, 29(2): 310 ~ 319.
- 童一飞, 李东波, 于敏捷, 等. 基于信息公理与粗集理论的多属性模糊优选研究[J]. 中国机械工程, 2007, 18(17): 2029 ~ 2032.
Tong Yifei, Li Dongbo, Yu Minjie, et al. Research on multi-attribute fuzzy optimal selection based on information axiom and rough set[J]. China Mechanical Engineering, 2007, 18(17): 2029 ~ 2032. (in Chinese)
- 肖人彬, 程贤福, 廖小平. 基于模糊信息公理的设计方案评价方法及应用[J]. 计算机集成制造系统, 2007, 13(12): 2331 ~ 2338.
Xiao Renbin, Cheng Xianfu, Liao Xiaoping. Evaluation method for design scheme based on fuzzy information axiom and its application[J]. Computer Integrated Manufacturing Systems, 2007, 13(12): 2331 ~ 2338. (in Chinese)
- Cheng X F. Research on multi-attribute decision making using grey relation analysis, information axiom and fuzzy preferences[J]. Advanced Materials Research, 2008, 44 ~ 46: 587 ~ 594.
- 程贤福, 肖人彬. 基于公理设计的优化设计方法与应用[J]. 农业机械学报, 2007, 38(3): 117 ~ 121.
Cheng Xianfu, Xiao Renbin. Optimization method based on axiomatic design and its application[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2007, 38(3): 117 ~ 121. (in Chinese)