

# 形态小波降噪方法在齿轮故障特征提取中的应用\*

沈路<sup>1</sup> 周晓军<sup>1</sup> 刘莉<sup>2</sup> 杨富春<sup>1</sup>

(1. 浙江大学流体传动及控制国家重点实验室, 杭州 310027;

2. 内蒙古一机集团大地工程机械有限公司, 包头 014032)

**【摘要】** 针对齿轮故障特征往往被强背景噪声淹没的问题,采用形态小波降噪方法来提取故障特征。形态小波降噪方法适合于对具有一定形态特征的齿轮故障信号进行特征提取。首先采用形态小波对信号进行分解,然后对各层的细节系数进行软阈值降噪处理,最后根据处理得到的小波系数重构信号以提取故障特征。仿真与实例证明,该方法可有效地提取隐含在噪声中的齿轮故障特征。形态小波降噪算法只涉及加减和极大、极小运算,运算简单且执行高效,适合于齿轮故障的在线监测与诊断。

**关键词:** 故障诊断 齿轮 特征提取 形态小波 软阈值降噪

**中图分类号:** TH165<sup>+</sup>.3 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-1298(2010)04-0217-05

## Application of Morphological Wavelet De-noising in Extracting Gear Fault Feature

Shen Lu<sup>1</sup> Zhou Xiaojun<sup>1</sup> Liu Li<sup>2</sup> Yang Fuchun<sup>1</sup>

(1. The State Key Lab of Fluid Power Transmission and Control, Zhejiang University, Hangzhou 310027, China

2. DADI Engineering Machinery Co., Ltd., Inner Mongolia First Machinery Group Corporation, Baotou 014032, China)

### Abstract

Fault feature is always hidden by strong noise background in gear fault signal. Based on morphological wavelet de-noising, a novel method was proposed to extract gear fault feature. Morphological wavelet de-noising has a good performance in extracting morphological feature in signal. Firstly, the signal was decomposed by morphological wavelet. Secondly, detail coefficient in each level was processed using soft threshold de-noising. Finally, fault feature was extracted by reconstructing original signal. Simulation and experiment results showed that this method is effective in gear feature extraction. Morphological wavelet de-noising algorithm includes addition, subtraction, maximum and minimum operations, and does not involve multiplication and division. It is suitable for on-line monitor and gear fault diagnosis.

**Key words** Fault diagnosis, Gear, Feature extraction, Morphological wavelet, Soft threshold de-noising

### 引言

故障特征提取是齿轮故障诊断的关键,能否有效地提取故障特征直接关系到能否准确地诊断齿轮故障。目前,常用的齿轮故障特征提取方法主要有

包络特征提取和小波分析方法<sup>[1-2]</sup>。但包络特征提取方法需要依靠经验选择窄带滤波参数,这将在主观上给分析结果带来很大影响。小波分解则由于基函数的长度有限,在对信号进行分析时会产生能量泄漏。而且小波分解仍然是基于频率的线性分解,

对于具有非线性、非平稳特征的齿轮故障信号则很难取得理想的效果。

数学形态学是一种非线性信号处理工具,其方法是设计一个被称作结构元素的“探针”来收集信号的信息,通过该探针在信号中移动,对信号进行匹配,以达到提取信号、保持细节和抑制噪声的目的。数学形态学已经在图像处理<sup>[3]</sup>、电力系统信号分析<sup>[4]</sup>、心电信号处理<sup>[5]</sup>等方面得到了成功的应用,在振动信号处理方面的研究也正在逐渐深入<sup>[6]</sup>。形态小波是基于数学形态学的非线性小波变换方法<sup>[7-8]</sup>,它不仅保留了形态学的形态特性,同时还具有小波分解的多分辨率特性,具有良好的细节保留和抗噪性能。形态小波在一维振动信号领域的研究才刚刚开始<sup>[9-11]</sup>,文献[10~11]利用形态非抽样小波提取轴承故障特征,但对于形态小波降噪方法在齿轮故障特征提取方面的研究还比较少。

在实际的齿轮振动数据采集集中,由于工业现场环境复杂,齿轮故障特征信息往往被信号中的噪声淹没,因此提出采用形态小波降噪方法来提取齿轮故障特征,通过对形态小波分解得到的分量进行阈值降噪处理,然后重构原信号来提取故障特征。

## 1 数学形态学和形态小波基本原理

### 1.1 数学形态学

数学形态学是基于积分几何和随机集论建立起来的非线性分析方法。该方法在进行信号处理时只取决于待处理信号的局部形状特征,通过数学形态变换将一个复杂的信号分解为具有物理意义的各个部分,并将其背景剥离,保持信号主要的形状特征,要比传统的线性滤波更为有效。数学形态学的基本运算包括腐蚀、膨胀、形态开运算和形态闭运算<sup>[12]</sup>。根据分析信号的不同,形态变换可以分为二值形态变换和灰度值形态变换。由于本文只针对一维振动信号进行分析,所以只对灰度值形态变换进行讨论。

设 $f(n)$ 和 $g(n)$ 分别是定义在 $F = (0, 1, \dots, N-1)$ 和 $G = (0, 1, \dots, M-1)$ 上的离散函数,且 $N > M$ 。其中, $f(n)$ 是输入时间序列, $g(n)$ 是结构元素。则 $f(n)$ 关于结构元素 $g(n)$ 的形态腐蚀和膨胀运算分别定义为

$$(f \ominus g)(n) = \min \{f(n+m) - g(m)\} \quad (1)$$

$$(m = 0, 1, \dots, M-1)$$

$$(f \oplus g)(n) = \max \{f(n-m) + g(m)\} \quad (2)$$

$$(m = 0, 1, \dots, M-1)$$

则 $f(n)$ 关于结构元素 $g(n)$ 的形态开和闭运算分别定义为

$$(f \circ g)(n) = (f \ominus g \oplus g)(n) \quad (3)$$

$$(f \cdot g)(n) = (f \oplus g \ominus g)(n) \quad (4)$$

形态开、闭运算对信号处理的效果不同:形态开运算可以平滑信号中的正向脉冲(峰值),形态闭运算可以平滑信号中的负向脉冲(低谷)。

### 1.2 形态小波

形态小波是一种基于数学形态学的非线性小波框架<sup>[7-8]</sup>,是通过形态学算子对传统线性小波实现的一种非线性扩展。下面以非对偶小波分解的概念引出形态小波。

设在信号空间 $V_j$ 上存在加运算符 $\dot{+}$ 及算子 $\psi_j^\downarrow: V_{j+1} \rightarrow V_j$ 和 $\omega_j^\downarrow: W_{j+1} \rightarrow V_j$ ,满足

$$\Psi_j^\downarrow(x, y) = \psi_j^\downarrow(x) \dot{+} \omega_j^\downarrow(y) \quad (x \in V_{j+1}, y \in W_{j+1}) \quad (5)$$

则称 $\psi_j^\downarrow$ 、 $\omega_j^\downarrow$ 为信号合成算子和细节合成算子。这种分解方案称为非对偶小波分解,如图1所示。

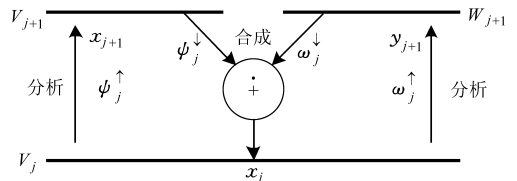


图1 非对偶小波分解方案示意图

Fig. 1 Scheme of uncoupled wavelet decomposition

根据非对偶小波分解原理,可以构造形态 Haar 小波<sup>[8]</sup>

$$\psi^\uparrow(x)(n) = x(2n) \wedge x(2n+1) \quad (6)$$

$$\omega^\uparrow(x)(n) = x(2n) - x(2n+1) \quad (7)$$

$$\psi^\downarrow(x)(2n) = \psi^\downarrow(x)(2n+1) = x(n) \quad (8)$$

$$\begin{cases} \omega^\downarrow(y)(2n) = y(n) \vee 0 \\ \omega^\downarrow(y)(2n+1) = -[y(n) \wedge 0] \end{cases} \quad (9)$$

式中,“ $\vee$ ”表示形态膨胀算子,“ $\wedge$ ”表示形态腐蚀算子。式(6)中的信号分析算子是腐蚀运算,则称由式(6)~(9)定义的形态 Haar 小波为具有腐蚀算子的形态 Haar 小波。如果把式(6)和式(9)中的腐蚀算子替换为膨胀算子,膨胀算子替换为腐蚀算子,则可以得到另外一种形态 Haar 小波,称为具有膨胀算子的形态 Haar 小波。

## 2 形态小波降噪提取故障特征方法

当齿轮存在裂纹、断齿等故障时将产生冲击,齿轮振动信号的幅值和相位会发生变化,产生幅值和相位调制的非线性特征。而形态小波作为一种基于数学形态学的非线性小波分析方法,同时具有数学形态学的特征识别和小波分解的多分辨率分析特性,适合于对具有非线性非平稳特征的齿轮故障信号进行分析。而且由于冲击成分的存在,齿轮故障

信号在时域上具有一定的形态特征,而信号在经过形态小波降噪后,信号中的形态特征将被提取出来<sup>[9]</sup>。因此采用形态小波降噪方法提取齿轮故障特征。

图 2 为形态小波降噪方法提取齿轮故障特征的流程图。首先采用形态小波对故障信号进行分解,然后对分解得到的细节系数进行软阈值降噪处理,由阈值处理后得到的小波系数重构原信号,最后通过重构后信号的频谱提取故障特征。下面分别通过仿真和试验数据对该方法进行验证。

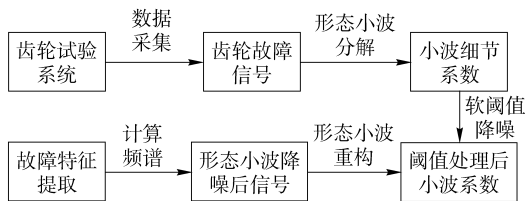


图 2 形态小波降噪方法提取齿轮故障特征流程图

Fig. 2 Flowchart of gear fault feature extraction method based on morphological wavelet de-noising

### 3 仿真分析

为验证形态小波降噪方法在齿轮故障特征提取中的有效性,首先对齿轮故障的仿真信号进行分析。根据齿轮故障信号的特点<sup>[13]</sup>,忽略传递函数对齿轮振动信号的影响,设齿轮故障的仿真信号为

$$x(t) = \sum_{m=1}^M X_m (1 + d_m(t)) \cos(2\pi m f_z t + \theta_m + b_m(t)) + i(t) \quad (10)$$

式中  $X_m$ ——第  $m$  阶啮合频率谐波分量的幅值

$\theta_m$ ——第  $m$  阶啮合频率谐波分量的初相位

$f_z$ ——轴转频  $z$ ——齿轮齿数

$d_m(t)$ ——第  $m$  阶啮合频率谐波分量的幅值调制函数

$b_m(t)$ ——第  $m$  阶啮合频率谐波分量的相位调制函数

$i(t)$ ——标准差为  $\delta = 0.2$  的随机噪声

当齿轮出现局部故障时故障齿轮随轴每转一周啮合一次,因此  $d_m(t)$  和  $b_m(t)$  是以转频  $f_z$  及其倍频为重复频率的周期函数。

设式(10)中  $M = 2$ ,  $d_1(t) = 0.3 \sin(2\pi f_z t)$ ,  $d_2(t) = 0.3 \sin(4\pi f_z t)$ ,  $b_1(t) = 0.3 \sin(2\pi f_z t)$ ,  $b_2(t) = 0.3 \sin(4\pi f_z t)$ ,  $\theta_1 = \theta_2 = \pi/6$ ,  $z = 28$ ,  $f_z = 20$ 。图 3 所示为仿真信号时域波形,采样频率为 4 096 Hz,采样点数为 4 096。

分别采用具有腐蚀和膨胀算子的形态 Haar 小波对仿真信号进行 3 层分解,对各层的小波细节系数进行软阈值降噪处理后重构原信号,得到的分析

结果如图 4 所示。

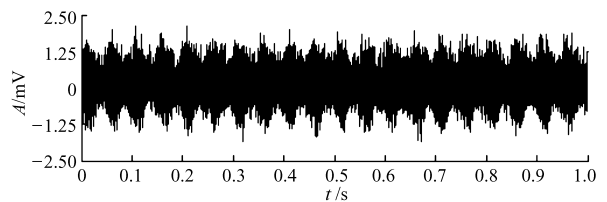


图 3 仿真信号时域波形

Fig. 3 Time waveform of simulation signal

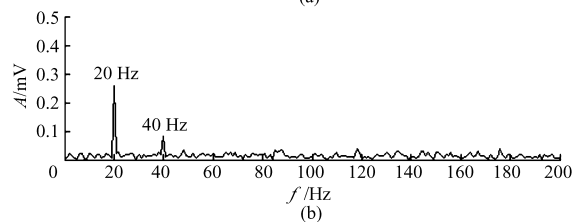
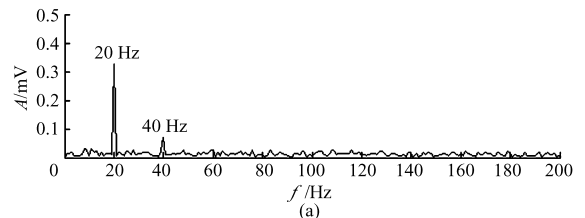


图 4 仿真信号形态小波降噪处理后频谱

Fig. 4 Frequency spectrum of simulation signal after morphological wavelet de-noising

(a) 具有腐蚀算子的形态 Haar 小波

(b) 具有膨胀算子的形态 Haar 小波

从图 4 可以看出,信号采用两种不同形态算子的形态 Haar 小波降噪后,其频谱都可以准确、清晰的反映冲击频率(转频)及其 2 倍频,这说明形态小波降噪方法可以有效地提取仿真信号中的冲击频率成分,并且有效地抑制噪声。

### 4 实例分析

在齿轮试验台上采集了具有断齿故障的齿轮振动加速度信号。故障齿轮齿数  $z = 30$ ,模数为 2 mm,经理论计算得到齿轮的转频为 16.75 Hz,信号采样频率  $f = 10\,000$  Hz,采样点数为 10 240。图 5 为故障齿轮信号的时域波形与频谱图。由于噪声的影响,从时域波形中并不能清楚地看出齿轮断齿故障特征,频谱图中的故障频率也不明显。

为提取故障特征,分别采用具有腐蚀与膨胀算子的形态 Haar 小波对故障齿轮信号进行 3 层分解,然后对各层细节系数进行软阈值降噪处理并重构原信号。分析结果如图 6 所示。

从图 6 可以看出,经过具有腐蚀和膨胀算子的形态 Haar 小波降噪处理后的信号频谱都明显地反映出了齿轮的故障频率及其 2、3 倍频,噪声也得到有效抑制。因此,将形态小波降噪应用于齿轮故障

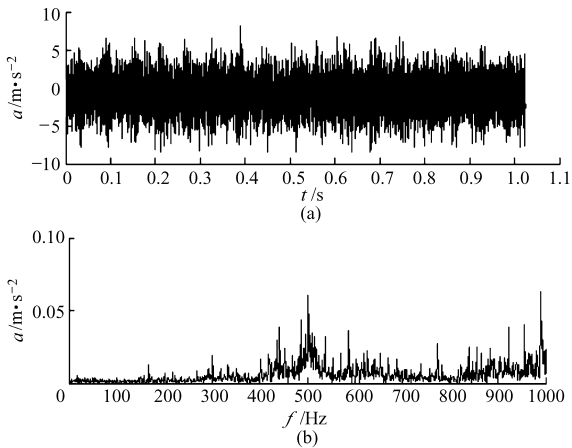


图5 齿轮故障信号时域波形及其频谱

Fig. 5 Time waveform and frequency spectrum of gear fault signal  
(a) 时域波形 (b) 频谱

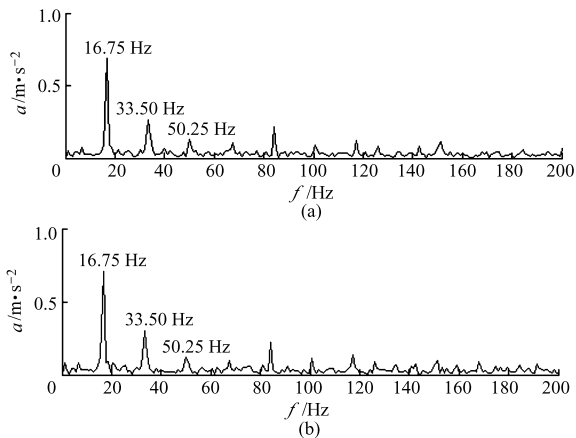


图6 故障信号形态小波降噪处理后频谱

Fig. 6 Frequency spectrum of fault signal after morphological wavelet de-noising  
(a) 具有腐蚀算子的形态 Haar 小波  
(b) 具有膨胀算子的形态 Haar 小波

的特征提取是有效的。

为比较形态小波降噪方法与传统小波分解方法的处理效果,采用 db5 小波对故障信号进行 5 层分解并利用第 5 层近似系数重构信号。图 7 所示为采

用小波分解提取故障特征的分析结果。从图中可以看出信号虽然也能得到故障频率及其 2 倍频,但并不十分明显,而且包含着许多噪声频率干扰成分。由此可知形态小波降噪方法提取故障特征的效果要优于传统小波分解。这是因为小波分解是基于不同频段的线性分解,而形态小波是基于信号形态特征,对信号中的特征成分与噪声成分进行的非线性分解。因此对于具有非线性非平稳特征的齿轮故障信号,采用形态小波降噪的分析方法更有效。

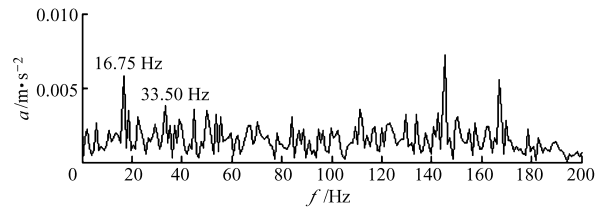


图7 故障信号小波分解处理后频谱

Fig. 7 Frequency spectrum of fault signal after wavelet decomposition

## 5 结束语

针对齿轮故障信号的强噪声背景与非线性非平稳特征,提出采用形态小波降噪方法提取故障特征。形态小波具有形态学的非线性分析与小波分解的多分辨率特性,适合于对非线性非平稳的齿轮故障信号进行分析。同时形态小波降噪方法具有提取信号形态特征的特点,可以用来提取齿轮故障特征。采用软阈值降噪方法对形态小波分解得到的细节信号进行处理,然后重构原信号以提取故障特征。仿真与实例表明,该方法既抑制了噪声又突出了故障频率成分,与传统小波分析方法相比,基于形态小波降噪的故障特征提取方法效果更理想。由于形态小波降噪算法只包含加减法和极大极小值运算,因此具有计算简单快速等优点,适合于各类齿轮的在线监测与故障诊断。

## 参 考 文 献

- 1 张志刚,周晓军,宫燃. 基于复 Morlet 小波的主减速器故障特征提取[J]. 农业机械学报,2008,39(11):192~196.  
Zhang Zhigang, Zhou Xiaojun, Gong Ran. Fault feature extraction of automobile main reducer based on complex Morlet wavelet transform[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2008, 39(11): 192~196. (in Chinese)
- 2 丁康,李巍华,朱小勇. 齿轮及齿轮箱故障诊断实用技术[M]. 北京:机械工业出版社,2006.
- 3 翁桂荣,饶海涛,钱志良. 基于形态谱和形态特征的平面机构设计方法[J]. 农业机械学报,2006,37(10):116~119.  
Weng Guirong, Rao Haitao, Qian Zhiliang. Synthesize four-bar linkage based on the curve's morphological and shape characteristics[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2006, 37(10): 116~119. (in Chinese)
- 4 郑涛,谷君,黄少锋,等. 基于数学形态梯度的变压器转换性故障识别新判据[J]. 中国电机工程学报,2008,28(22):75~80.  
Zheng Tao, Gu Jun, Huang Shaofeng, et al. A new algorithm to distinguish the transferring fault of transformer protection

- based on morphological gradient[J]. Proceedings of the CSEE, 2008, 28(22): 75~80. (in Chinese)
- 5 毛玲,孙即祥,张国敏,等. 基于形态滤波的心电信号基线校正算法[J]. 信号处理,2008,24(4):582~585.  
Mao Ling, Sun Jixiang, Zhang Guomin, et al. An algorithm based on morphological filter for baseline normalization of ECG [J]. Signal Processing, 2008, 24(4): 582~585. (in Chinese)
- 6 Zhang Lijun, Xu Jinwu, Yang Jianhong, et al. Multiscale morphology analysis and its application to fault diagnosis[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2008,22(3): 597~610.
- 7 Goutsias J, Heijmans H J A M. Nonlinear multiresolution signal decomposition schemes-Part I: morphological pyramids[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2000, 9(11): 1 862~1 876.
- 8 Heijmans H J A M, Goutsias J. Nonlinear multiresolution signal decomposition schemes-Part II: morphological wavelets[J]. IEEE Transaction on Image Processing, 2000, 9(11): 1 897~1 913.
- 9 章立军. 信号的数学形态学分析方法及其应用研究[D]. 北京:北京科技大学,2007.  
Zhang Lijun. Research on mathematical morphology analysis of signals and its application[D]. Beijing: University of Science and Technology Beijing, 2007. (in Chinese)
- 10 Rujiang Hao, Fulei Chu. Morphological undecimated wavelet decomposition for fault diagnostics of rolling element bearings [J]. Journal of Sound and Vibration, 2009, 320(4~5): 1 164~1 177.
- 11 黄兵锋,沈路,周晓军,等. 基于形态非抽样小波分解的滚动轴承故障特征提取[J]. 农业机械学报,2010,41(2): 203~207.  
Huang Bingfeng, Shen Lu, Zhou Xiaojun, et al. Fault feature extraction of rolling element bearing based on morphological undecimated wavelet decomposition [J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2010, 41(2): 203~207. (in Chinese)
- 12 崔屹. 图像处理与分析-数学形态学方法及应用[M]. 北京:科学出版社,2000.
- 13 于德介,程军圣,杨宇. Hilbert-Huang 变换在齿轮故障诊断中的应用[J]. 机械工程学报,2005,41(6):102~107.  
Yu Dejie, Cheng Junsheng, Yang Yu. Application of Hilbert-Huang transform method to gear fault diagnosis [J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2005, 41(6): 102~107. (in Chinese)
- 14 王学军,马辉,孙伟,等. 基于小波分析的转子碰摩故障特征提取[J]. 农业机械学报,2008,39(4):147~151.  
Wang Xuejun, Ma Hui, Sun Wei, et al. Feature extraction of rotor fault based on wavelet analysis [J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2008,39(4):147~151. (in Chinese)

(上接第 212 页)

#### 参 考 文 献

- 1 高道岗. 超精密加工技术[M]. 台湾:全华科技图书,2000.
- 2 袁哲俊. 精密和超精密加工技术[M]. 北京:机械工业出版社,2007.
- 3 杨建东,任长根,王长兴,等. 平面研磨中影响工件起动力矩的因素[J]. 光学技术,1998,24(5):30~41.  
Yang Jiandong, Ren Changgen, Wang Changxing, et al. Factors affecting workpiece starting moment in plane lapping [J]. Optical Technique, 1998, 24(5):30~41. (in Chinese)
- 4 杨鑫宏,胡孝勇,张伟,等. 平面研磨过程中磨具均匀磨损的研究[J]. 中国机械工程,2003,14(18): 1 552~1 555.  
Yang Xinhong, Hu Xiaoyong, Zhang Wei, et al. Research on uniform abrasion of the lapping tool in plane lapping process [J]. China Mechanical Engineering,2003,14(18): 1 552~1 555. (in Chinese)
- 5 赵萍,陶黎,王志伟,等. 平面研磨抛光轨迹研究[J]. 航空精密制造技术,2009,45(2):1~6.  
Zhao Ping, Tao Li, Wang Zhiwei, et al. Review on trace of plane lapping / polishing [J]. Aviation Precision Manufacturing Technology, 2009, 45(2):1~6. (in Chinese)
- 6 查立豫. 平面光学零件加工中的相对线速度分布[J]. 仪器制造,1983,4(3):6~10.  
Zha Liyu. Distribution of relative line speed during plane lapping of optic workpiece [J]. Instrument Manufacturing, 1983, 4(3):6~10. (in Chinese)
- 7 Hocheng H, Tsai H Y, Tsai M S. Effects of kinematic variables on nonuniformity in chemical mechanical planarization [J]. International Journal of Machine Tools & Manufacture, 2000, 40 (11): 1 651~1 669.
- 8 Tyan Feng. Nonuniformity of wafer and pad in CMP: kinematic aspects of view [J]. IEEE Transactions on Semiconductor Manufacturing, 2007, 20(4): 451~463.