

DOI:10.3969/j.issn.1000-1298.2010.01.016

基于双重编码遗传算法和图论的自压树状管网优化*

杨建军^{1,2} 丁玉成¹ 赵万华¹

(1. 西安交通大学机械制造系统工程国家重点实验室, 西安 710049; 2. 青岛理工大学机械工程学院, 青岛 266033)

【摘要】 以投资最小为目标函数, 压力、流速、管径等限制为约束条件, 建立了自压树状管网优化数学模型, 并采用改进遗传算法进行求解。根据树状管网优化的特点, 遗传算法采用二进制编码和整数编码相结合的双重编码, 实现了同时对管网布置形式和管径进行优化。根据图论中树的性质, 在产生初始解及变异操作时, 采用基于圈的方法, 对交叉方法进行了改进, 从而减少了不可行解的产生。同时对遗传算法的操作过程进行了改进, 结合了模拟退火算法, 调整了适应函数, 改进了交叉率和变异率的计算方法。算例表明了该优化方法的有效性。

关键词: 树状管网 优化 遗传算法 双重编码 图论

中图分类号: TP301.6; S274.2 文献标识码: A 文章编号: 1000-1298(2010)01-0081-05

Optimization of Gravity Tree-type Pipe Network Based on Dual Coding Genetic Algorithm and Graph Theory

Yang Jianjun^{1,2} Ding Yucheng¹ Zhao Wanhua¹

(1. State Key Laboratory for Manufacturing Systems Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China

2. School of Mechanical Engineering, Qingdao Technological University, Qingdao 266033, China)

Abstract

An optimization model for gravity tree-type pipe network is established, in which the minimal investment is taken as the objective function, and the pressure, flow rate and pipe diameter are taken as the constraint conditions. The improved genetic algorithm is used to solve the problem. Based on the optimal features of tree-type pipe network, the dual coding combining binary coding with integer coding is adopted in the genetic algorithm to optimize the pipe layout and pipe diameter simultaneously. Based on characteristics of tree in the graph theory, the cycle method is adopted to improve cross method in the operations of initial solution creating and mutation so that the number of infeasible solutions is reduced. Some operational processes of genetic algorithm are improved. The simulated annealing algorithm is introduced in the model. The fitness function is adjusted, and the computing methods of crossover rate and mutation rate are improved. Example shows that the algorithm is efficient.

Key words Tree-type pipe network, Optimization, Genetic algorithm, Dual coding, Graph theory

引言

自压树状管网在灌溉等管网输配水系统中应用十分广泛, 其完整的优化应包括管网布置优化和管径优化两部分, 分别优化管网的连接路线和各管线的管径, 这两个优化问题均是涉及离散变量的非线性组合优化问题。

目前较多的研究成果^[1-3]是在管网布置形式一定的情况下针对管径进行的优化设计。当采用图论中 Dijkstra 等算法进行管网布置优化时, 得到的布置方案为管线总长度最短, 但其管网总投资未必最小^[4]。文献[4~5]采用二进制编码单亲遗传算法对树状管网进行布置优化, 用经济流速法确定各管线管径, 其全局最优性很难保证, 且随机产生初始解

收稿日期: 2009-01-14 修回日期: 2009-03-09

* 国家“863”高技术研究发展计划资助项目(2006AA100208)和泰山学者建设工程专项经费资助项目(2007)

作者简介: 杨建军, 博士后, 青岛理工大学副教授, 主要从事系统工程优化、优化算法研究, E-mail: yjjdem@163.com

时将产生大量不可行解。文献[6]采用两级整数编码遗传算法进行树状管网优化设计,采用不同目标函数分两级分别对管网布置和管径进行优化,其解的全局最优性较难保证,同时在布置优化时需已知管网初步连接图中各管线的水流方向,对于提前无法确定的较复杂管网,也将产生大量的不可行解。管网布置优化时大量不可行解的存在,大大降低了算法的计算效率。

当同时对管网布置形式和管径进行优化设计时,将能最大限度地降低系统投资。本文针对自压树状管网的结构特点,为了能够同时对管网布置和管径进行优化设计,采用二进制编码和整数编码相结合的双重编码遗传算法,并根据图论中树的性质对产生初始解、交叉和变异方法进行改进,减少不可行解的产生,提高算法的计算效率。

1 自压树状管网优化数学模型的建立

管网布置优化和管径优化的目的均是为了降低系统投资,因此以系统投资最小为目标函数,其数学模型为

$$\min f_c = \sum_{i=1}^{N_p} \delta_i L_i C_i \quad (1)$$

式中 f_c ——管网系统总投资

N_p ——管网初步连接图中管线总数量

δ_i ——第 i 条管线的连接状态,分别用 1 或 0 表示该管线连接或断开

L_i ——第 i 条管线长度

C_i ——第 i 条管线单位长度价格,与该管线的管径 D_i 相对应

需要考虑的约束条件有节点压力约束、流速约束和管径约束,即

$$p_i = E - \sum_{j \in I_i} \alpha f \frac{Q_j^m}{D_j^n} L_j - E_i \geq p_{i\min} \quad (i = 1, \dots, N_n) \quad (2)$$

$$v_{i\min} \leq v_i \leq v_{i\max} \quad (i = 1, \dots, N_1) \quad (3)$$

$$D_j \in I_D \quad (4)$$

式中 $p_i, p_{i\min}$ ——节点 i 的运行压力值和最低要求压力值

N_n ——用水节点总数量

E ——水源压力值

I_i ——水源到管网第 i 节点经过的管线集合

α ——考虑局部水头损失时的放大系数

f, m, n ——管道水头损失中与管材有关的系数

E_i ——节点 i 处的地面高程

$v_{i\min}, v_{i\max}, v_i$ ——管线 i 的最小、最大允许流

速和运行流速

N_1 ——处于连接状态的管线数量

I_D ——可选标准管径集合,设共有 N_{sd} 种

优化过程中通过编码设计管径约束自动得到满足。利用惩罚函数法将原目标函数和剩余约束条件转化为无约束优化问题,扩展后的目标函数为

$$f = f_c + M_p \sum_{i=1}^{N_n} \max(0, p_{i\min} - p_i) + M_v \sum_{j=1}^{N_1} \max(v_j - v_{j\max}, 0, v_{j\min} - v_j) \quad (5)$$

式中 M_p, M_v ——压力、流速惩罚因子

此外,还应保证所有用水节点都能供水且生成的管网布置形式为树状管网。

2 基于图论的树状管网特性分析

树状管网具有图论中树的性质,一棵树中边的数量等于节点数量减一。对于单水源的情况,其树状管网是管网初步连接图的一棵生成树(连接状态的管线数量等于节点数量减一),而对于含有 N_s 个水源的情况,则对应 N_s 棵树(非生成树,连接状态的管线数量等于节点数量减去 N_s)。管网布置形式优化实质上就是在管网初步连接图的基础上寻找最优的生成树(单水源)或某组树(多水源)。

本文在管网中引入图论中圈的概念。管网中的圈是指在管网初步连接图中,可以形成的环状网络。即从某一个节点出发,每个节点只经过一次,又回到该节点的环状网络为第一类圈。如果是多水源管网,从一个水源点出发,每个节点只经过一次,到达另一个水源点的环状网络为第二类圈。

如图 1 所示的简单管网初步连接图,节点 0 和 7 为水源节点,其他为用水节点,其中包括 7 个圈,分别为:0-1-2-3-7、0-1-2-5-6-3-7、0-1-4-5-6-3-7、0-1-4-5-2-3-7、1-2-5-4-1、2-3-6-5-2、1-2-3-6-5-4-1。前 4 个属于第二类圈,后 3 个属于第一类圈。各圈中包含的管线编号集合分别为: {8, 1, 2, 9}、{8, 1, 4, 7, 5, 9}、{8, 3, 6, 7, 5, 9}、{8, 3, 6, 4, 2, 9}、{1, 4, 6, 3}、{2, 5, 7, 4}、{1, 2, 5, 7, 6, 3}。

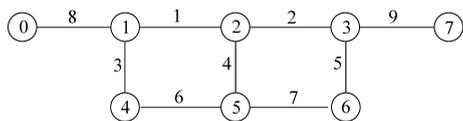


图 1 简单管网初步连接图

Fig. 1 Preliminary connection diagram of simple pipe network

根据图论中的破圈法^[7],树状管网的生成方法为:逐次删除管网初步连接图中任一圈中的任一管

线,直到管网初步连接图中不存在圈。

3 双重编码遗传算法主要操作步骤

3.1 编码

因管网优化中需同时对管网布置形式及管径组合进行优化设计,因此本文采用双重编码^[8]。布置形式优化实质上是在管网初步连接图的基础上确定各管线的连接状态,因管线只有连接或断开两种状态,可直接用1或0来表示,因此用二进制编码表示各管线的连接状态,所有编码为1的管线构成一个管网布置形式。管径为离散的标准值,可根据标准管径的个数 N_{sd} ,设计一个一维数组,数组的值为各标准管径,通过数组的整数下标与标准管径对应,因此可采用整数编码表示各管径,这样可以避免二进制编码的编码冗余问题。

3.2 产生初始解

产生初始解时,首先产生二进制编码,为了避免不可行解的产生,根据破圈法原理,具体实现方法为:①令所有基因值均为1,搜索管网初步连接图中的所有圈。②逐个判断各圈中是否有断开的管线,如果没有,则随机断开该圈中任一条管线,如果已经存在,不论存在几个,都不再操作,因为当一个圈与其他圈有部分管线相同时,可能出现一个圈中断开多条管线的情况,但不会存在节点不连通的情况。产生过程中可随时判断连接状态的管线数量与节点数量的关系,如果满足相应树的关系,则终止,以节省计算时间。该方法产生的初始解均是可行解。

例如对于图1的管网初步连接图,经过以下过程可产生一随机初始解:在处理第1个圈时,随机选择断开管线2;第2个圈随机选择断开管线7;第3、4个圈中已有断开的管线,不操作;第5个圈随机选择断开管线1,此时连接状态的管线数量(6)与节点数量(8)的关系已满足2个水源时对应2棵树的要求,产生过程结束。该随机初始解为{0,0,1,1,1,1,0,1,1},表示断开的管线为{1,2,7}。

然后产生与各管线相对应的管径,即整数编码,对应各管线在 $[1, N_{sd}]$ 范围内产生一个随机整数来表示其管径,计算时通过数组与该管线的标准管径对应,这也使管径约束自动得到满足。

3.3 确定适应函数

遗传算法操作过程中依据的是适应函数值,适应函数值应根据目标函数值确定,其值不能为负,且其值增加的方向应对应目标函数的优化方向,本文管网优化的目标函数是投资最小,应加以调整。采用的变换方式为

$$F_i = \exp((f_{\min} - f_i)/t) \quad (6)$$

式中 F_i ——染色体*i*的适应函数值

f_{\min} ——当代进化群体中最小目标函数值

t ——与模拟退火算法结合后的温度参数

3.4 确定初温及退温操作

在遗传算法早期,应使种群中各染色体的适应函数值相近,这样可以避免个别好的染色体充斥整个种群,造成早熟。因此,从考虑初始种群的相对性能出发确定初温^[9],令

$$F_{\min}/F_{\max} = p_r \quad (7)$$

式中 F_{\min} 、 F_{\max} ——初始种群中最小、最大适应函数值

p_r ——(0,1)范围内的小数,可根据需要进行调整,其值越大,各适应函数值越相近

由式(6)和式(7),可得初温的表达式为

$$t_0 = (f_{\min} - f_{\max})/\ln p_r \quad (8)$$

式中 f_{\min} 、 f_{\max} ——初始种群中最小、最大目标函数值

退温函数为

$$t_n = \gamma^{n-1} t_0 \quad (9)$$

式中 γ ——(0,1)范围内的小数

3.5 交叉操作

根据 Srinivas^[10]等提出的自适应遗传算法(adaptive genetic algorithm,简称AGA),并对其改进,交叉率 P_c 的自适应计算方法为

$$P_c = \begin{cases} k_1 + \frac{k_2(F_{\max} - F'_i)}{F_{\max} - F_{\text{avg}}} & (F'_i \geq F_{\text{avg}}) \\ k_3 & (F'_i < F_{\text{avg}}) \end{cases} \quad (10)$$

式中 k_1 、 k_2 、 k_3 ——常数,且 $k_3 = k_1 + k_2$

F_{\max} 、 F_{avg} ——当代进化群体的最大、平均适应函数值

F'_i ——两个交叉个体中较大的适应函数值

对于表示管网布置形式的二进制编码,采用单点交叉。为了减少不可行解的产生,在选择交叉点时,应使两个染色体在交叉点一侧处于断开的管线数量相同,这样交叉后仍能满足树状管网可行解的基本条件(连接状态的管线数量与节点数量关系)。如对应图1的两个染色体编码为{0,0,1,1,1,1,0,1,1}、{1,0,1,0,1,0,1,1,1},选择的交叉点为5,这样在交叉点左侧两个染色体断开的管线数量均为2,互换两个染色体的6~9位基因值,生成的子染色体为{0,0,1,1,1,0,1,1,1}、{1,0,1,0,1,1,0,1,1}均为可行解。

对于表示管径的整数编码,采用算术交叉方法,并需进行取整操作以使其值为整数。设随机选择两个染色体的整数编码为 $(x_1, \dots, x_i, \dots, x_{N_p})$ 和 $(y_1, \dots, y_i, \dots, y_{N_p})$ 进行交叉,则交叉方法为

$$\begin{cases} x'_i = \text{round}(\lambda_i x_i + (1 - \lambda_i) y_i) \\ y'_i = \text{round}(\lambda_i y_i + (1 - \lambda_i) x_i) \end{cases} \quad (i = 1, \dots, N_p) \quad (11)$$

式中 round ——进行四舍五入取整操作的函数

λ_i —— $[0, 1]$ 范围内的随机数

3.6 变异操作

变异率 P_m 的自适应计算方法为

$$P_m = \begin{cases} k_4 + \frac{k_5(F_{\max} - F_i)}{F_{\max} - F_{\text{avg}}} & (F_i \geq F_{\text{avg}}) \\ k_6 & (F_i < F_{\text{avg}}) \end{cases} \quad (12)$$

式中 k_4, k_5, k_6 ——常数, 且 $k_6 = k_4 + k_5$

对于二进制编码的变异, 如果采用普通的单点变异, 当仅有某一位基因由 1 变为 0 时, 一定会出现不连通节点, 而由 0 变为 1 时, 则会出现圈。因此, 变异操作时需两个基因位同时变化。本文在该类变异时也基于破圈法原理, 即首先随机选择染色体的一个 0 基因位将其变为 1, 然后对包含该管线的圈进行检查, 如果某圈出现环状管网, 则随机把此圈中其他基因值由 1 变为 0, 如果不出现(因某些圈中可能存在多个断开的管线), 则不必操作, 这样操作产生的均为可行解。

对于整数编码的变异, 变异操作时设随机选择基因 x_i 进行变异, 新基因值 x'_i 的生成方法为

$$x'_i = \begin{cases} x_i + \Delta & (\text{random}(2) = 0) \\ x_i - \Delta & (\text{random}(2) = 1) \end{cases} \quad (13)$$

式中 $\text{random}(x)$ ——产生 0 到 $x - 1$ 范围内随机整数的函数

Δ ——较小的随机整数

为了能够自动满足管径约束, Δ 的计算方法为

$$\Delta = \begin{cases} \text{random}(N_{\text{sd}} - x_i + 1) & (\text{random}(2) = 0) \\ \text{random}(x_i) & (\text{random}(2) = 1) \end{cases} \quad (14)$$

4 优化算例

根据本文算法编制了自压树状管网优化程序, 并对图 2 所示管网^[4]进行了优化设计。该管网初步连接图中有 0~9 共 10 个节点, 其中 0 为水源节点, 其他为用水节点, 各节点用水量均为 $10 \text{ m}^3/\text{h}$, 共有 23 条可选连接管线, 编号由 1 到 23, 图中管线编号对应括号中的数值表示管线长度, 单位为 100 m, 计算中各节点地面高程均相同, 水源压力为 30 m, 各管线最低允许流速为 0.5 m/s 。

管道沿程水头损失计算中忽略局部水头损失, 采用海曾-威廉公式^[11]

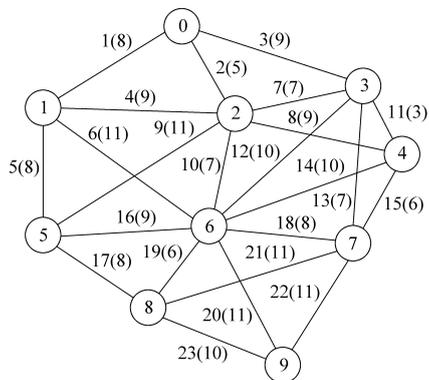


图 2 某管网初步连接图

Fig. 2 Preliminary connection diagram of a pipe network

$$H = \frac{10.67Q^{1.852}}{A^{1.852}D^{4.87}}L \quad (15)$$

式中 H ——管道水头损失, m

Q ——流量, m^3/s D ——管径, m

A ——与管道材料有关的系数, 取 $A = 130$

L ——管长, m

管线价格如表 1 所示。

表 1 管线价格

Tab. 1 Price of pipeline

管径/mm	65	80	100	125	150
单位长度价格/元	4.40	5.90	8.74	12.60	16.96

分别采用文献[4]和本文优化方法对管网进行优化设计, 优化结果对比如表 2 所示。

表 2 优化结果对比

Tab. 2 Comparison among optimization results

设计方法	处于连接状态的管线 (对应管径/mm)	管线总 长度/m	管网总 投资/元
文献[4]方法	1(100), 2(150), 3(125), 5(80), 10(125), 11(80), 13(80), 19(80), 20(80)	6 400	56 282
本文算法- 约束 1	1(100), 2(150), 3(100), 5(80), 10(150), 11(65), 18(80), 19(80), 20(80)	6 500	56 000
本文算法- 约束 2	1(80), 2(150), 3(100), 10(150), 11(65), 16(80), 18(80), 19(80), 20(80)	6 600	53 118

采用文献[4]中的方法进行管网布置优化时, 管径当作连续变量, 用经济流速法确定, 然后再选取标准值, 优化后末端节点的最低压力值为 19.42 m 。采用本文方法同时对管网布置和管径进行优化设计后(节点压力约束中最低允许压力值设为 19.42 m , 结果对应表 2 中本文算法-约束 1), 虽然管线总长度增加了 100 m, 但由于连接路线和管径的变化, 管

网投资降低了282元,而且末端节点的最低压力值提高到了19.54 m,同时由于在操作过程中减少了不可行解的产生,使得计算速度明显提高。当适当降低节点压力约束时(结果对应表2中本文算法-约束2),得到的最优解中管线总长度为6 600 m,管网投资为53 118元,末端节点的最低压力值为16.13 m。

5 结论

(1) 针对自压树状管网优化的特点,采用二进

制编码和整数编码相结合的双重编码遗传算法,准确表示各优化设计变量,实现了对树状管网中的管网布置形式和管径组合的同时优化。并针对简单遗传算法的局限性,对操作过程进行了适当改进,结合模拟退火算法变换了适应函数的确定方法,改进了交叉率和变异率的计算方法。

(2) 针对树状管网的结构特点,根据图论中树的性质,设计了基于圈的方法产生初始种群和进行变异操作,并改进了交叉方法,大大减少了不可行解的产生,提高了算法的计算效率。

参 考 文 献

- 1 Kadu M S, Gupta R, Bhawe P R. Optimal design of water networks using a modified genetic algorithm with reduction in search space[J]. *Journal of Water Resources Planning and Management*, 2008, 134(2): 147 ~ 160.
- 2 朱家松,龚健雅,郑皓. 遗传算法在管网优化设计中的应用[J]. *武汉大学学报:信息科学版*, 2003, 28(3): 363 ~ 367.
Zhu Jiasong, Gong Jianya, Zheng Hao. Application of genetic algorithm to water distribution system design optimization[J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2003, 28(3): 363 ~ 367. (in Chinese)
- 3 王新坤. 基于不可行度的机压树状管网退火遗传算法优化[J]. *农业机械学报*, 2009, 40(9): 63 ~ 67.
Wang Xinkun. Optimization of pumping tree pipe network by using annealing-genetic algorithms based on infeasible degree [J]. *Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery*, 2009, 40(9): 63 ~ 67. (in Chinese)
- 4 周荣敏,雷延峰. 管网最优化理论与技术[M]. 郑州:黄河水利出版社,2002.
- 5 骆力明,王华,王炎. 基于单亲遗传算法的管网优化[J]. *计算机应用与软件*, 2008, 25(6): 68 ~ 70.
Luo Liming, Wang Hua, Wang Yan, et al. Optimizing pipeline network based on single parent genetic algorithm [J]. *Computer Applications and Software*, 2008, 25(6): 68 ~ 70. (in Chinese)
- 6 马孝义,范兴业,赵文举,等. 基于整数编码遗传算法的树状灌溉管网优化设计方法[J]. *水利学报*, 2008, 39(3): 373 ~ 378.
Ma Xiaoyi, Fan Xiangye, Zhao Wenju, et al. Tree-type pipe network optimization design method based on integer coding generic algorithm[J]. *Journal of Hydraulic Engineering*, 2008, 39(3): 373 ~ 378. (in Chinese)
- 7 刘缵武. 应用图论[M]. 长沙:国防科技大学出版社,2006.
- 8 杨建军,丁玉成,赵万华. 基于双重编码遗传算法的树状管网优化设计[J]. *节水灌溉*, 2008, 33(12): 41 ~ 43.
Yang Jianjun, Ding Yucheng, Zhao Wanhua. Optimal design of tree-type pipe network based on dual coding genetic algorithm [J]. *Water Saving Irrigation*, 2008, 33(12): 41 ~ 43. (in Chinese)
- 9 王凌,郑大中. 一类改进进化规划及其优化性能分析[J]. *计算机工程与应用*, 2002, 38(1): 8 ~ 10.
Wang Ling, Zheng Dazhong. A class of improved evolutionary programming and its optimization performances analysis[J]. *Computer Engineering and Applications*, 2002, 38(1): 8 ~ 10. (in Chinese)
- 10 Srinivas M, Patnaik L M. Adaptive probabilities of crossover and mutation in genetic algorithms[J]. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics*, 1994, 24(4): 656 ~ 667
- 11 吴俊奇,付婉霞,曹秀芹. 给水排水工程[M]. 北京:中国水利水电出版社,2004.